尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学周测（十二）答案解析

ABAAB, CCBBD　11. $-\frac{1}{2}$　12. $2\sqrt{2}$　13. $\dfrac{100\pi}{3}$　14. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

15. 解：(Ⅰ) 由已知

得 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot BD\cdot \sin B=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

又 $BC=2\sqrt{3}$，$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 得 $BD=\sqrt{3}$

在△BCD中，由余弦定理

得 $CD=\sqrt{BC^2+BD^2-2BC\cdot BD\cdot \cos B}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}}=3$

所以CD的长为3.

(Ⅱ) 在△ABC中，由正弦定理得 $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin A}=\dfrac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，

又由已知得，E为AC中点，∴ AC = 2AE，

所以 $AE\cdot \sin A=\frac{3}{2}$，

又 $\dfrac{DE}{AE}=\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$，

所以 $AE\cdot\sin A=DE\cdot\cos A=\frac{3\sqrt{2}}{2}\cos A$，

得 $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $A=\frac{\pi}{4}$ 即为所求.

16.（Ⅰ）取 AD 的中点 O，连接 MO, NO，

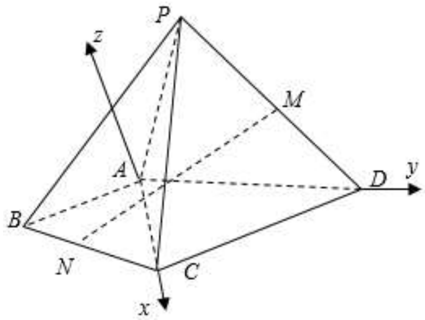
$\because M$ 为 PD 的中点，$\therefore OM//PA$，又$\because OM\not\subset$ 面 PAB，$\therefore OM//$ 面 PAB，

$\because ON//AB$，同理，$ON//$ 面 PAB，

又 $OM\cap ON=O$，$OM\subset$ 面 MNO，$ON\subset$ 面 MNO，

$\therefore$ 面 $MNO//$ 面 PAB，

$\because MN\subset$ 面 OMN，$\therefore MN//$ 面 PAB.



（Ⅱ）(法一）$\because AC\perp$ 面 PAD，$\therefore AC\perp AD$，

以 A 为坐标原点，以 $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ 分别为 x, y 轴的正方向，过 A 垂直于平面 ACD 的直线为 z 轴，如图建立空间直角坐标系，

在 $Rt\Delta ACD$ 中，$AC=2$，$CD=2\sqrt{2}$，$\therefore AD=2$，

$\therefore P\left(0,1,\sqrt{3}\right), D\left(0,2,0\right), M\left(0,\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(1,-1,0\right), C\left(2,0,0\right), N\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},0\right)$，

$\therefore \overrightarrow{MN}=\left(\frac{3}{2},-2,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

设面 PBC 的法向量为 $\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，$\therefore \begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}x-2y-\sqrt{3}z=0\\ x+y=0\end{cases}$，

取 $x=1$，$\therefore y=-1, z=\sqrt{3}$，即 $\vec{n}=\left(1,-1,\sqrt{3}\right)$，

设直线 MN 与面 PBC 所成角为 θ，

$\therefore \sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{MN},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{35}}{35}$.

$\therefore$直线 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{35}}{35}$.

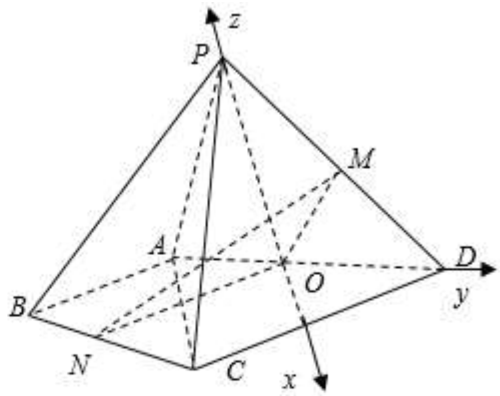
（法二）连接 OP, OE，$\therefore OP\perp OD$，E 为 CD 的中点，O 为 AD 的中点，

$\therefore OE // AC$ $\because AC\perp$ 面 PAD，$\therefore OE\perp$ 面 PAD，$\therefore OE, OP, OD$ 两两互相垂直，

$\therefore$以 O 为坐标原点，以 $\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OP}$ 分别为 x, y, z 轴的正方向，如图建立空间直角坐标系，

$\because AB//CD, AB\perp BC$，$CD=2AB=2BC=2\sqrt{2}$ 可得 $AE=ED=\sqrt{2}$，$\therefore AD=2$，

$\therefore P\left(0,0,\sqrt{3}\right), D\left(0,1,0\right), M\left(0,\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(1,-2,0\right), C\left(2,-1,0\right), N\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2},0\right)$



$\therefore \overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{3}{2},-2,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

设面 PBC 的法向量为 $\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，$\therefore \begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}x-2y-\sqrt{3}z=0\\ x+y=0\end{cases}$，

取 $x=1$，$\therefore y=-1, z=\sqrt{3}$，即 $\vec{n}=\left(1,-1,\sqrt{3}\right)$，

设直线 MN 与面 PBC 所成角为 θ，

$\therefore \sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{MN},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{35}}{35}$.

$\therefore$直线 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{35}}{35}$.