2016年高考新课标Ⅰ卷文数试题参考解析

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷3至5页.

2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.

3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效.

4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设集合 $A=\{1,3,5,7\}$ ， $B=\{x|2\le x\le 5\}$，则 $A\bigcap B=$

（A）{1,3}　（B）{3,5}　（C）{5,7}　（D）{1,7}

【答案】B

【解析】

试题分析：集合 A 与集合 B 公共元素有3，5，故 $A\bigcap B=\{3,5\}$，选B.

(2) 设 $(1+2\mathrm{i})(a+\mathrm{i})$ 的实部与虚部相等，其中 a 为实数，则 a=

（A）−3　（B）−2　（C）2　（D）3

【答案】A

【解析】

试题分析：设 $(1+2i)(a+i)=a-2+(1+2a)i$，由已知，得 $a-2=1+2a$，解得 $a=-3$，选A.

（3）为美化环境，从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中，余下的2种花种在另一个花坛中，则红色和紫色的花不在同一花坛的概率是

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）$\frac{1}{3}$　（D）$\frac{5}{6}$

【答案】A

【解析】

试题分析：将4中颜色的花种任选两种种在一个花坛中，余下2种种在另一个花坛，有6种种法，其中红

色和紫色不在一个花坛的种数有 2 种，故概率为$\frac{1}{3}$，选 A..

（4）△*ABC*的内角 *A*、*B*、*C*的对边分别为 *a*、*b*、*c*.已知$a=\sqrt{5}$，$c=2$，$\cos A=\frac{2}{3}$，则 *b*=

（A）$\sqrt{2}$　（B）$\sqrt{3}$　（C）2　（D）3

【答案】D

【解析】

试题分析：由由余弦定理得$5=b^2+4-2\times b\times 2\times\frac{2}{3}$，解得$b=3$（$b=-\frac{1}{3}$舍去），选 D.

（5）直线 *l* 经过椭圆的一个顶点和一个焦点，若椭圆中心到 l 的距离为其短轴长的$\frac{1}{4}$，则该椭圆的离心率为

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）$\frac{2}{3}$　（D）$\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

试题分析：如图，由题意得在椭圆中，$OF=c, OB=b, OD=\frac{1}{4}\times 2b=\frac{1}{2}b$

在$Rt\Delta OFB$中，$|OF|\times|OB|=|BF|\times|OD|$，且$a^2=b^2+c^2$，代入解得

$a^2=4c^2$，所以椭圆得离心率得：$e=\frac{1}{2}$，故选 B.

（6）若将函数 *y*=2sin（2*x*+$\frac{\pi}{6}$）的图像向右平移$\frac{1}{4}$个周期后，所得图像对应的函数为

（A）*y*=2sin(2*x*+$\frac{\pi}{4}$)　（B）*y*=2sin(2*x*+$\frac{\pi}{3}$)　（C）*y*=2sin(2*x*–$\frac{\pi}{4}$)　（D）*y*=2sin(2*x*–$\frac{\pi}{3}$)

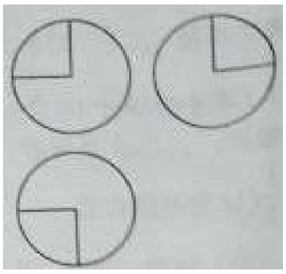
【答案】D

【解析】

试题分析：函数$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的周期为$\pi$，将函数$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图像向右平移$\frac{1}{4}$个周期即$\frac{\pi}{4}$个单位，所得函数为$y=2\sin[2(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{6}]=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，故选 D.

（7）如图，某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互垂直的半径.若该几何体的体积

是 $\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是



（A）17π　（B）18π　（C）20π　（D）28π

【答案】A

【解析】

试题分析：由三视图可知其对应几何体应为一个切去了 $\frac{1}{8}$ 部分的球，所以体积应为 $(\frac{4}{3}\pi r^3)\times\frac{7}{8}=\frac{28\pi}{3}$，所以可得 $r=2$，则此几何体的变面积应为 $\frac{7}{8}$ 个球面，再加上 3 个 $\frac{1}{4}$ 圆，所以表面积为 $(4\pi r^2)\times\frac{7}{8}+3\times(\frac{1}{4}\pi r^2)=17\pi$，故选 A.

（8）若 a>b>0，0<c<1，则

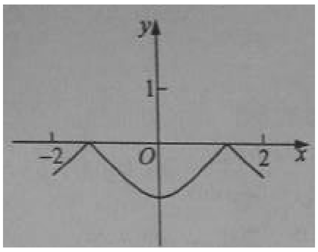
（A）$\log_a c<\log_b c$　（B）$\log_c a<\log_c b$　（C）$a^c<b^c$　（D）$c^a>c^b$

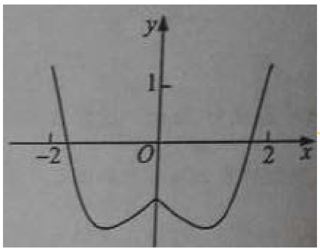
【答案】B

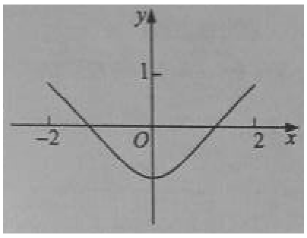
【解析】

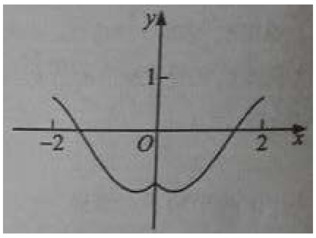
试题分析：对于选项 A：$\log_a c=\frac{\lg c}{\lg a},\log_b c=\frac{\lg c}{\lg b}$，$\because 0<c<1\ \therefore \lg c<0$，而 $a>b>0$，所以 $\lg a>\lg b$，但不能确定 $\lg a$、$\lg b$ 的正负，所以它们的大小不能确定；对于选项 B：$\log_c a=\frac{\lg a}{\lg c},\log_c b=\frac{\lg b}{\lg c}$，而 $\lg a>\lg b$，两边同乘以一个负数 $\frac{1}{\lg c}$ 改变不等号方向所以选项 B 正确;对于选项 C：利用 $y=x^c$ 在第一象限内是增函数即可得到 $a^c>b^c$，所以 C 错误;对于选项 D：利用 $y=c^x$ 在 R 上为减函数易得为错误. 所以本题选 B.

（9）函数 $y=2x^2-e^{|x|}$ 在[－2, 2]的图像大致为

（A）

（B）

（C）

（D）

【答案】D

【解析】

试题分析：函数 f(x)=2x2－e|x| 在[－2, 2]上是偶函数，其图象关于 y 轴对称，因为 $f(2)=8-e^2, 0<8-e^2<1$，所以排除 A, B 选项；当 $x\in[0,2]$ 时，$y'=4x-e^x$ 有一零点，设为 x_0，当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f(x)$ 为减函数，当 $x\in(x_0,2)$ 时，$f(x)$ 为增函数．故选D

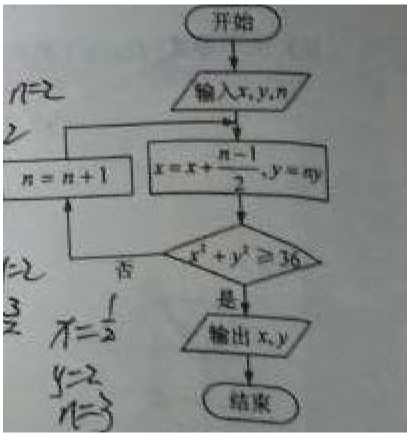
（10）执行右面的程序框图，如果输入的 $x=0, y=1, n=1$，则输出 x, y 的值满足

（A）$y=2x$

（B）$y=3x$

（C）$y=4x$

（D）$y=5x$



【答案】C

【解析】

试题分析：第一次循环：$x=0, y=1, n=2$，

第二次循环：$x=\frac{1}{2}, y=2, n=3$，

第三次循环：$x=\frac{3}{2}, y=6, n=3$，此时满足条件 $x^2+y^2\geq 36$，循环结束，$x=\frac{3}{2}, y=6$，满足 $y=4x$．故选C

（11）平面 α 过正文体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A $\alpha//平面CB_1D_1$，$\alpha\cap 平面ABCD=m$，$\alpha\cap 平面ABB_1A_1=n$，则 m，n 所成角的正弦值为

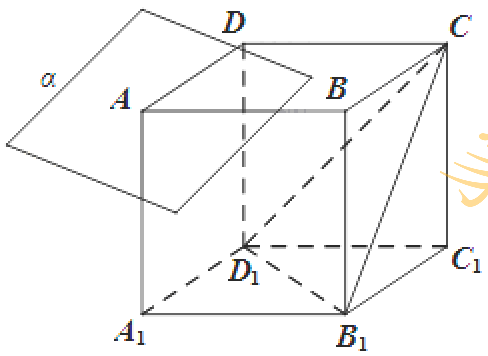
（A）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$（B）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$（C）$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$（D）$\dfrac{1}{3}$

【答案】A

【解析】

试题分析：

如图所示：



$\because \alpha //$ 平面 CB_1D_1，$\therefore$ 若设平面 $CB_1D_1 \cap$ 平面 $ABCD=m_1$，则 $m_1 // m$

又 $\because$ 平面 $ABCD$ // 平面 $A_1B_1C_1D_1$，结合平面 $B_1D_1C \cap$ 平面 $A_1B_1C_1D_1=B_1D_1$

$\therefore B_1D_1 // m_1$，故 $B_1D_1 // m$

同理可得：$CD_1 // n$

故 m 、n 的所成角的大小与 B_1D_1、CD_1 所成角的大小相等，即 $\angle CD_1B_1$ 的大小.

而 $B_1C=B_1D_1=CD_1$（均为面对交线），因此 $\angle CD_1B_1=\dfrac{\pi}{3}$，即 $\sin\angle CD_1B_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 A.

（12）若函数 $f(x)=x-\dfrac{1}{3}\sin 2x+a\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递增，则 a 的取值范围是

（A）$[-1,1]$（B）$\left[-1,\dfrac{1}{3}\right]$（C）$\left[-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right]$（D）$\left[-1,-\dfrac{1}{3}\right]$

【答案】C

【解析】

试题分析：用特殊值法：取 $a=-1$， $f(x)=x-\frac{1}{3}\sin 2x-\sin x$， $f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos 2x-\cos x$ ，但 $f'(0)=1-\frac{2}{3}-1=-\frac{2}{3}<0$ ，不具备在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递增，排除 A，B，D. 故选 C.

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第(13)题~第(21)题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第(22)题~第(24)题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分

（13）设向量 $\boldsymbol{a}$=(x，x+1)，$\boldsymbol{b}$=(1，2)，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 x=______.

【答案】$-\frac{2}{3}$

【解析】

试题分析：由题意，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0, x+2(x+1)=0, \therefore x=-\frac{2}{3}.$

（14）已知 θ 是第四象限角，且 $\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$，则 $\tan(\theta-\frac{\pi}{4})$=________.

【答案】$\frac{3}{4}$

【解析】

试题分析：由题意，

$$\cos(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{4}{5}, \therefore \tan(\theta-\frac{\pi}{4})=\tan(\theta+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2})=-\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{3}{4}. \therefore \tan(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{4}$$

（15）设直线 $y=x+2a$ 与圆 C：$x^2+y^2-2ay-2=0$ 相交于 A，B 两点，若 $|AB|=2\sqrt{3}$，，则圆 C 的面积为_______。

【答案】4π

【解析】

试题分析：圆 $C:x^2+y^2-2ay-2=0$，即 $C:x^2+(y-a)^2=a^2+2$，圆心为 $C(0,a)$，由 $|AB|=2\sqrt{3},C$

到直线 $y=x+2a$ 的距离为 $\dfrac{|0-a+2a|}{\sqrt{2}}$，所以由 $(\dfrac{2\sqrt{3}}{2})^2+(\dfrac{|0-a+2a|}{\sqrt{2}})^2=a^2+2$ 得 $a^2=2$，所以圆的面积为 $\pi(a^2+2)=4\pi$.

（16）某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料。生产一件产品 A 需要甲材料 1.5kg，乙材料 1kg，用 5 个工时；生产一件产品 B 需要甲材料 0.5kg，乙材料 0.3kg，用 3 个工时，生产一件产品 A 的利润为 2100 元，生产一件产品 B 的利润为 900 元。该企业现有甲材料 150kg，乙材料 90kg，则在不超过 600 个工时的条件下，生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为__________元。

【答案】216000

【解析】设生产产品 A、产品 B 分别为 x、y 件，利润之和为 z 元，那么

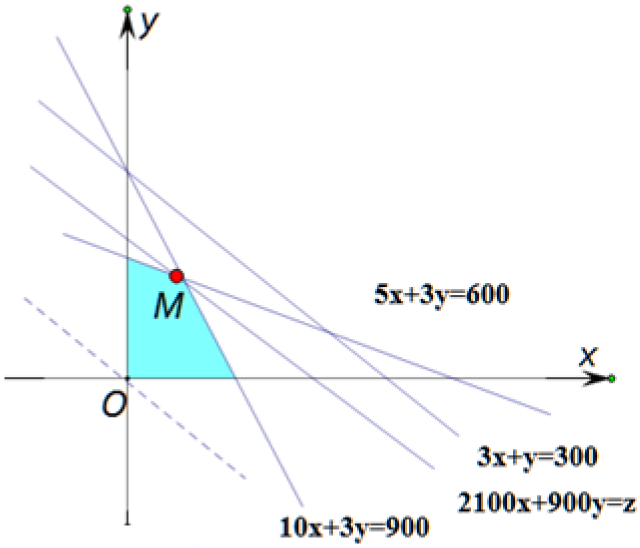
$$\begin{cases}1.5x+0.5y\leqslant 150,\\ x+0.3y\leqslant 90,\\ 5x+3y\leqslant 600,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0.\end{cases}\quad ①$$

目标函数 $z=2100x+900y$.

二元一次不等式组①等价于

$$\begin{cases}3x+y\leqslant 300,\\ 10x+3y\leqslant 900,\\ 5x+3y\leqslant 600,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0.\end{cases}\quad ②$$

作出二元一次不等式组②表示的平面区域（如图），即可行域.



将 $z=2100x+900y$ 变形，得 $y=-\frac{7}{3}x+\frac{z}{900}$，平行直线 $y=-\frac{7}{3}x$，当直线 $y=-\frac{7}{3}x+\frac{z}{900}$ 经过点 M 时，z 取得最大值.

解方程组 $\begin{cases}10x+3y=900\\5x+3y=600\end{cases}$，得 M 的坐标 $(60,100)$.

所以当 $x=60$，$y=100$ 时，$z_{\max}=2100\times60+900\times100=216000$

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$，$b_2=\frac{1}{3}$，$a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$，.

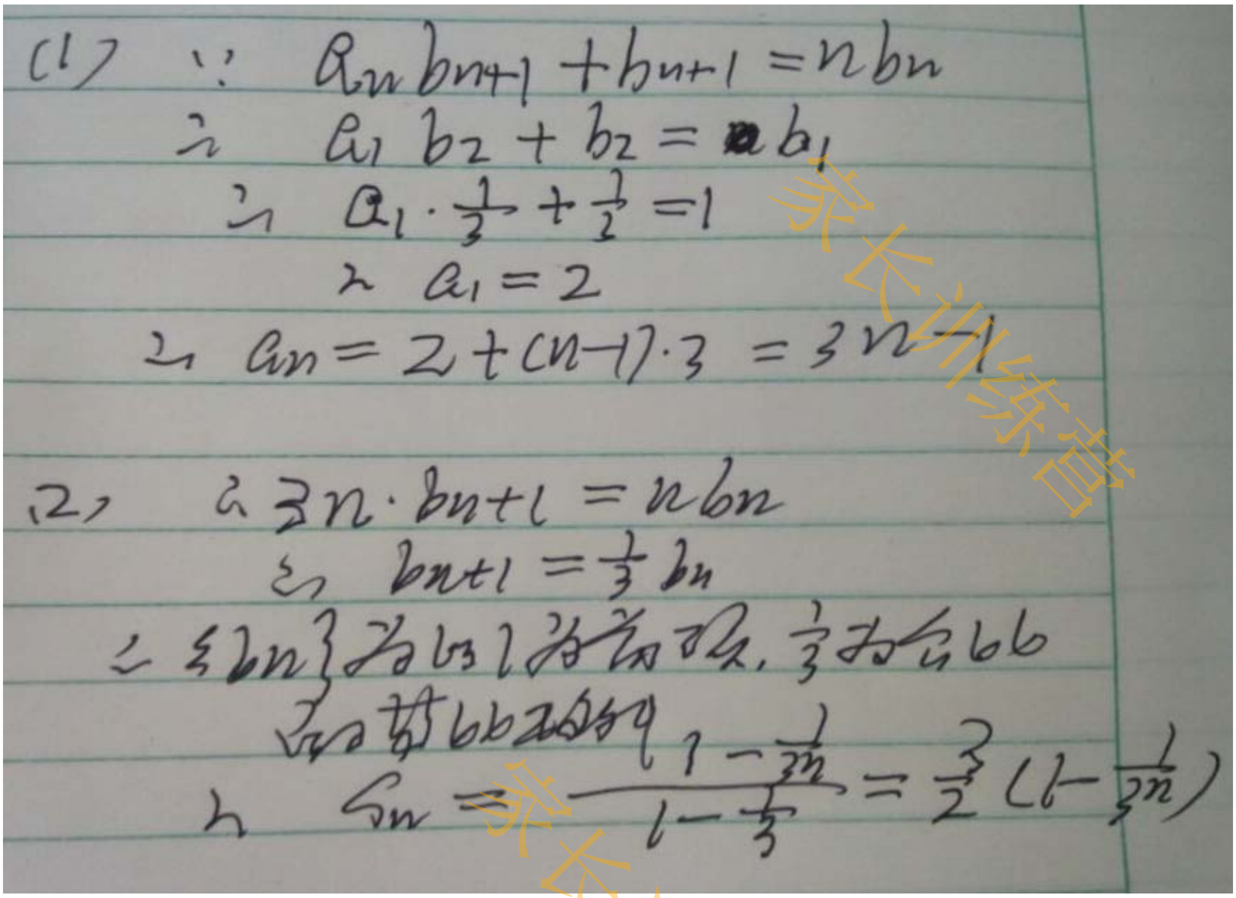
（I）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

【答案】$(1)a_n=3n-1;(2)S_n=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n}).$

【解析】

试题分析：


(1) ∵ $a_n b_{n+1} + b_{n+1} = n b_n$

∴ $a_1 b_2 + b_2 = b_1$

∴ $a_1 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

∴ $a_1 = 2$

∴ $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3 = 3n-1$

(2) 由 $3n \cdot b_{n+1} = n b_n$

∴ $b_{n+1} = \frac{1}{3} b_n$

∴ $\{b_n\}$ 是以1为首项，$\frac{1}{3}$为公比的等比数列

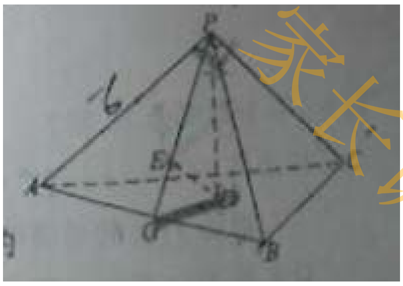
∴ $S_n = \frac{1-\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)$

18.（本题满分 12 分）

如图，在已知正三棱锥 P-ABC 的侧面是直角三角形，$PA=6$，顶点 P 在平面 ABC 内的正投影为点 E，连接 PE 并延长交 AB 于点 G.

（I）证明 G 是 AB 的中点；

（II）在答题卡第（18）题图中作出点 E 在平面 PAC 内的正投影 F（说明作法及理由），并求四面体 $PDEF$ 的体积.

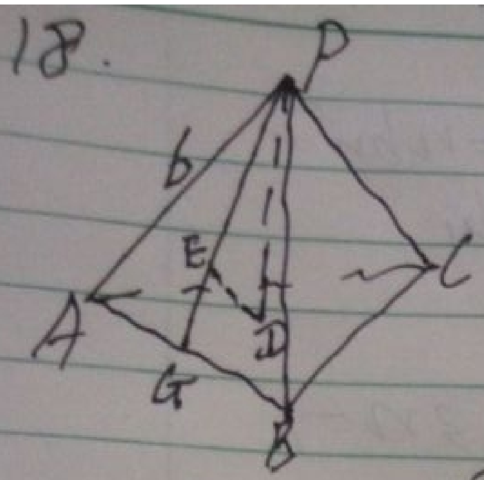


【答案】(I)见解析;(II) $\frac{1}{3}$.

【解析】

试题分析：

18.



(1) 由题意得 D 为正 $\triangle ABC$ 中心.

$\because DP \perp$ 面 ABC

$\therefore PD \perp AB$

$\because DE \perp$ 面 PAB

$\therefore DE \perp AB$

因此：$AB \perp$ 面 PDG

$\therefore AB \perp DG$

$\therefore G$ 为 AB 中点

(2) 作法：

在面 PAB 中过 E 作 $EF \parallel PB$

交 PA 于 F，

$\because PA \perp PB \quad PB \perp PC$

$\therefore PB \perp$ 面 PAC.

$\because PB \parallel EF$

$\therefore EF \perp$ 面 PAC.

$$V_{P-DEF} = \frac{1}{3} \cdot DE \cdot S_{\triangle PFE}$$

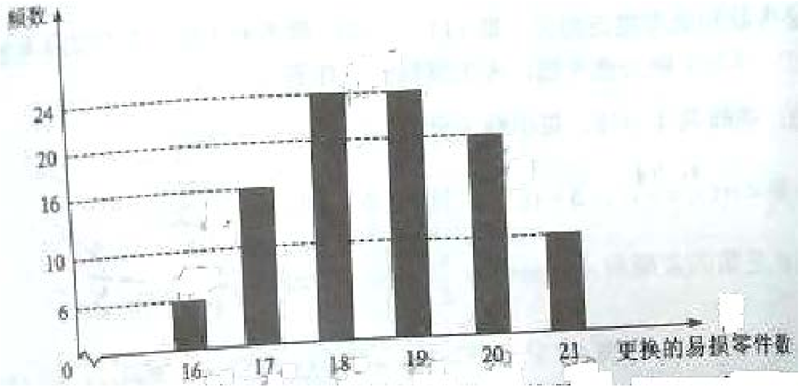
$$= \frac{1}{3} \times DE \times \frac{1}{2} \cdot PF \cdot EF$$

$$= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{3}.$$

（19）（本小题满分 12 分）

某公司计划购买 1 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰. 机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元. 在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元. 现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得下面柱状图：



记 x 表示 1 台机器在三年使用期内需更换的易损零件数，y 表示 1 台机器在购买易损零件上所需的费用（单位：元），n 表示购机的同时购买的易损零件数.

（I）若 n=19，求 y 与 x 的函数解析式；

（II）若要求"需更换的易损零件数不大于 n"的频率不小于 0.5，求 n 的最小值；

（III）假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件，或每台都购买 20 个易损零件，分别计算这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数，以此作为决策依据，购买 1 台机器的同时应购买 19 个还是 20 个易损零件？

【答案】(1) $y=\begin{cases}3800, 0<x\le 19\\ 500x-5700, x>19\end{cases}$; (2)19; (3) 购买 20 个更合理.

【解析】

试题分析：

(Ⅰ) 由题意得

$y=\begin{cases}200\times19 & 0\le x\le 19\\ 200\times19+(x-19)\times500 & x>19\end{cases}=\begin{cases}3800 & 0<x\le19\\ 500x-5700 & x>19\end{cases}$

(Ⅱ) 由柱形图可得:

$P(n\le18)=0.06+0.16+0.24=0.46$

$P(n\le19)=0.46+0.24=0.7$

$\therefore$ n最小值为19

(Ⅲ) 购机时购买19个的费用: $S_1=100\times200\times19+300\times20+300\times2\times10=392000$元; 平均费用 $\bar{x}_1=\frac{392000}{100}=3920$元;

若为20个: $S_2=100\times200\times20+300\times10=403000$元, $\bar{x}_2$

$\therefore \bar{x}_1<\bar{x}_2$

$\therefore$ 购买19个更合理.

(20)(本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l: $y=t(t\neq0)$ 交 y 轴于点 M，交抛物线 C： $y^2=2px(p>0)$ 于点 P，M 关于点 P 的对称点为 N，连结 ON 并延长交 C 于点 H.

(I) 求 $\frac{|OH|}{|ON|}$；

(II) 除 H 以外，直线 MH 与 C 是否有其它公共点？说明理由.

【答案】(1)2;(2)除 H 以外，直线 MH 与 C 无其它公共点.

【解析】

试题分析：

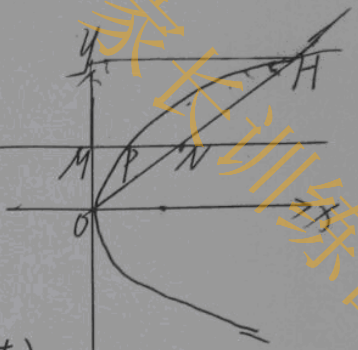
文20.

(I) 如图：易得 $P(\frac{t^2}{2p}, t)$, $N(\frac{t^2}{p}, t)$

则直线 ON 为：$y=\frac{p}{t}x$

与 $y^2=2px$ 联立解得 $H(\frac{2t^2}{p}, 2t)$

$\therefore \frac{|OH|}{|ON|}=\frac{|y_H|}{|y_N|}=\frac{|2t|}{|t|}=2$



(II) 点 $M(0,t)$，$H(\frac{2t^2}{p}, 2t)$ 则直线 MH 为 $y=\frac{p}{2t}x+t$

与 $y^2=2px$ 联立消去 y 得：

$$\frac{p^2}{4t^2}x^2-px+t^2=0$$

$$\therefore \Delta=p^2-4\times\frac{p^2}{4t^2}\times t^2=0$$

$\therefore$ 除 H 以外，直线 MH 与 C 无其它公共点.

（21）（本小题满分 12 分）

$$f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$$

已知函数 .

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(II) 若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

【答案】(I)

综上：当 $a<-\frac{e}{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(-\infty,1)$，$(\ln(-2a),+\infty)$，减区间为 $(1,\ln(-2a))$

当 $a=-\frac{e}{2}$，$f(x)$ 在 R 上为增

当 $-\frac{e}{2}<a<0$，$f(x)$ 增区间为 $(-\infty,\ln(-2a))$，$(1,+\infty)$，减区间为 $(\ln(-2a),1)$

当 $a\geq 0$，$f(x)$ 增区间为 $(1,+\infty)$，减区间为 $(-\infty,-1)$

（II）$a\geq 0$.

【解析】

试题分析：

文21.(I) $f'(x)=(e^x+2a)(x-1)$

① 当 $a\geq 0$ 时：令 $f'(x)=0$，则 $x=1$；令 $f'(x)>0$ 则 $x>1$；令 $f'(x)<0$ 则 $x<1$

∴此时 $f(x)$ 的单调增区间为 $(1,+\infty)$，减区间为 $(-\infty,1)$

② 当 $a<0$ 时：令 $f'(x)=0$ 则 $x=\ln(-2a)$ 或 $x=1$

(i) 当 $\ln(-2a)>1$ 即 $a<-\frac{e}{2}$ 时，令 $f'(x)>0$ 则 $x<1$ 或 $x>\ln(-2a)$；

令 $f'(x)<0$ 则 $1<x<\ln(-2a)$

∴此时 $f(x)$ 增区间为 $(-\infty,1)$，$(\ln(-2a),+\infty)$；减区间为 $(1,\ln(-2a))$

(ii) 当 $\ln(-2a)=1$ 即 $a=-\frac{e}{2}$ 时，此时 $f'(x)\geq 0$ 恒成立

∴此时 $f(x)$ 在 R 上为增

(iii) 当 $\ln(-2a)<1$ 即 $-\frac{e}{2}<a<0$ 时：令 $f'(x)>0$，则 $x<\ln(-2a)$ 或 $x>1$

令 $f'(x)<0$ 则 $\ln(-2a)<x<1$

∴此时 $f(x)$ 增区间为 $(-\infty,\ln(-2a))$，$(1,+\infty)$；减区间为 $(\ln(-2a),1)$

综上：当 $a<-\frac{e}{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(-\infty,1)$，$(\ln(-2a),+\infty)$，减区间为 $(1,\ln(-2a))$

当 $a=-\frac{e}{2}$，$f(x)$ 在 R 上为增

当 $-\frac{e}{2}<a<0$，$f(x)$ 增区间为 $(-\infty,\ln(-2a))$，$(1,+\infty)$，减区间为 $(\ln(-2a),1)$

当 $a\geq 0$，$f(x)$ 增区间为 $(1,+\infty)$，减区间为 $(-\infty,-1)$

(Ⅱ)

①当$a>0$时，由(Ⅰ)得$f(x)$在$x=1$处有唯一极小值，也是$f(x)$在R上的最小值$f(1)=-e<0$，此时$f(x)$一定有两个零点，

②当$a<0$时，在(Ⅰ)中若$a=-\frac{e}{2}$则一定不会有两个零点，只能为来除两种情况，若为第(i)种情况，则$f(x)$只有一个零点不符合；若为第(ii)种情况，则只可能为$f(\ln(-2a))=0$成立才可能，即：

$$[\ln(-2a)-2]\cdot(-2a)+a[\ln(-2a)-1]^2=0$$

设$t=\ln(-2a)$，则上式变为$(t-2)(-2a)+a(t-1)^2=0$

化简得$t^2-4t+5=0$，方程$\Delta<0$无解．所以$f(\ln(-2a))=0$不成立

③当$a=0$时$f(x)$只有一个零点

∴综上所述$f(x)$有两个零点应满足$a>0$.

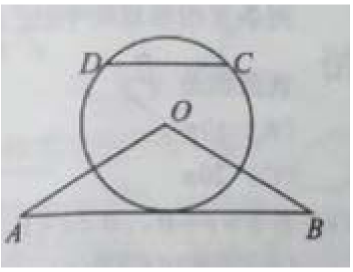
请考生在22、23、24题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，做答时请写清题号

（22）（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

如图，△OAB是等腰三角形，∠AOB=120°．以⊙O为圆心，　　　OA为半径作圆.

(I)证明：直线 AB 与 O 相切；

(II)点 C,D 在⊙O 上，且 A,B,C,D 四点共圆，证明：AB∥CD.



【答案】见解析

【解析】

试题分析：（I）取 AB 中点 P，连接 OP

因为 ΔOAB 是等腰三角形， 所以 $OP\perp AB$

因为 $\angle AOB=120^\circ$，所以 $\angle AOP=\angle BOP=60^\circ$

在 $Rt\Delta APO$ 中， $OP=OA\cos\angle AOP=\frac{1}{2}OA$

所以直线 AB 与⊙O 相切。

（II）设 CD 的中点为 Q，四边形 ABCD 外接圆的圆心为 O'，连接 OC， OD， $O'C$， $O'D$

因为 $OC=OD$，所以 $OQ\perp CD$，因为 $O'C=O'D$，所以 $O'Q\perp CD$，所以 O'， O， Q 三点共线

同理可得 O， O'， P 三点共线，所以 Q， O， O'， P 四点共线

即 PQ 过点 O，且 $PQ\perp AB$， $PQ\perp CD$

（23）（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直线坐标系 xoy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=a\cos t \\ y=1+a\sin t \end{cases}$（$t$ 为参数，a>0）。在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2： $\rho=4\cos\theta$.

（I）说明 C_1 是哪种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程；

（II）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a。

【答案】（I） $\rho^2-2\rho\sin\theta+1-a^2=0$；（II） $a=1$

【解析】

试题分析：（I）由 $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = 1 + a\sin t \end{cases}$（$t$ 为参数）得 $x^2 + (y-1)^2 = a^2$（$a > 0$）

所以曲线 C_1 表示以 $(0,1)$ 为圆心，半径为 a 的圆

由 $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ 得：$x^2 + y^2 - 2y + 1 - a^2 = 0$

因为 $\rho^2 = x^2 + y^2$，$y = \rho\sin\theta$，所以 $\rho^2 - 2\rho\sin\theta + 1 - a^2 = 0$

所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho\sin\theta + 1 - a^2 = 0$

（II）由 $\rho = 4\cos\theta$ 得 $\rho^2 = 4\rho\cos\theta$

因为 $\rho^2 = x^2 + y^2$，$x = \rho\cos\theta$，所以 $x^2 + y^2 - 4x = 0$

所以曲线 C_1 与曲线 C_2 的公共弦所在的直线方程为 $4x - 2y + 1 - a^2 = 0$，即 $y = 2x + \dfrac{1-a^2}{2}$

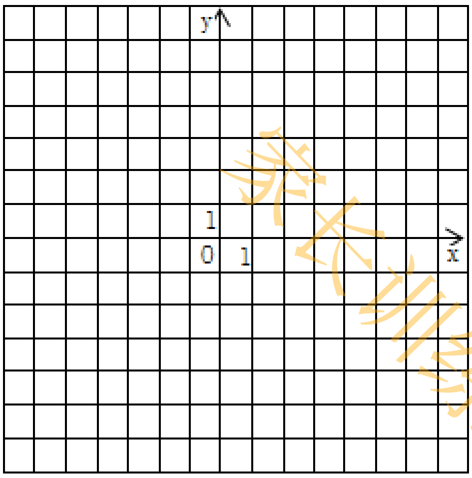
由 $\theta = \alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0 = 2$ 得 $y = 2x$，所以 $\dfrac{1-a^2}{2} = 0$，因为 $a > 0$，所以 $a = 1$

（24）（本小题满分 10 分），选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|-|2x-3|$.

（I）在答题卡第（24）题图中画出 $y=f(x)$ 的图像；

（II）求不等式 $|f(x)|>1$ 的解集。



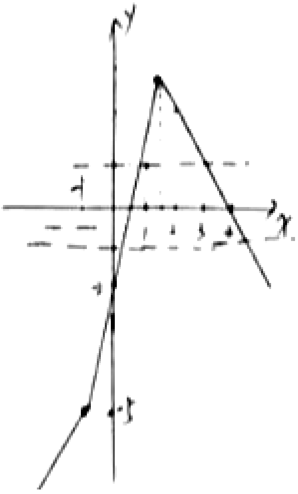
【答案】$\left(-\infty, \dfrac{1}{3}\right) \cup (1,3) \cup (5,+\infty)$

【解析】

试题分析：（I）

$$f(x)=|x+1|-|2x-3|=\begin{cases}x-4, x<-1\\ 3x-2, -1\le x\le \dfrac{3}{2}\\ -x+4, x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

画出 $y=f(x)$ 的图象如图所示：



（II）当 $x<-1$ 时，$|f(x)|=|x-4|>1$，解得 $x>5$ 或 $x<3$，所以 $x<-1$

当 $-1\le x\le \frac{3}{2}$ 时，$|f(x)|=|3x-2|>1$，解得 $x>1$ 或 $x<\frac{1}{3}$，所以 $-1\le x<\frac{1}{3}$ 或 $1<x\le \frac{3}{2}$

当 $x>\frac{3}{2}$ 时，$|f(x)|=|-x+4|>1$，解得 $x>5$ 或 $x<3$，所以 $\frac{3}{2}<x<3$ 或 $x>5$

所以不等式 $|f(x)|>1$ 的解集为 $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup(1,3)\cup(5,+\infty)$.