2017~2018学年广东广州黄埔区广州市第二中学科学城校区高二下学期理科期末数学试卷

一、选择题（本大题共12个小题，每小题5分，共60分）

1 设集合$A=\{x|y=\lg(4-2x)\}$，集合$B=\left\{x|y=\sqrt{3-x}\right\}$，则$A\cap B=$（　）.

A. $\{x|x\leqslant 2\}$　　B. $\{x|x<2\}$　　C. $\{x|x\leqslant 3\}$　　D. $\{x|x<3\}$

2 设i是虚数单位，复数$\dfrac{a-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$为纯虚数，则实数$a$的值为（　）.

A. 1　　B. -1　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. -2

3 设函数$f(x)=\sin x-x$，则$f(x)$（　）.

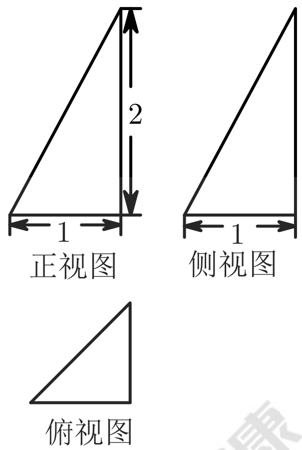
A. 既是奇函数又是增函数　　B. 既是奇函数又是减函数

C. 是增函数且有零点　　D. 是减函数且没有零点

4 命题$p:x+y\geqslant 2\sqrt{xy}$，命题$q$:在$\triangle ABC$中，若$\sin A>\sin B$，则$A>B$. 下列命题为真命题的是（　）.

A. p　　B. $\neg q$　　C. $p\vee q$　　D. $p\wedge q$

5 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　）.



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

6 已知$f\left(x\right)=\begin{cases}2\cos\pi x(x\leqslant 0)\\ f(x-1)+1(x>0)\end{cases}$，则$f\left(\frac{4}{3}\right)$的值为（　）．

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 4

7 若实数x，y满足$\frac{|x|}{9}+\frac{|y|}{4}\leqslant 1$，则$z=2x-y$的最小值为（　）．

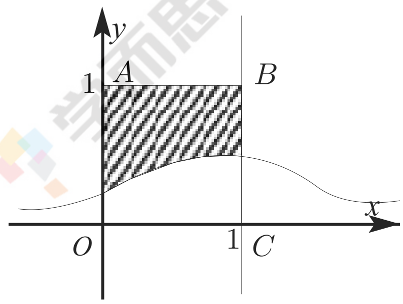
A. -18　　B. -4　　C. 4　　D. $-2\sqrt{10}$

8 已知随机变量$Z\sim N\left(1,1\right)$，其正态分布密度曲线如图所示，若向正方形$OABC$中随机投掷10000个点，则落入阴影部分的点的个数的估计值为（　）．

附：若$Z\sim N(\mu,\sigma^2)$，

则$P\left(\mu-\sigma<Z\leqslant\mu+\sigma\right)=0.6826$;$P\left(\mu-2\sigma<Z\leqslant\mu+2\sigma\right)=0.9544$;

$P\left(\mu-3\sigma<Z\leqslant\mu+3\sigma\right)=0.9974$



A. 6038　　B. 6587　　C. 7028　　D. 7539

9

若等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_{10}a_{11}+a_9a_{12}=2\mathrm{e}^3$（e为自然对数的底数），则$\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_{20}=$（　）．

A. 20　　B. 30　　C. 40　　D. 50

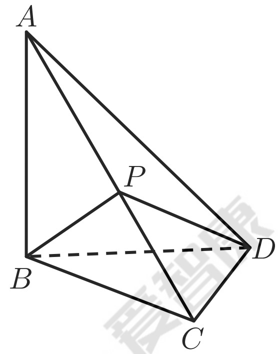
10 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a-3}+\dfrac{y^2}{2-a}=1$，焦点在$y$轴上，若焦距为4，则$a$等于（　）．

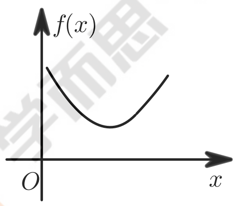
A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 5　　C. 7　　D. $\dfrac{3}{2}$

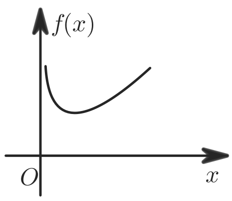
11 11．抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，N为准线上一点，M为y轴上一点，$\angle MNF$为直角，若线段MF的中点E在抛物线C上，则$\triangle MNF$的面积为（　）．

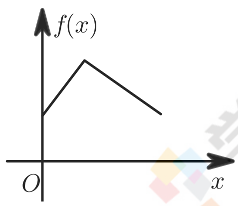
A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

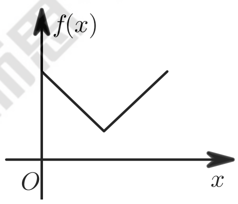
12 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称之为鳖臑，在鳖臑$A-BCD$中，$AB\perp$平面BCD，且$BD\perp CD$，$AB=BD=CD$，点P在棱AC上运行，设CP的长度为x，若$\triangle PBD$的面积为$f(x)$，则$f(x)$的图象大致是（　）．



A. 

B. 

C. 

D. 

二、填空题（共4小题，每小题5分，共20分）

13 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$\vec{a}+\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，则$\cos<\vec{a},\vec{b}>=$______．

14 二项式$\left(ax+\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^6$的展开式第二项系数为$-\sqrt{3}$，则$\int_{-2}^{a} x^2\,\mathrm{d}x$的值为 ______ .

15 将函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$的图象向右平移$m$个单位$(m>0)$，若所得图象对应的函数为偶函数，则$m$的最小值是 ______ .

16 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=c+\dfrac{1}{a_n}$，$1\leqslant a_n\leqslant 4$成立，则$c$的取值范围是 ______ .

三、解答题（本大题共5小题，共60分）

17 $\triangle ABC$内接于半径为R的圆，a，b，c分别是A，B，C的对边，且$2R(\sin^2B-\sin^2A)=(b-c)\sin C$，$c=3$．

（1）求角A的大小．

（2）若AD是BC边上的中线，$AD=\dfrac{\sqrt{19}}{2}$，求$\triangle ABC$的面积．

18 某百货商店今年春节期间举行促销活动，规定消费达到一定标准的顾客可进行一次抽奖活动，随着抽奖活动的有效开展，参与抽奖活动的人数越来越多，该商店经理对春节前7天参加抽奖活动的人数进行统计，y表示第x天参加抽奖活动的人数，得到统计表格如下：

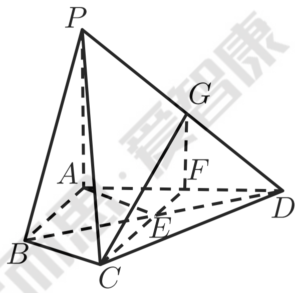
x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	8	8	10	14	15	17

（1）经过进一步统计分析，发现y与x具有线性相关关系，请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出y关于x的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$．

（2）该商店规定：若抽中“一等奖”，可领取600元购物券：抽中“二等奖”可领取300元购物券：抽中“谢谢惠顾”，则没有购物券，已知一次抽奖活动获得“一等奖”的概率为$\dfrac{1}{6}$，获得“二等奖”的概率为$\dfrac{1}{3}$，现有张、王两位先生参与了本次活动，且他们是否中奖相互独立，求此二人所获购物券总金额X的分布列及数学期望．

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\widehat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$，$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i=364$．

19 如图所示四棱锥$P-ABCD$，$PA\perp$平面$ABCD$，$\triangle DAB\cong\triangle DCB$，$E$为线段$BD$上的一点，且$EB=ED=EC=BC$，连接$CE$并延长交$AD$于$F$．



（1）若G为PD的中点，求证：平面$PAD\perp$平面CGF．

（2）若$BC=2$，$PA=3$，求平面BCP与平面DCP所成锐二面角的余弦值．

20 已知椭圆M：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{3}=1(a>0)$的一个焦点为$F(-1,0)$，左右顶点分别为$A$，$B$，经过点$F$的直线$l$与椭圆$M$交于$C$，$D$两点．

（1）求椭圆方程，并求当直线l的倾斜角为45°时，求线段CD的长．

（2）记$\triangle ABD$与$\triangle ABC$的面积分别为S_1和S_2，求$|S_1-S_2|$的最大值．

21 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{x+m}-x^3$，$g(x)=\ln(x+1)+2$．

（1）若曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线斜率为1，求实数m的值．

（2）当$m\geqslant 1$时，证明：$f(x)>g(x)-x^3$．

四、选做题（共2小题，选做一题计10分）

22 在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$(其中$\varphi$为参数)，曲线$C_2$：$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$．以原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（1）求曲线C_1、C_2的极坐标方程．

（2）射线$l:\theta=\alpha(\rho\geqslant 0)$与曲线$C_1$、$C_2$分别交于点$A$，$B$(且$A$，$B$均异于原点$O$)当$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$时，求$|OB|^2-|OA|^2$的最小值．

23 已知函数$f(x)=|2x-a|+|x-1|$，$a\in\mathbf{R}$．

（1）若不等式$f(x)+|x-1|\geqslant 2$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立，求实数a的取值范围．

（2）当$a<2$时，函数$f(x)$的最小值为$a-1$，求实数a的值．