

# 尤溪一中 2018-2019 学年上学期高二理科数学周测（八）答案解析

第 1 题答案 A

第 1 题解析

设双曲线方程为  $\frac{x^2}{2} - y^2 = m$ , 代入点  $(2, -2)$  坐标得:  $\frac{4}{2} - 4 = m = -2$ , 故双曲线的方程为:  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$ .

第 2 题答案 C

第 2 题解析

$P: -1 \leq x \leq 4, Q: 3 - m \leq x \leq 3 + m (m > 0)$  或  $3 + m \leq x \leq 3 - m (m < 0)$ ,

依题意,  $\begin{cases} m > 0 \\ 3 - m \leq -1 \\ 3 + m \geq 4 \end{cases}$ , 或  $\begin{cases} m < 0 \\ 3 + m \leq -1 \\ 3 - m \geq 4 \end{cases}$  解得  $m \leq -4$  或  $m \geq 4$ .

第 3 题答案 C

第 3 题解析

直线恒过定点  $(0, 1)$ , 只要该点在椭圆内部或椭圆上即可, 故只要  $b \geq 1$  且  $b \neq 2$ .

第 4 题答案 B

第 4 题解析

由题设过原点的直线方程为  $y = kx$  与双曲线方程  $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{9} = 1$  联立得:  $(3k^2 - 1)x^2 - 9 = 0$ ,

因为直线与双曲线有 2 个交点, 所以  $\Delta > 0$ , 得:  $36(3k^2 - 1) > 0, 3k^2 - 1 > 0$ , 解得为:  $k > \frac{\sqrt{3}}{3}$  或  $k < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

第 5 题答案 A

第 5 题解析

设弦的两端点为  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 代入椭圆得  $\begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1 \\ \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1 \end{cases}$ , 两式相减得

$\frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{4} + \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{3} = 0$ , 整理得  $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{3}{4}$ ,  $\therefore$  弦所在的直线的斜率为  $\frac{3}{4}$ , 其方程为  $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 1)$ , 整理得  $3x - 4y + 7 = 0$ .

第 6 题答案 B

第 6 题解析

$8kx^2 - ky^2 = 8 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{k}} - \frac{y^2}{\frac{8}{k}} = 1$ , 焦点在  $y$  轴上,  $\therefore k < 0, c^2 = \frac{1}{|k|} + \frac{8}{|k|} = \frac{9}{|k|} = 9 \Rightarrow |k| = 1$ , 又

$k < 0$ , 故  $k = -1$

第 7 题答案 C

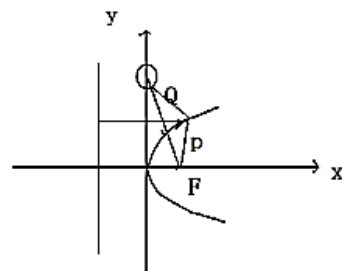
第 7 题解析

由题意知, 短轴顶点离圆上的点距离最近, 所以  $c < b \Rightarrow c^2 < b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow e^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < e < \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

第 8 题答案 D

第 8 题解析

如图, 由已知条件可知道: 点  $P$  到抛物线的准线距离等于点  $P$  到抛物线的焦点  $F$  的距离, 所以点  $P$  到点  $Q$  的距离与点  $P$  到抛物线的准线距离之和的最小值就是点  $P$  到点  $Q$  的距离与点  $P$  到抛物线的焦点距离之和的最小值, 即当且仅当圆心  $D(0, 4)$  与  $P, F$  三点共线时, 距离之和最小值为  $DF - r = \sqrt{1 + 16} - 1 = \sqrt{17} - 1$ , 所以选 D.



第 9 题答案

±4

第 9 题解析

依题意, 可设抛物线方程为  $x^2 = -2py (p > 0)$ , 则  $\frac{p}{2} + 2 = 4 \Rightarrow p = 4, \therefore x^2 = -8y$ , 将点  $M(m, -2)$  代入抛物线方程得,  $m^2 = 16$ , 解得  $m = \pm 4$

---

第 10 题答案

2

第 10 题解析

由已知点  $P$  在  $2a = 6, c = 5$  的双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的右支上, 若直线为  $B$  型直线, 则直线与双曲线必相交, 易知①②为  $B$  型直线.

---

第 11 题答案

(I)  $m < \frac{1}{4}$  且  $m \neq 0$  ;

(II)  $m \in (0, \frac{1}{4})$

第 11 题解析

答案:

(I) 由  $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = mx^2 \end{cases}$  得  $mx^2 - x + 1 = 0$

$\therefore q$  为真命题

方程  $mx^2 - x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根

$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4m > 0$  且  $m \neq 0$

得  $m < \frac{1}{4}$  且  $m \neq 0$  ,

即  $q$  为真命题时  $m < \frac{1}{4}$  且  $m \neq 0$

(II)  $\therefore$  “ $p \wedge q$ ” 为真命题,  $p$ 、 $q$  都是真命题

$\therefore$  方程  $\frac{x^2}{m} + y^2 = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的椭圆

$\therefore 0 < m < 1$

又  $m < \frac{1}{4}$  且  $m \neq 0$  ,

所以此时  $0 < m < \frac{1}{4}$  即 “ $p \wedge q$ ” 为真命题 时  $m \in (0, \frac{1}{4})$

---

第 12 题答案

(1) 椭圆方程为： $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ ;

(2) 直线  $l$  的斜率为： $k = \pm 1$ .

第 12 题解析

(1) 由已知, 可设椭圆方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 则  $a = \sqrt{10}, c = 2$ . 所以

$b^2 = a^2 - c^2 = 10 - 4 = 6$ , 所以椭圆方程为： $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ .

(2) 若直线  $l \perp x$  轴, 则平行四边形  $AOBC$  中, 点  $C$  与点  $O$  关于直线  $l$  对称, 此时点  $C$  坐标为  $C(4, 0)$ . 因为  $4 > \sqrt{10}$ , 所以点  $C$  在椭圆外, 所以直线  $l$  与  $x$  轴不垂直, 故可设直线  $l$  的方程为  $y = k(x - 2)$ , 设点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 则联立

$$\begin{cases} y = k(x - 2) \\ \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1 \end{cases}$$

整理得,  $(3 + 5k^2)x^2 - 20k^2x + 20k^2 - 30 = 0$ , 则由题知： $x_1 + x_2 = \frac{20k^2}{3 + 5k^2}$ ,

$y_1 + y_2 = -\frac{12k}{3 + 5k^2}$ . 因为四边形  $AOBC$  为平行四边形, 所以  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$ , 所以点  $C$  的坐标为

$(\frac{20k^2}{3 + 5k^2}, -\frac{12k}{3 + 5k^2})$ , 代入椭圆方程得： $\frac{(\frac{20k^2}{3 + 5k^2})^2}{10} + \frac{(-\frac{12k}{3 + 5k^2})^2}{6} = 1$ , 解得  $k^2 = 1$ , 所以  $k = \pm 1$ .

第 13 题答案

(1) 见解答

(2)  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

(3) 存在点  $E$ , 且  $E$  为线段  $BC_1$  的中点

第 13 题解析

(1) 证明  $\because AA_1 = A_1C = AC = 2$ , 且  $O$  为  $AC$  的中点,

$\therefore A_1O \perp AC$ .

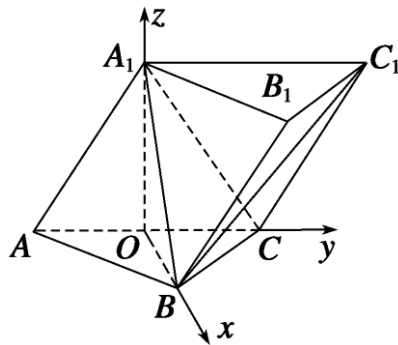
又侧面  $AA_1C_1C \perp$  底面  $ABC$ , 交线为  $AC$ ,  $A_1O \subset$  平面  $AA_1C_1C$ ,

$\therefore A_1O \perp$  平面  $ABC$ .

(2) 解 连接  $OB$ , 如图, 以  $O$  为原点,

分别以  $OB, OC, OA_1$  所在直线为  $x, y, z$  轴, 建立空间直角坐标系,

则由题意可知  $B(1, 0, 0), C(0, 1, 0), A_1(0, 0, \sqrt{3}), A(0, -1, 0)$ .



$\therefore \vec{A_1C} = (0, 1, -\sqrt{3})$ , 设平面  $A_1AB$  的法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$ , 则  $\vec{n} \cdot \vec{AA_1} = \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ , 而

$\vec{AA_1} = (0, 1, \sqrt{3}), \vec{AB} = (1, 1, 0)$ , 可求得一个法向量  $\vec{n} = (3, -3, \sqrt{3})$ ,

$$\therefore \sin \theta = \left| \cos \langle \vec{A_1C}, \vec{n} \rangle \right| = \frac{\left| \vec{A_1C} \cdot \vec{n} \right|}{\left| \vec{A_1C} \right| \cdot \left| \vec{n} \right|} = \frac{6}{\sqrt{21} \times 2} = \frac{\sqrt{21}}{7},$$

故直线  $A_1C$  与平面  $A_1AB$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

(3) 解 存在点  $E$ , 且  $E$  为线段  $BC_1$  的中点.

连接  $B_1C$  交  $BC_1$  于点  $M$ , 连接  $AB_1, OM$ ,

则  $M$  为  $B_1C$  的中点,

从而  $OM$  是  $\triangle CAB_1$  的一条中位线,  $OM \parallel AB_1$ ,

又  $AB_1 \subset$  平面  $A_1AB$ ,  $OM \not\subset$  平面  $A_1AB$ ,

$\therefore OM \parallel$  平面  $A_1AB$ ,

故  $BC_1$  的中点  $M$  即为所求的  $E$  点.

