

# 2018 年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学

本试卷共 23 题，共 150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

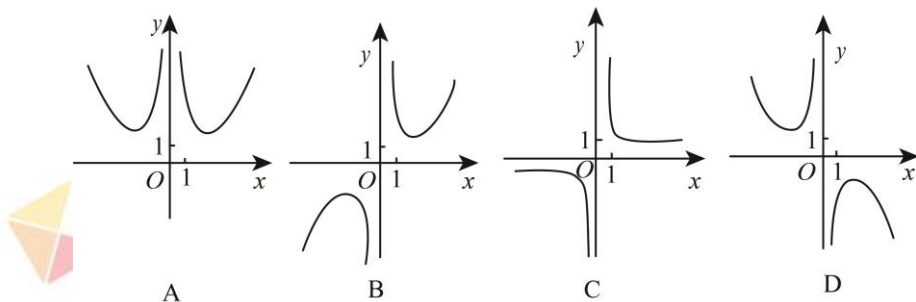
1.  $i(2+3i) = (\quad)$

- A.  $3-2i$       B.  $3+2i$       C.  $-3-2i$       D.  $-3+2i$

2. 已知集合  $A = \{1,3,5,7\}$ ,  $B = \{2,3,4,5\}$  则  $A \cap B = (\quad)$

- A.  $\{3\}$       B.  $\{5\}$       C.  $\{3,5\}$   
D.  $\{1,2,3,4,5,7\}$

3. 函数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$  的图象大致是  $(\quad)$



4. 已知向量  $a, b$  满足,  $|a|=1$ ,  $a \cdot b = -1$ , 则  $a \cdot (2a - b) = (\quad)$

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 0

5. 从 2 名男同学和 3 名女同学中任选 2 人参加社区服务, 则选中的 2 人都是女同学的概率为  $(\quad)$

- A. 0.6      B. 0.5      C. 0.4      D. 0.3

6. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{3}$ , 则其渐近线方程为 ( )

A.  $y = \pm\sqrt{2}x$       B.  $y = \pm\sqrt{3}x$       C.  $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

D.  $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

7. 在  $\triangle ABC$  中,  $\cos\frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $BC = 1$ ,  $AC = 5$ , 则  $AB =$  ( )

A.  $4\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{30}$

C.  $\sqrt{29}$

D.  $2\sqrt{5}$

8. 为计算  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ , 设计了右侧的程序框图,

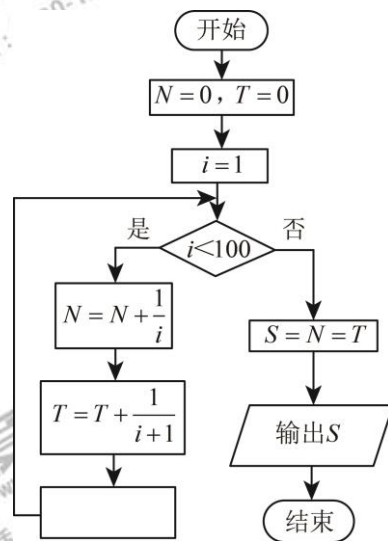
则在空白框中应填入 ( )

A.  $i = i + 1$

B.  $i = i + 2$

C.  $i = i + 3$

D.  $i = i + 4$



9. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, E 为棱  $CC_1$  的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10. 若  $f(x) = \cos x - \sin x$  在  $[0, a]$  是减函数, 则  $a$  的最大值是 ( )

A.  $\frac{\pi}{4}$

B.  $\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{3\pi}{4}$

D.  $\pi$

11. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $C$  的两个焦点,  $P$  是  $C$  上的一点, 若  $PF_1 \perp PF_2$ , 且  $\angle PF_2F_1=60^\circ$ ,

则  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $2-\sqrt{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$       D.  $\sqrt{3}-1$

12. 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x)=f(1+x)$ . 若  $f(1)=2$ ,

则  $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(50)=$  ( )

- A. -50      B. 0      C. 2      D. 50

二、填空题, 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 曲线  $y=2\ln x$  在点  $(1,0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-5 \geq 0 \\ x-2y+3 \geq 0 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z=x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\tan(\alpha - \frac{5\pi}{4}) = \frac{1}{5}$ , 则  $\tan \alpha =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知圆锥的顶点为  $S$ , 母线  $SA, SB$  互相垂直,  $SA$  与圆锥底面所成角为  $30^\circ$ . 若

$\triangle SAB$  的面积为 8, 则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题. 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必答题: 60 分.

17. (12 分)

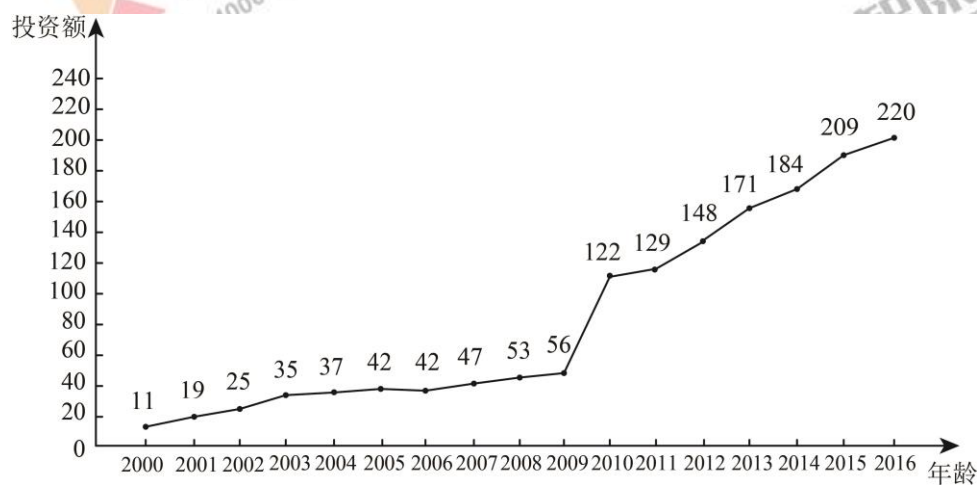
记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_1 = -7$ ,  $S_3 = -15$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $s_n$ ，并求  $s_n$  的最小值.

18. (12分)

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额  $y$  (单位: 亿元) 的折线图.



为了预测改地区 2018 年的环境基础设施投资额, 建立了  $y$  与时间变量  $t$  的两个线性回归模型. 根据 2000 年至 2016 年数据 (时间变量  $t$  的值依次为 1, 2, ..., 7)

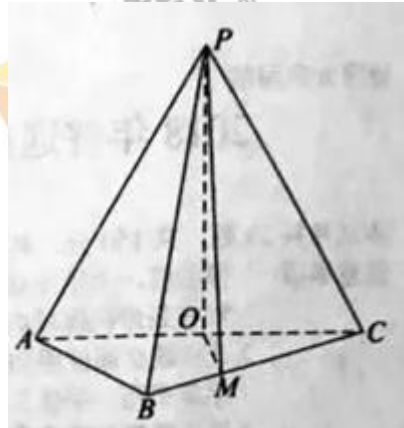
建立模型①:  $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$ ; 根据 2010 年至 2016 年的数据 (时间变量  $t$  的值依次为 1, 2, ..., 7) 建立模型②:  $\hat{y} = 99 + 17.5t$ .

- (1) 分别利用这两个模型, 求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值;
- (2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 并说明理由.

19. (12分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB=BC=2\sqrt{2}$ ,  $PA=PB=PC=AC=4$ ,  $O$  为  $AC$  的中点.

- (1) 证明:  $PO \perp$  平面  $ABC$ ;
- (2) 若点  $M$  在棱  $BC$  上, 且  $MC=2MB$ , 求点  $C$  到平面  $POM$  的距离.



20. (12分)

设抛物线  $C: y^2=4x$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  且斜率为  $k(k>0)$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点.

$|AB|=8$ .

- (1) 求  $l$  的方程;
- (2) 求过点  $A, B$  且与  $C$  的准线相切的圆的方程.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a(x^2 + x + 1)$ .

- (1) 若  $a=3$ , 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 证明:  $f(x)$  只有一个零点.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一部分计分。

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】 (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = 4\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参

数方程为  $\begin{cases} x = 1 + l\cos a \\ y = 2 + l\sin a \end{cases}$  ( $l$  为参数)。

- (1) 求  $C$  和  $l$  的直角坐标方程;
- (2) 若曲线  $C$  截直线  $l$  所得线段的中点坐标为  $(1, 2)$ , 求  $l$  的斜率.

23. 【选修 4-5：不等式选讲】（10 分）

设函数  $f(x) = 5 - |x + a| - |x - 2|$ .

- (1) 当  $a = 1$  时，求不等式  $f(x) \geq 0$  的解集；
- (2) 若  $f(x) \leq 1$ ，求  $a$  的取值范围.