

### 3. 柱下条形基础、筏形 和箱形基础



在开始以土体为承载体的内容以前，先来看看以水体为承载介质的情况，左图为不能承受剪应力的水体，假如不会游泳的话，后果可想而知。

因此有些两栖动物学会了在浅滩上生活，实际承载体是淤泥和软粘土。这只公鸡学习能力特别强，总想鸡立鹤群，于是就有了这样一个柱下扩展独立基础。——**刚性基础**





动物再聪明也比不过人，西方人发明的图中的皮划艇，既能承载又能快速滑行，阻力非常小。但易于倾覆。——条形基础

我们发明的竹筏显然可以承载更多的人。稳定性也好，就是速度有些差强人意。——筏形基础





还有承载能力更强悍的。  
就是造价高，没有别的什么缺点了 ——箱形基础

最终返回到土体中讨论基础的设计与计算问题

## 内容提要

- ✓ **3.1** 概述
- ✓ **3.2** 弹性地基上梁的分析
- ✓ **3.3** 柱下条形基础的常用计算方法
- ✓ **3.4** 筏形基础设计计算方法
- ✓ **3.5** 箱形基础设计计算方法



## 3.1 概 述

- ✓柱下条形基础、筏形和箱形基础也称为**连续基础**：是指在柱下连续设置的单向或双向条形基础，或底板连续成片的筏板基础和箱型基础。
- ✓常在以下情况中使用：
  - 需要较大的底面积去满足**地基承载力要求**，此时可将扩展式基础的底板连接成条或片。
  - 需要利用连续基础的刚度去调整地基的**不均匀变形**，或**改善建筑物的抗震性能**。
  - 建筑物的**功能需要**设置连续的底板时，例如地下室、船坞、储液池等。

## 3.1 概 述

- 优点：**埋深较大、可提高地基承载力、增大基础抗滑稳定性、并可利用补偿作用减小基底附加应力、减轻不均匀沉降、减小上部结构次应力、提供地下空间
- 缺点：**技术要求与造价较高、施工中需处理大基坑、深开挖等问题，且箱基的地下空间利用不灵活

## 3.1 概 述

**连续基础**高度方向的尺寸远小于其它两个方向的尺寸，可以把它们看成地基上的**梁板结构**。当上部结构的荷载通过基础传到地基上时，地基土对基础底面产生反力，在结构荷载和地基反力的共同作用下，连续基础发生**挠曲**，并产生内力。连续基础的挠曲曲线特征、基底反力和基础内力的分布是上部结构、基础和地基相互作用的结果，应该按三者共同工作的分析方法求得。但这样的设计方法非常复杂。

### ■计算方法：

- ✓若按常规设计方法（仅满足静力平衡条件），误差较大；
- ✓应考虑上部结构—基础—地基相互作用，采用适当方法；
- ✓可仅考虑**地基—基础相互作用**，采用弹性地基上的梁、板模型计算——如文克尔弹性地基上梁计算模型等。



**常规设计法**：在目前工程设计中，既不遵循上部结构与基础的变形协调条件，也不考虑地基与基础的相互作用，即将上部结构、基础、地基分别按隔离体对待，上部结构与基础接触处的内力作为外荷载（一般为支座反力），作用于上部结构或基础上（方向相反），支座反力取决于基础与上部结构的连接方式，可按铰接或固接求解，地基反力一般按简化法直线分布计算，按此进行基础设计的方法称为常规设计。这种方法一般用于浅基础（如扩展基础、双柱联合基础）的设计计算，同时也经常用于许多连续基础的初步设计。**特点**：计算简单，只满足静力平衡条件，忽略三者受荷后变形的连续性，不经济、不合理。

**共同作用设计方法（概念设计或合理设计）**：地基、基础和上部结构之间实际上是互相影响、互相制约的，基础内力和地基变形除与基础刚度、地基土性质有关外，还与上部结构的荷载和刚度有关。它们在荷载作用下应满足变形协调条件，这种考虑上部结构、地基与基础相互影响并满足变形协调条件的设计方法称为共同作用设计方法，它是地基基础设计理论的发展方向。**特点**：不仅考虑地基与基础的相互作用，同时粗略考虑上部结构刚度的影响。

**地基上梁板的算法**：采用弹性地基上的梁、板模型计算——如文克尔弹性地基上梁计算模型等。通常柱下条形基础、筏板基础及箱形基础等连续基础可采用此方法。**特点**：仅考虑地基与基础的相互作用，建立既满足静力平衡条件又满足地基与基础接触面上的变形协调条件的地基应力与应变关系式，直接或近似求解基础内力。

## 3.2 弹性地基上梁的分析

### ■ 基本假定

- ✓ 变形协调：计算前后基底与地基不脱离
- ✓ 静力平衡：基础在外荷和基底反力作用下满足静力平衡

- 文克尔(Winkler,1867) 假定土体表面任一点压力强度 $p$ 仅与该点竖向位移 $s$ 成正比（这一假设忽略了地基土中剪应力的存在。一般认为力学性质与水相近的地基，如：软土地基用文克勒地基模型最合。）

$$p = k \cdot s$$

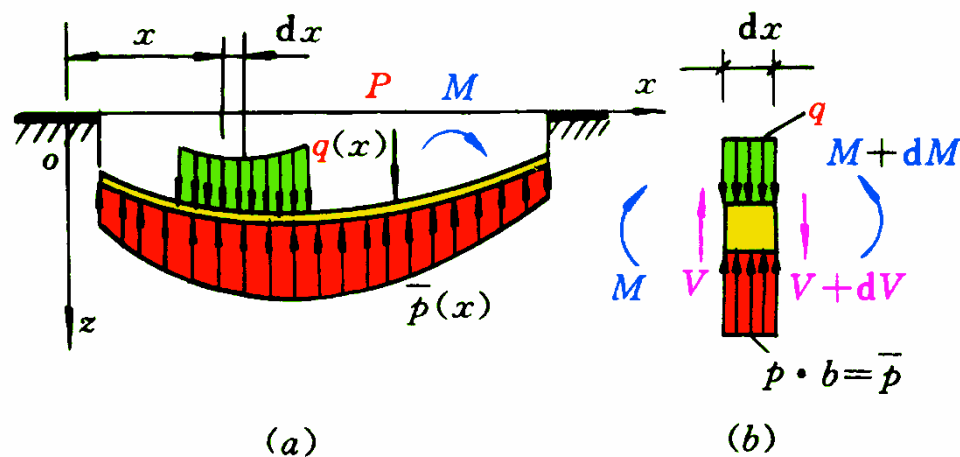
$k$ —地基抗力系数或基床系数， $\text{kN/m}^3$ ，可查表1-12及1-13(P.25)

## 3.2 弹性地基上梁的分析

### ■ 微分方程及其解答

梁底反力为 $p$ (kPa)，梁宽为 $b$ (m)，梁底反力沿长度方向的分布为 $pb$ (kN/m)，梁和地基的竖向位移为 $\omega$ ，取微段梁元素 $dx$ ，其上作用分布荷载 $q$ 和梁底反力 $pb$ 及相邻截面作用的弯矩 $M$ 和剪力 $V$ ，根据梁元素上竖向力的静力平衡条件可得 $dV=bp-q$ ，又 $V=dM/dx$ ，所以 $d^2M/dx^2=bp-q$ ，由材料力学得梁的挠曲微分方程 $EI (d^4 \omega / dx^4) = -M$ ：

$$EI \frac{d^4 \omega}{dx^4} = -\frac{d^2 M}{dx^2} = -bp + q$$



文克尔地基上梁的分析简图  
(a) 分析简图；(b) 截面受力分析

## 3.2 弹性地基上梁的分析

根据接触条件，沿梁全长的地基沉降应与梁的挠度相等，同时引入文克尔假设， $p = k \cdot s$  对梁的无荷载部分  $q=0$ ，设  $\lambda = \sqrt[4]{bk/4EI}$ ，即可得到文克尔地基上梁挠曲微分方程。

$$EI \frac{d^4 \omega}{d x^4} = -\frac{d^2 M}{d x^2} = -bp + q \quad \Rightarrow \quad EI \frac{d^4 \omega}{d x^4} = -bk\omega + q \quad \Rightarrow \quad \frac{d^4 \omega}{d x^4} + 4 \lambda^4 \omega = 0$$

式中 $\lambda$ 与梁抗弯刚度和基床系数有关，称为弹性地基梁的弹性特征，量纲为 $m^{-1}$ ，故其倒数 $1/\lambda$ 称为特征长度，特征长度越大，梁的刚度越大， $\lambda$ 值是影响挠曲线形状的一个重要因素。四阶微分方程的通解为：

$$w(x) = e^{\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) \quad \text{求解对象要清楚}$$

式中： $C_1, C_2, C_3, C_4$ ——待定系数，根据荷载及边界条件确定。

$\lambda l$  ——无量纲数。 $\lambda l$  反映梁对地基相对刚度。同一地基， $l$  愈长，即 $\lambda l$  值愈大，表示梁的柔性愈大、故称 $\lambda l$  为柔度指数。

## 3.2 弹性地基上梁的分析

### ■ 梁的分类 (梁的挠度随其位置与作用点距离迅速衰减)

- ✓ 短梁(刚性梁) :  $\lambda l < \pi / 4$ ;
- ✓ 有限长梁:  $\pi / 4 < \lambda l < \pi$
- ✓ 无限长梁:  $\lambda l > \pi$

掰断甘蔗

### ■ 分类求解及其解答

- ✓ 集中荷载下的无限长梁解答 (式3-8)
- ✓ 集中力偶作用下的无限长梁解答 (式3-10)
- ✓ 集中力作用下的半无限长梁解答 (式3-11)
- ✓ 力偶作用下的半无限长梁解答 (式3-12)
- ✓ 有限长梁解答 (式3-14)
- ✓ 短梁 (刚性梁)

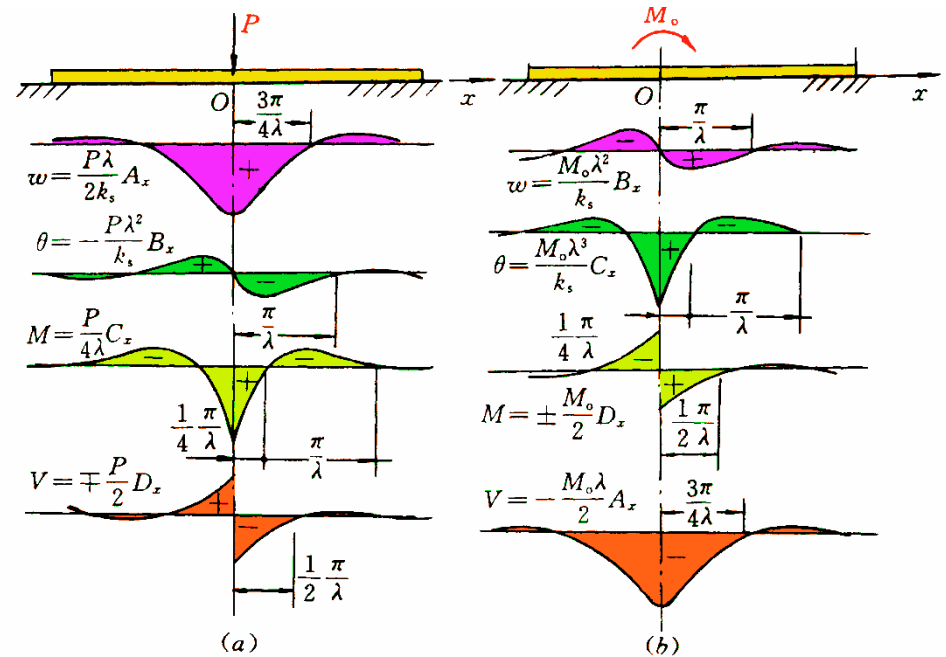
# 文克尔地基上无限长梁的解

1. 无限长梁上受集中力 $P$ 作用，以作用点为坐标原点，则梁对称，边界条件有：

- ①当 $x \rightarrow \infty$ 时，  $w = 0$
- ②当 $x=0$ 时，  $dw/dx = 0$
- ③当 $x=0$ 时，  $V = -P/2$

2. 无限长梁上作用一集力偶 $M_0$ 时，边界条件有：

- ①当 $x \rightarrow \infty$ 时，  $w = 0$
- ②当 $x=0$ 时，  $w = 0$
- ③当 $x=0$ 时，  $M = -M_0/2$



文克尔地基上无限长梁的挠度和内力  
(a) 集中力作用；(b) 集中力偶作用

$$A_x = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x),$$

$$C_x = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \sin \lambda x),$$

$$B_x = e^{-\lambda x} \sin \lambda x$$

$$D_x = e^{-\lambda x} \cos \lambda x$$

根据边界条件求得待定系数，即可得到任意一个梁截面上的**挠度 $w$** 、**转角 $\theta = dw/dx$** 、**弯矩 $M = -EI (d^2w/dx^2)$** 、**剪力 $V = -EI (d^3w/dx^3)$** 、**基地反力 $p = kw$** 。 $A_x$ 、 $B_x$ 、 $C_x$ 、和 $D_x$ 均为 $\lambda x$ 的函数，其值可由 $\lambda x$ 计算或从有关设计手册中查取。若有多个荷载作用于无限长梁时，可用叠加原理求得其内力。

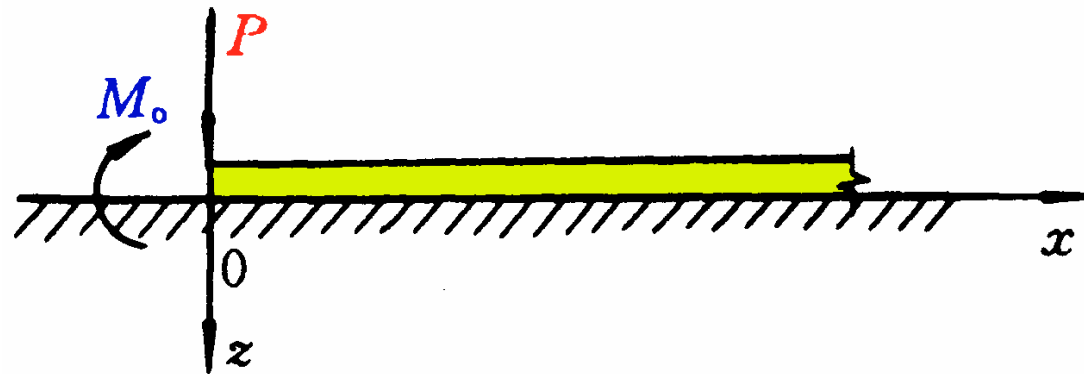


## 文克尔地基上半无限长梁的解

半无限长梁上受作用于坐标原点的集中力 $P$ 和集力偶 $M_0$ ，则边界条件有：

- ①当 $x \rightarrow \infty$ 时，  $w = 0$
- ②当 $x=0$ 时，  $M = M_0$
- ③当 $x=0$ 时，  $V = -P$

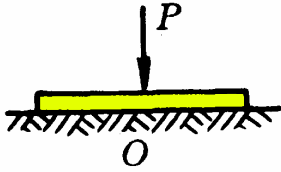
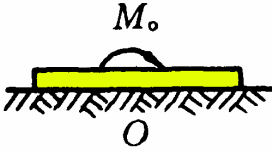
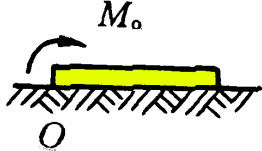
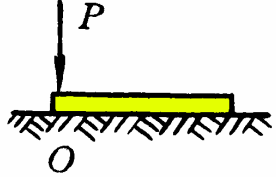
可求出任意一个梁截面上的扰度 $w$ 、转角 $\theta$ 、弯矩 $M$ 、剪力 $V$ 、基底反力 $p$ 。



梁端有集中荷载的半无限长梁

# 文克尔地基上半无限长梁的解

无限长梁与半无限长梁的计算式

|          | 无限长梁   |  | 半无限长梁   |  |
|----------|--|--|---|--|
|          | <p>受集中力 <math>P</math></p>  | <p>受力偶 <math>M_0</math></p>  | <p>梁端受力偶 <math>M_0</math></p>  | <p>梁端受集中力 <math>P</math></p>  |
| $w$      | $\frac{P\lambda}{2k_s} A_x$  | $\pm \frac{M_0\lambda^2}{k_s} B_x$   | $-\frac{2M_0\lambda^2}{k_s} C_x$  | $\frac{2P\lambda}{k_s} D_x$  |
| $\theta$ | $\mp \frac{P\lambda^2}{k_s} B_x$   | $+\frac{M_0\lambda^3}{k_s} C_x$  | $\frac{4M_0\lambda^3}{k_s} D_x$   | $-\frac{2P\lambda^2}{k_s} A_x$   |
| $M$      | $\frac{P}{4\lambda} C_x$   | $\pm \frac{M_0}{2} D_x$  | $M_0 A_x$   | $-\frac{P}{\lambda} B_x$   |
| $V$      | $\mp \frac{P}{2} D_x$  | $-\frac{M_0\lambda}{2} A_x$  | $-2M_0\lambda B_x$  | $-P C_x$   |

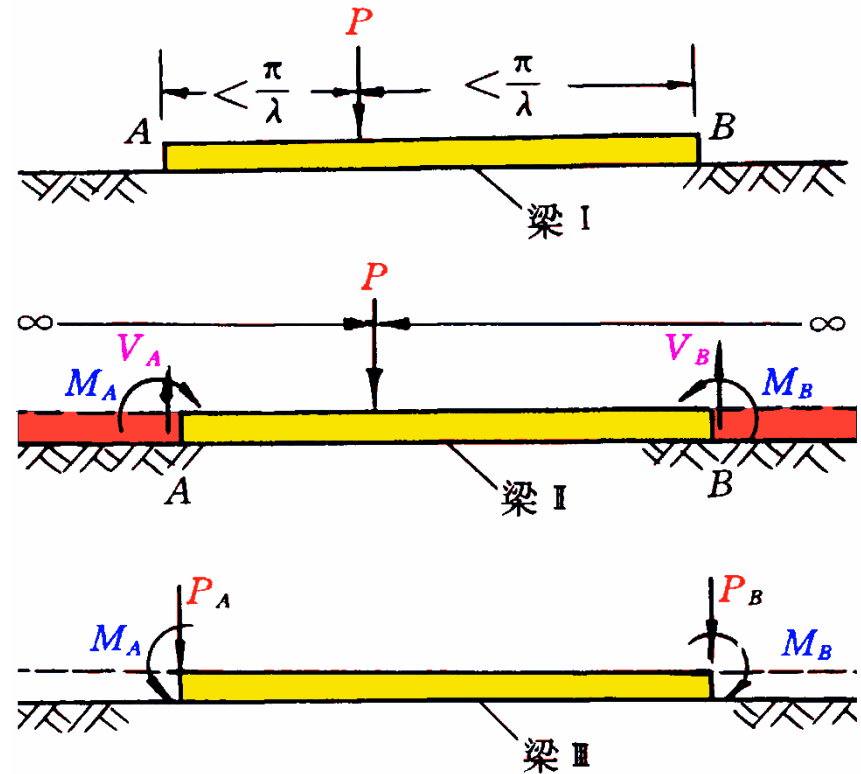
# 文克尔地基上有限长梁的解

有限长梁求解方法是利用无限长梁与半无限长梁的解答，运用叠加原理求解。可按如下方法进行：

1. 将梁I两端无限延伸，成无限长梁II，按无限长梁方法解梁的内力相位移，并求得在原来梁I的两端A、B处产生的内力 $M_A$ 、 $V_A$ 和 $M_B$ 、 $V_B$ 。

2. 将梁I两端无限延长，但在A、B处分别加上反向的 $M_A$ 、 $P_A$ (即 $V_A$ )，与 $M_B$ 、 $P_B$ (即 $V_B$ )，恰好抵消两侧梁长对中间AB段的影响，得梁III。

3. 将梁II与梁III计算结果叠加就得到有限长梁AB在荷载P作用下的内力和位移。



有限长梁内力、位移计算

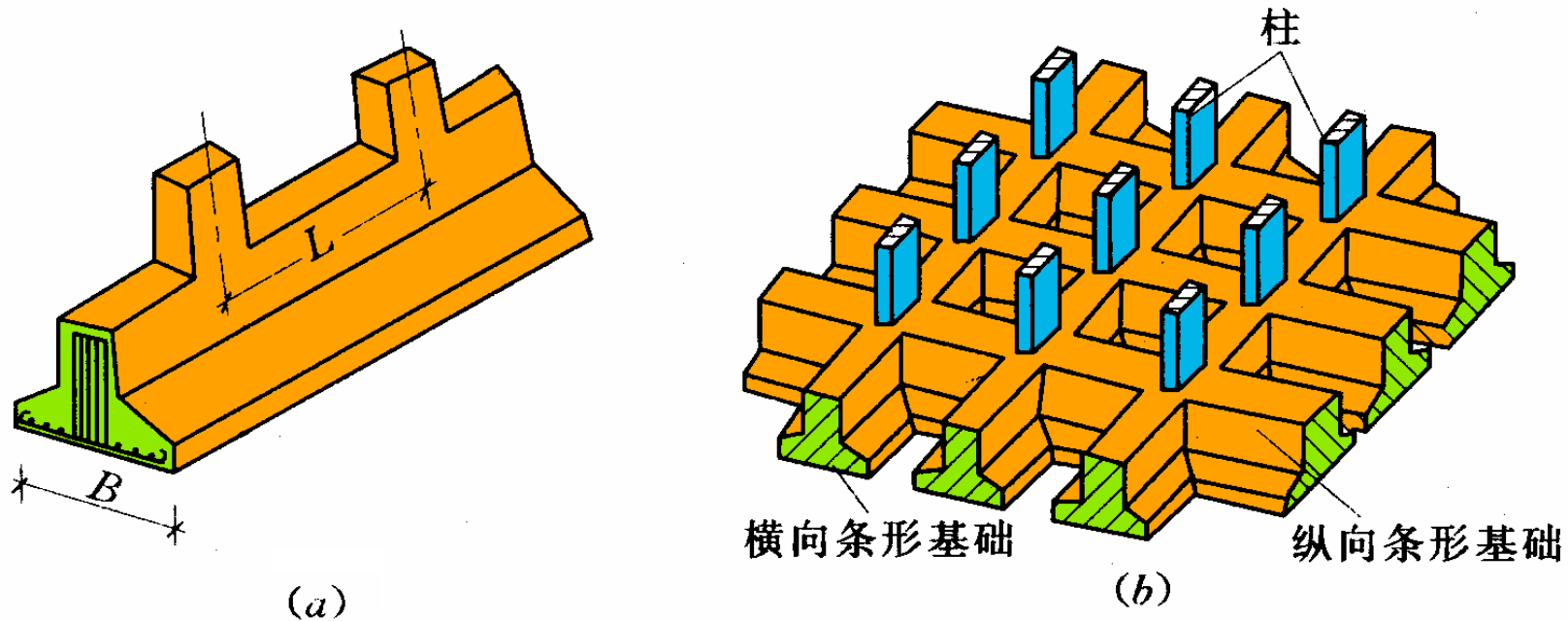
**注意：**由于 $M_A$ 、 $P_A$ 和 $M_B$ 、 $P_B$ 是为了在梁II上实现梁I的边界条件所必需的附加荷载，所以叫做**梁端边界条件力**。

## 文克尔地基上短梁的解

**短梁**：当梁的长度 $l \leq \pi/4$ 时，梁的相对刚度很大，其挠曲很小，可以忽略不计，称为短梁或刚性梁。这类梁发生位移时，是平面移动，一般假设基底反力按直线分布，可按**静力平衡条件求得**，其截面弯矩及剪力也可由静力平衡条件求得。

### 3.3 柱下条形基础

条形基础可以沿柱列单向平行配置，也可以双向相交于柱位处形成交叉条形基础，条形基础的设计包括：基础底面宽度的确定、基础长度的确定、基础高度及配筋计算，并满足一定的构造要求。



(a)

(b)

(a) 柱下单向条形基础；(b) 十字交叉条形基础；

## 3.3.1 构造要求

柱下条形基础的构造见图3-5 P61。其横截面一般做成倒T型，下部伸出部分称为翼板，中间部分称为肋梁。其构造要求如下：

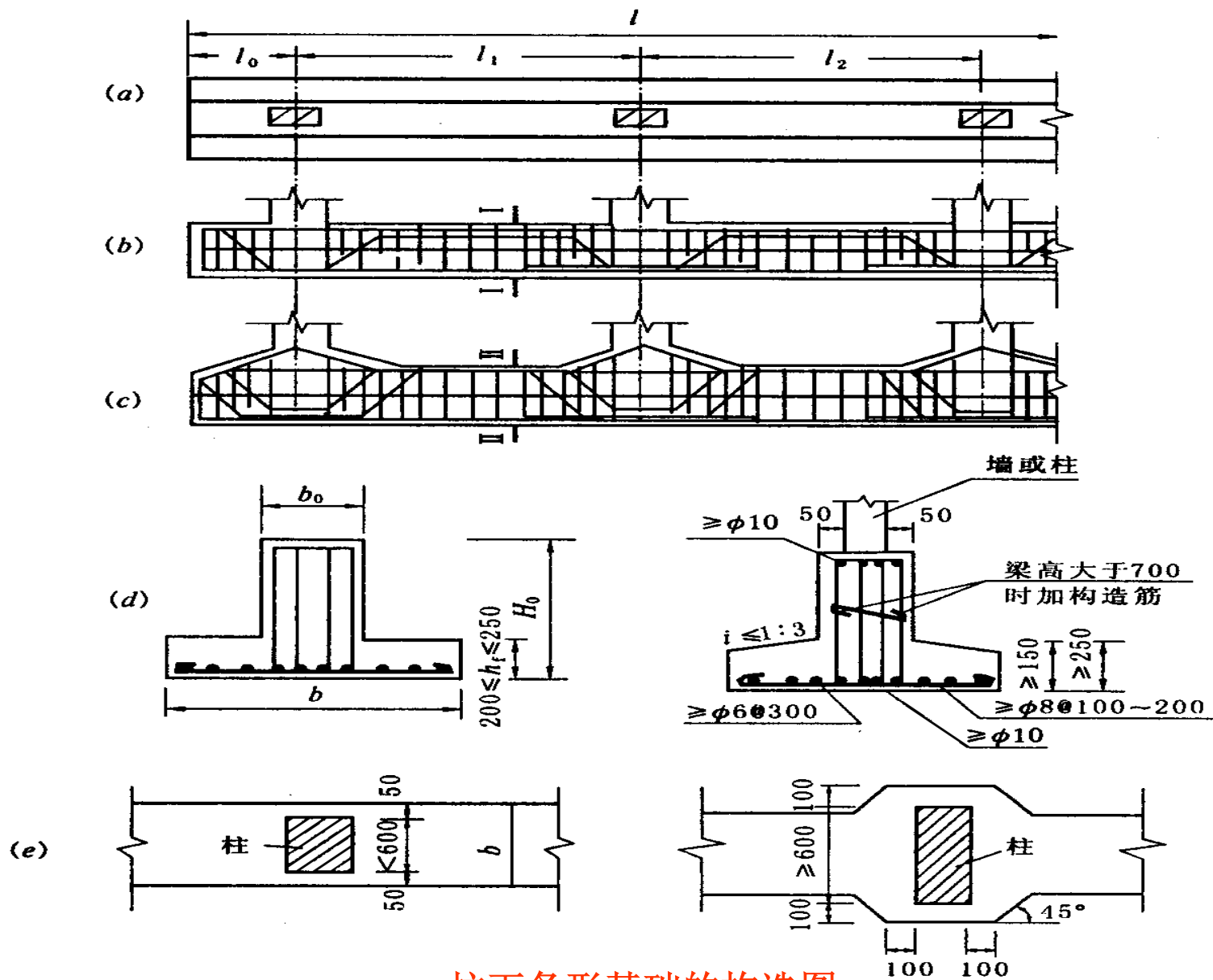
- (1) 翼板厚度 $h_f$ 不宜小于200mm，当 $h_f=200\sim 250\text{mm}$ 时，翼板宜取等厚度；当 $h_f>250\text{mm}$ 时，可做成坡度 $i\leq 1:3$ 的变厚翼板，当柱荷载较大时，可在柱位处加腋，以提高梁的抗剪切能力，翼板的具体厚度尚应经计算确定。翼板宽度 $b$ 应按地基承载力计算确定。
- (2) 肋梁高度 $H$ 应由计算确定，初估截面时，宜取柱距的 $1/8\sim 1/4$ ，肋宽 $b_0$ 应由截面的抗剪条件确定，且应满足构造图中要求。
- (3) 为了调整基础底面形心的位置，以及使各柱下弯矩与跨中弯跨均衡以利配筋，条形基础两端宜伸出柱边，其外伸悬臂长度 $l_0$ 宜为边跨柱距的 $1/4\sim 1/3$ 。



## 3.3.1 构造要求

P60

- (4) 条形基础肋梁的纵向受力钢筋应按计算确定，肋梁上部纵向钢筋应通长配置，下部的纵向钢筋至少应有**2~4根**通长配置，且其面积不得少于底部纵向受力钢筋面积的**1/3**。当肋梁的腹板**高度 $\geq 450\text{mm}$** 时，应在梁的两侧沿高度配置直径大于**10mm**纵向构造腰筋，每侧纵向构造腰筋（不包括梁上、下部受力架立钢筋）的截面面积不应小于梁腹板截面面积的**0.1%**，其间距**不宜大于200mm**。肋梁中的箍筋应按计算确定，箍筋应做成封闭式。当肋梁宽度 **$b_0 < 350\text{mm}$** 时，可用**双肢箍**；当 **$350\text{mm} < b_0 < 800\text{mm}$** 时，可用**四肢箍**；当 **$b_0 > 800\text{mm}$** 时，可用**六肢箍**。箍筋直径**6~12mm**，间距**50~200mm**，在距柱中心线为**0.25~0.30**倍柱距范围内箍筋应加密布置。底板受力钢筋按计算确定，直径**不宜小于10mm**，间距为**100mm~200mm**。
- (5) 条形基础用混凝土强度等级不宜低于**C20**，垫层为**C10**，其厚度宜为**70mm~100mm**。



柱下条形基础的构造图

图3-5 P61

## 3.3.2 柱下条基的计算

P62

### ■ 计算内容与方法

- ✓ **基底尺寸确定**：按构造定基长 $l$ ，按地基承载力定基宽 $b$ ，并力使基础形心与荷载合力重心重合，地基反力均匀分布
- ✓ **横向翼板计算**：按悬臂板，由抗剪定其厚度，按抗弯配筋
- ✓ **纵向梁内力分析4(2)种**：常用**静定分析法**和**倒梁法**简化计算法

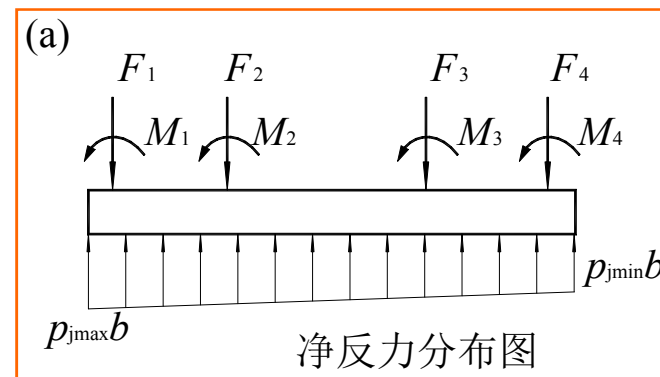
### ◆ 静定分析法

- **做法**：假定基底反力线性分布，求基底净反力 $p_j$ ，按静力平衡求任意截面的 $V$ 及 $M$ 并绘图，以此进行抗剪计算及配筋。
- **特点**：不考虑基础与上部结构相互作用，整体弯曲下所得截面最大弯矩绝对值一般偏大，故只**宜用于**上部为柔性结构、且基础自身刚度较大的条基及联合基础

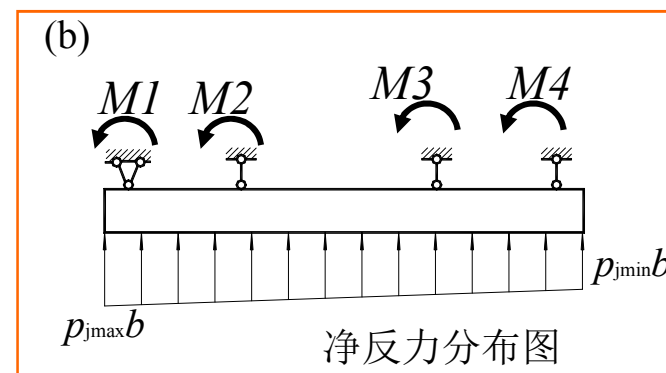
## 3.3.2 柱下条基的计算

### ◆ 倒梁法

- 前提：刚性梁，基底反力直线分布
- 按设计要求拟定基础尺寸和荷载；
- 计算基底净反力分布；
- 确定计算简图：以柱端为不动铰支的多跨连续梁，基底净反力为荷载；
- 用弯矩分配法计算弯矩分布，根据支座弯矩及荷载，以每跨为隔离体求出支座反力，并绘制剪力分布图；
- 调整及消除支座的不平衡力；
- 叠加逐次计算结果，求最终内力分布



基底反力分布



按连续梁求内力

图 3.2 倒梁法简图 24

## 3.3.2 柱下条基的计算

### ◆ 倒梁法：

- **主要缺点：**忽略了梁整体弯曲所产生的内力以及柱脚不均匀沉降引起上部结构的次应力，误差较大，且偏于不安全
- **存在问题：**
  - 计算所得反力 $R_i$ 与原荷载 $F_i$ 不相等；
  - 由于 $F$ 与 $p$ 已知，故按静定结构也可求出内力，且结果与连续梁不一致；
  - 没有考虑地基土和梁的挠曲变形影响，导致软土偏于危险，好土过于安全
- **适用对象：**地基比较均匀，上部结构刚度较好，荷载分布较均匀，且基础梁接近于刚性梁（梁高大于柱距的 $1/6$ ）

## 3.3.2 柱下条基的计算

P71

- ◆ 链杆法—弹性半空间地基上梁的简化计算（自学）
  - **基本思路：**将连续支承于地基上的梁简化为用有限个链杆支承的梁，以阶梯形反力逼近实际反力，再将每段分布力用集中力代替。将无数支点的超静定问题变为若干个弹性支座上的连续梁，再用结构力学方法求解。
  - **主要特点：**应用较广，适用于任何荷载及梁断面变化情况；以阶梯型反力代替连续反力有误差，计算较繁。



## 3.3.2 柱下条基的计算

- ◆ 纽马克（Newmark）法—计算弹性地基梁（自学）
  - 计算原理：1943年提出，用于计算挠度、力矩和屈曲荷载，适用于变截面杆件。假定地基为文克尔地基，地基系数沿梁的轴线可任意变化，将梁沿轴线分为 $n$ 段，每段土反力用一系列弹簧代替，弹簧个数为 $n+1$ ，刚度为：

$$k_i = kb_i l_i$$

$l_i$ —每段梁长；

地基反力为：

$$P_i = k_i y_i$$

$y_i$ —该段地基沉降

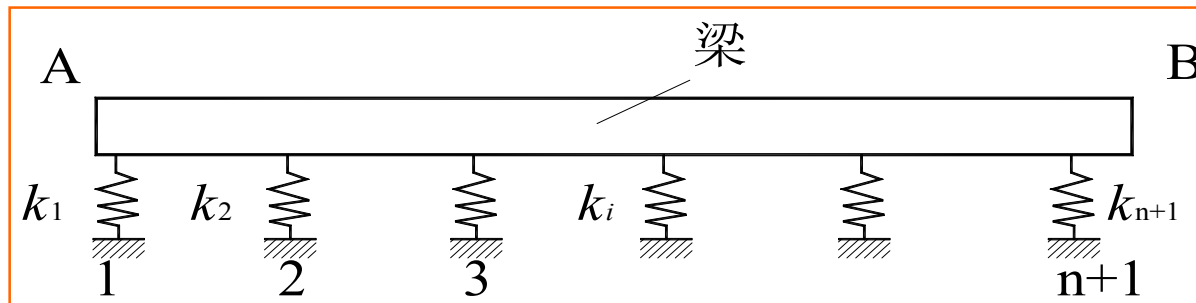


图 3.3 用纽马克法计算地基梁简图

## 3.3.2 柱下条基的计算

### ◆ 纽马克 (Newmark) 法 (自学)

P?

- 分段，并求各支承点的弹簧刚度， $k_i = k b_i l_i$  (两端取半 $l_i$ )；
- 假定仅荷载作用下梁A端位移 $y_A = 0$ ，转角 $\varphi_A = 0$ ，求出各支承点位移  $y_i^0$
- 假定无荷载作用时梁A端位移 $y_A = 1$ ，转角 $\varphi_A = 0$ ，求出各支承点位移  $y_i^1$
- 假定无荷载作用时梁A端位移 $y_A = 0$ ，转角 $\varphi_A = 1$ ，求出各支承点位移  $y_i^2$
- 根据梁B端边界条件建立方程 (二元线性)，求出相应的A端实际 $y_A$ 和 $\varphi_A$  (若另端弯矩和剪力为0，则 $\sum V=0$ ， $\sum M=0$ )；
- 迭加求得各支承点实际位移： $y_i = y_i^0 + y_i^1 y_A + y_i^2 \varphi_A$
- 由 $y_i$ 求出各支承点实际反力，从而求出梁身剪力及弯矩。

# 柱下条形基础常用简化算法设计步骤

P62

## 一、基础底面尺寸的确定

将条形基础看作长度为 $l$ 宽度为 $b$ 的刚性矩形基础，按构造定基长 $l$ ，按地基承载力特征值确定基础底面 $b$ 尺寸。计算时先计算荷载合力的位置，然后调整基础两端的悬臂长度，使荷载合力的重心尽可能与基础形心重合，地基反力为均匀分布，并要求：

$$p = \frac{\sum P + G}{bL} \leq f_a$$

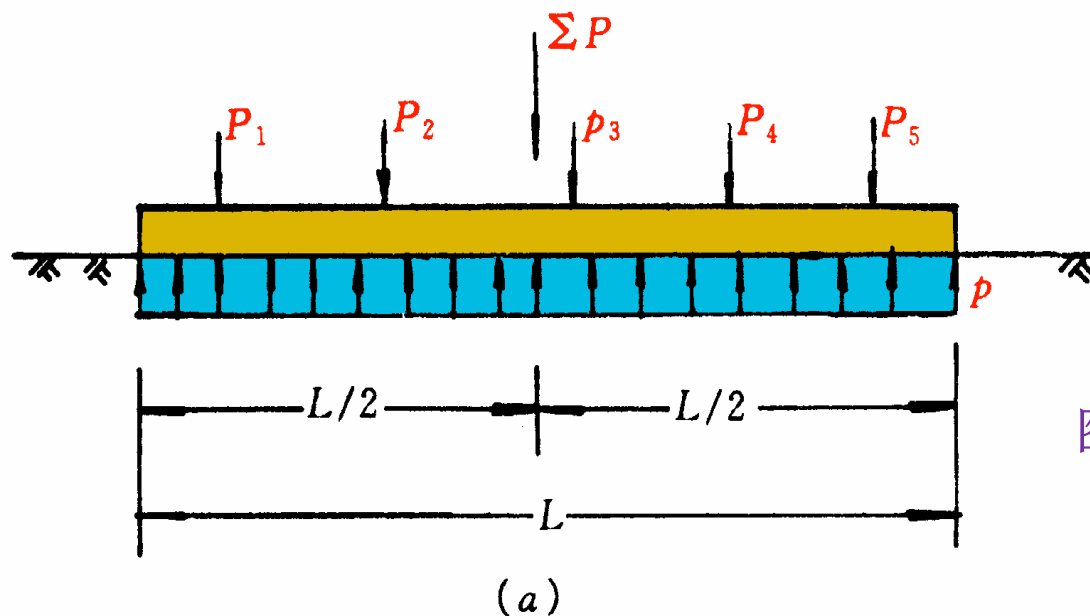


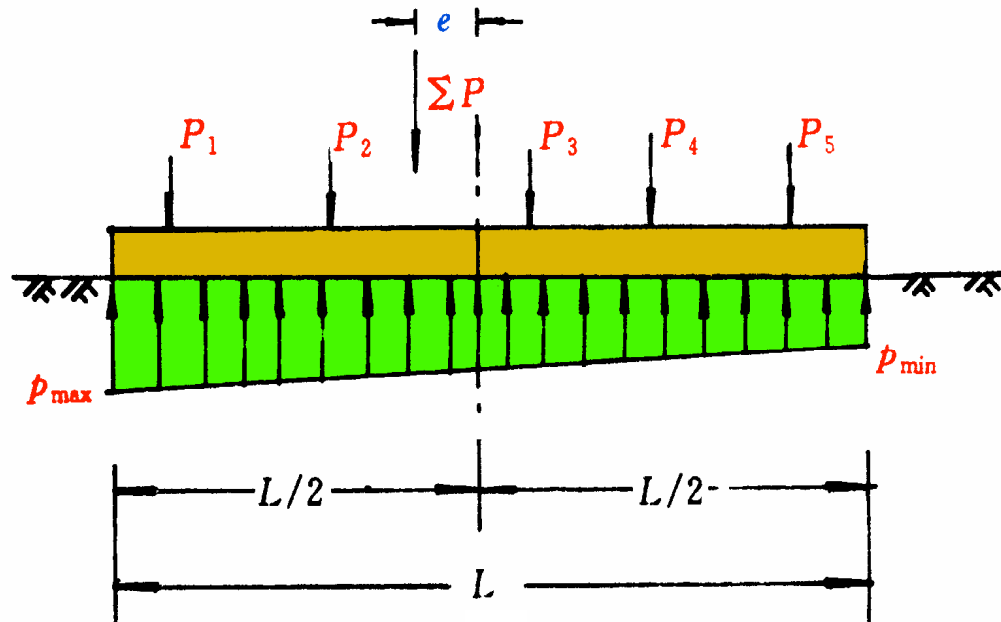
图3-6

## 柱下条形基础常用简化算法设计步骤

如果荷载合力不可能调到与基底形心重合，或者偏心距超过基础长度的3%，基底反力按梯形分布，并按下式计算：

$$p_{\max} = \frac{\sum P + G}{bL} \left(1 + \frac{6e}{L}\right) \quad p_{\max} \leq 1.2f_a$$

公式来自P42



(b)

图3-6

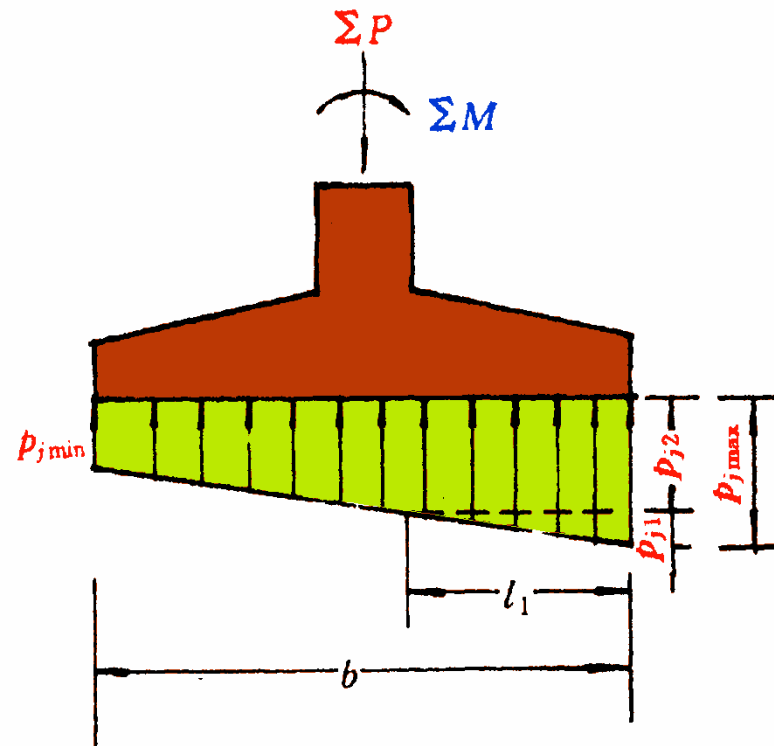
# 柱下条形基础常用简化算法设计步骤

## 二、翼板的计算

P62

$$p_{j\max} = \frac{\sum P}{bL} \left(1 + \frac{6e_b}{b}\right) \quad M = \left(\frac{p_{j1}}{3} + \frac{p_{j2}}{2}\right)l_1^2 \quad V = \left(\frac{p_{i1}}{2} + p_{j2}\right)l_1$$

公式来自P46-P47



翼板的计算示意

### 三、基础梁内力分析

P62

#### (一)、静力平衡法

当上部结构为柔性结构，基础的刚度很大，柱荷载和柱距各不相同，柱距较小，地基土质较均匀时，可近似用静力平衡法分析。

用基础各截面的静力平衡条件求解内力的方法称静力平衡法。由于基础自重不会引起基础内力，故基础的内力分析应该采用基底净反力，不计基础自重 $G$ 计算，基础梁任意截面的弯矩和剪力可取脱离体按静力平衡条件求得。

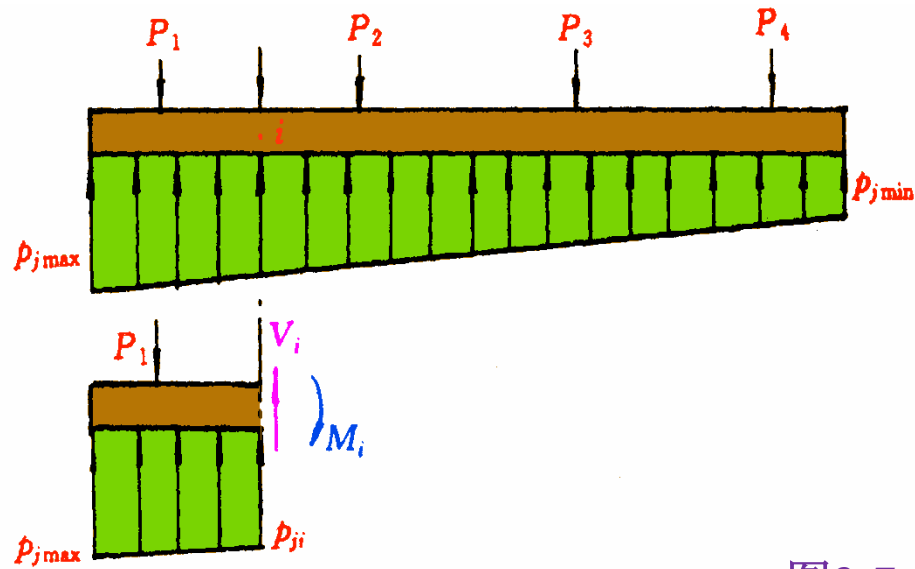


图3-7

静力平衡法示意



## 三、基础梁内力分析

### (二)、倒梁法

- ✓ 假定上部结构是刚性的，柱子之间（上部结构）不存在差异沉降，柱脚可以作为基础的不动铰支座，因而可以用倒连续梁的方法分析基础梁内力。
- ✓ 假定在地基和荷载都比较均匀、上部结构刚度较大时才能成立。此外，要求梁截面高度大于 $1/6$ 柱距，以符合地基反力呈直线分布的刚度要求。

✓倒梁法的设计计算步骤如下：

P63-P71要求看会

(1) 按柱的平面布置和构造要求确定条形基础长度 $L$ ，根据地基承载力特征值确定基础底面积 $A$ ，以及基础宽度 $B=A/L$ 和截面抵抗矩 $W$ 。

(2) 按直线分布假设计算基底净反力：

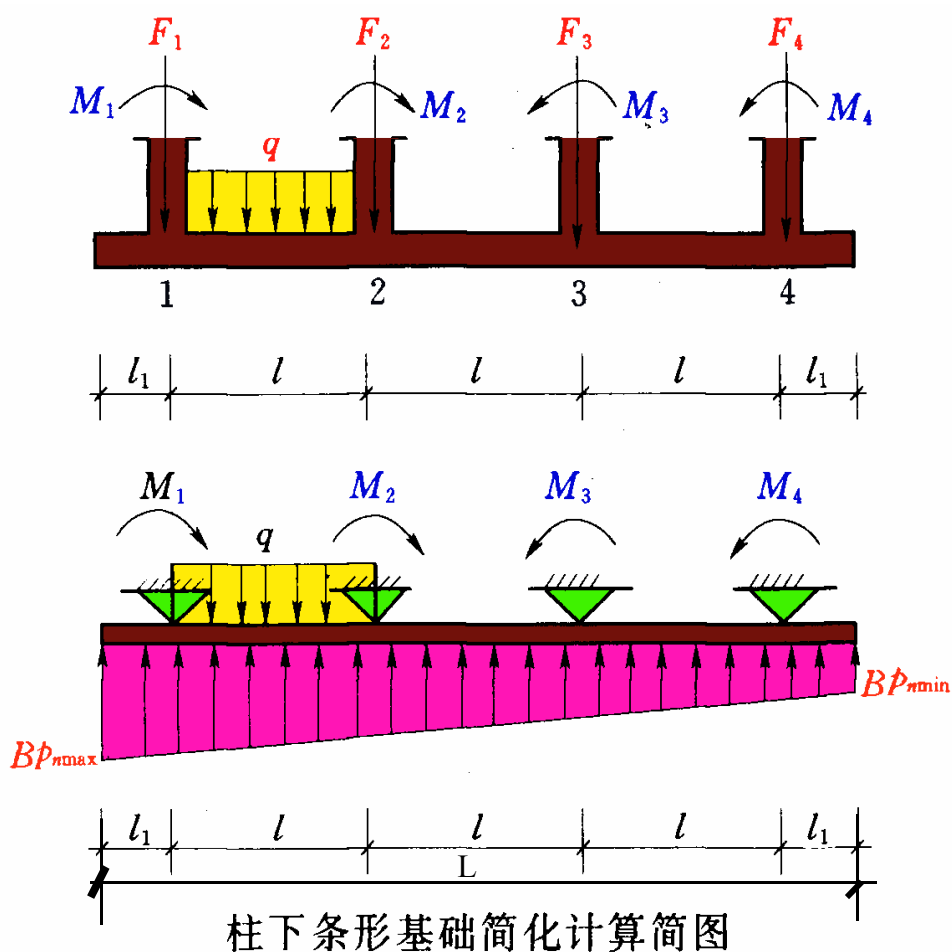
$$p_{\max} = \frac{\sum F_i}{bl} \pm \frac{\sum M_i}{W}$$
$$p_{\min}$$

(3) 确定柱下条形基础的计算简图如图，系为将柱脚作为不动铰支座的倒连续梁，外荷载是基底净反力和支座弯矩。

(4) 进行连续梁分析，可用弯矩分配法、连续梁系数等方法。

(5) 按求得的内力进行梁截面设计。

(6) 翼板的内力和截面设计与扩展条形基础相同。



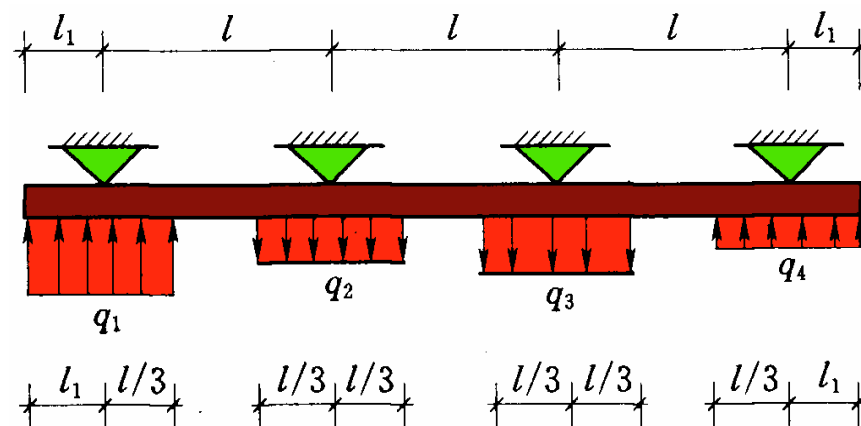
## ●倒梁法支座反力与柱轴力一般并不相等？

✓ 倒连续梁分析得到的支座反力  $R_i$  与柱轴力  $F_i$  一般并不相等，这可以理解为上部结构的刚度对基础整体挠曲的抑制和调整作用使柱荷载的分布均匀化，也反映了倒梁法计算得到的支座反力与基底压力不平衡的缺点。

✓ 采取了“基底反力局部调整法”，即将不平衡力  $\Delta_i = (R_i - F_i) / F_i > 20\%$  均匀分布在支座附近的局部范围（一般取  $1/3$  的柱跨）上再进行连续梁分析。

✓ 将结果叠加到原先的分析结果上，如此逐次调整直到不平衡力基本消除，从而得到梁的最终内力分布。

$$\begin{aligned} \text{边支座 } (i = 1 \text{ 或 } i = n) \quad q_{1(n)} &= \frac{F_{1(n)} - R_{1(n)}}{l_{0(n+1)} + l_{1(n)}/3} \\ \text{中间支座 } (1 < i < n) \quad q_i &= \frac{3(F_i - R_i)}{l_{i-1} + l_i} \end{aligned}$$



基底反力局部调整法

同时由于基础存在架越作用，两边跨的跨中和柱下截面受力钢筋宜在计算钢筋面积的基础上适当增加，一般可增加15~20%。

## 总结：柱下条形基础的设计步骤

### (1) 求荷载合力重心位置

柱下条形基础的柱荷载分布如图 (a) 所示，其合力作用点距  $N_1$  的距离为：

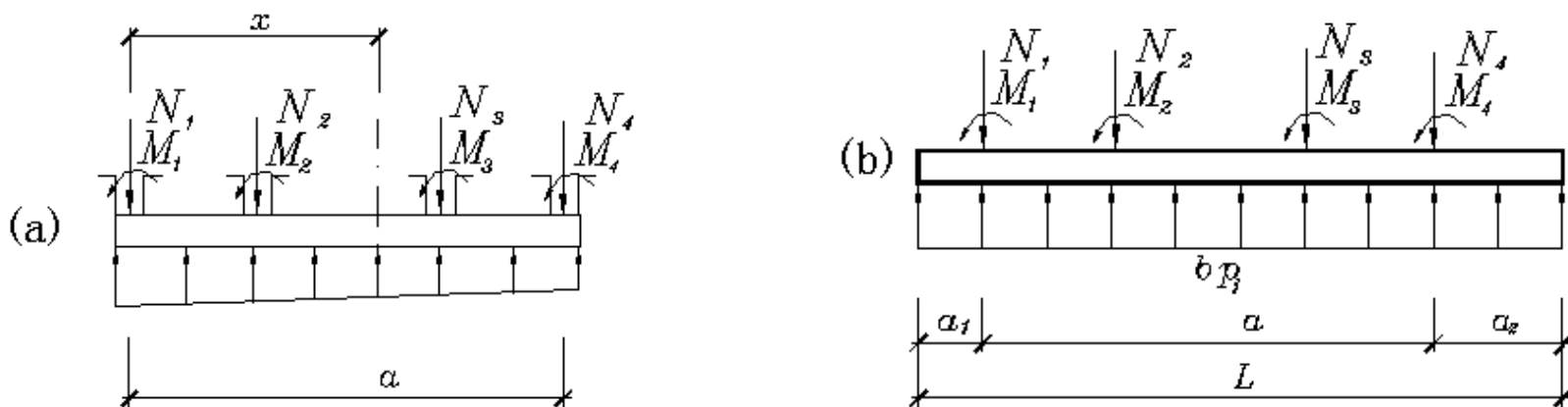
$$x = \frac{\sum N_i x_i + \sum M_i}{\sum N_i}$$

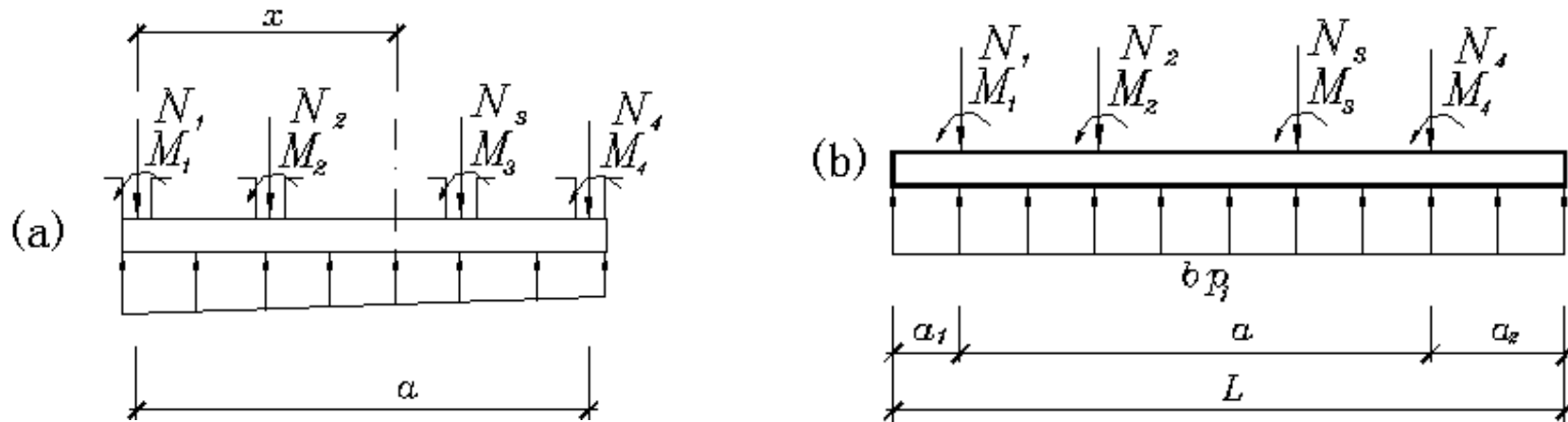
### (2) 确定基础梁的长度和悬臂尺寸

选定基础梁从左边柱轴线的外伸长度为  $a_1$ ，则基础梁的总长度  $L$  和从右边柱轴线的外伸长度  $a_2$  分别为

$$L = 2(x + a_1), \quad a_2 = L - a - a_1$$

如此处理后，则荷载重心与基础形心重合，计算简图变为图 (b)。





(3) 按地基承载力设计值计算所需的条形基础底面积 $A$ ，进而确定底板宽度 $b$ 。

(4) 按墙下条形基础设计方法确定翼板厚度及横向钢筋的配筋。

(5) 基础梁的纵向内力计算与配筋。

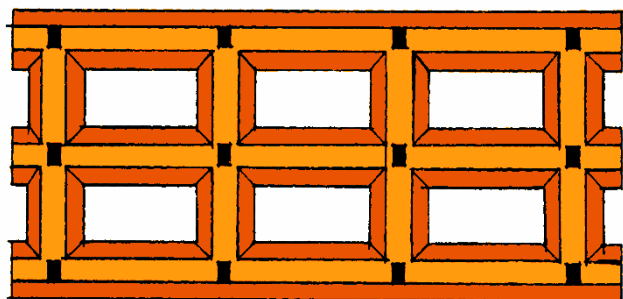
根据柱下条形基础的计算条件：当地基持力层土质均匀，上部结构刚度较好，各柱距相差不大（ $<20\%$ ），柱荷载分布较均匀，且基础梁的高度大于 $1/6$ 柱距时，地基反力认为符合直线分布，基础梁的内力可按简化的直线分布法计算（倒梁法和静力平衡法）；当不满足上述条件时，宜按弹性地基梁法计算（常用基床系数法）。

(6) 满足构造要求

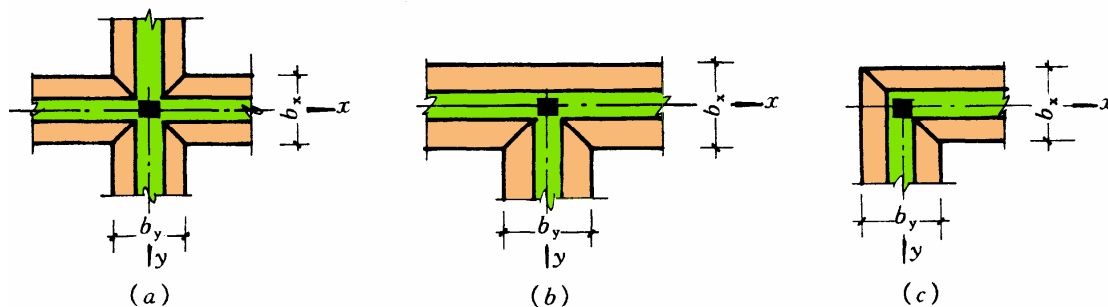
### 3.3.3 柱下十字交叉梁基础的计算 P74

当上部荷载较大、地基土较软弱，只靠单向设置柱下条形基础已不能满足地基承载力和地基变形要求时，可用双向设置的正交格形基础，又称十字交叉基础。十字交叉基础将荷载扩散到更大的基底面积上，减小基底附加压力，并且可提高基础整体刚度、减少沉降差。因此这种基础常做为多层建筑或地基较好的高层建筑的基础，对于较软弱的地基，还可与桩基连用。

■ 十字交叉基础有3种结点：即十字形结点（中柱），T形结点（边柱），Γ形结点（角桩）。



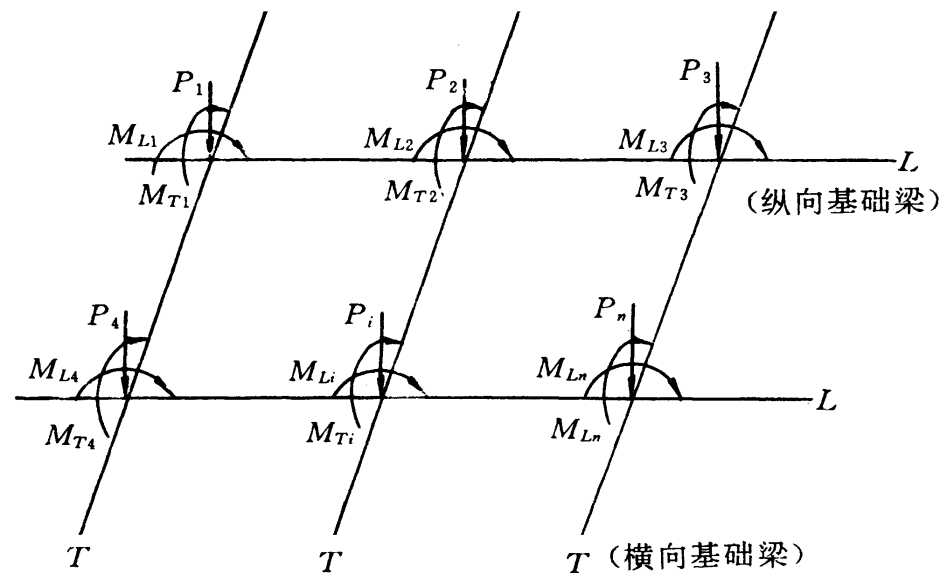
交叉条形基础



交叉条形基础节点类型

## ■ 柱荷载传递

柱下十字交叉基础上的荷载是由柱网通过柱端作用在交叉结点上。基础计算的基本原理是把结点荷载分配给两个方向的基础梁，然后分别按单向的基础梁的方法进行计算。



十字交叉基础结点受力图

## ■ 柱结点荷载分配原则

结点荷载在正交的两个条形基础上的分配必须满足两个条件：

1. 静力平衡条件，即在结点处分配给两个方向条形基础的荷载之相等于柱荷载，即  $P_i = P_{ix} + P_{iy}$ ；结点上的弯矩  $M$ ， $M_x$ 、 $M_y$  直接加于相应方向的基础梁上，不必再作分配，即不考虑基础梁承受扭矩。

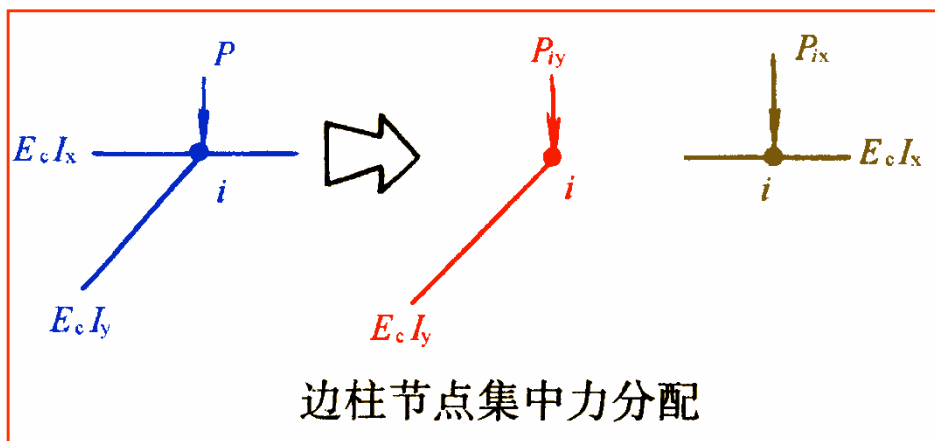
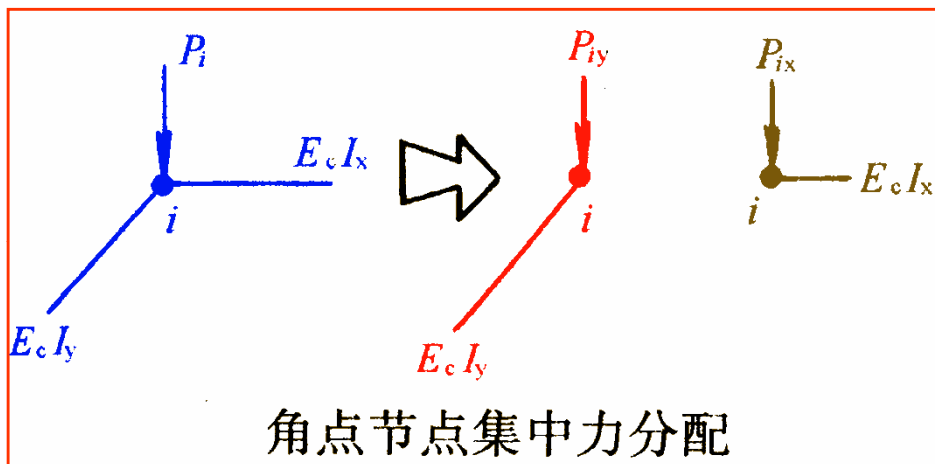
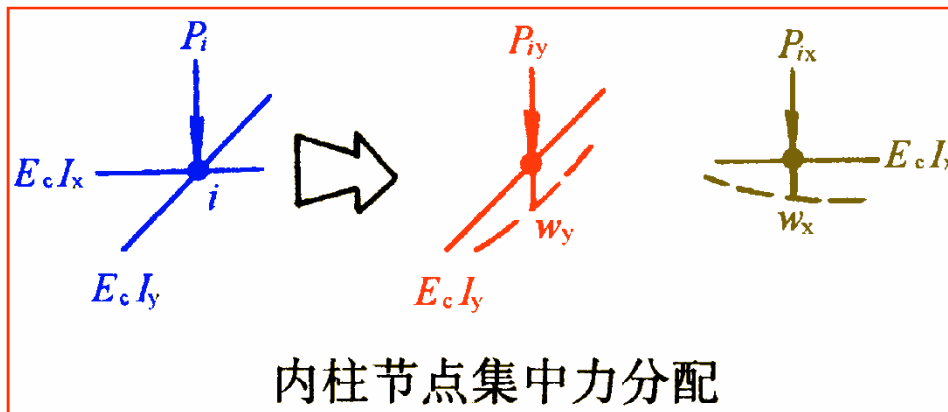
（考虑横梁和纵梁之间为铰接）

2. 变形协调条件，即分离后两个方向的条形基础在交叉结点处的竖向位移应相等。  $W_{ix} = W_{iy}$  每个结点均可建立两个方程，其中只有两个未知量  $P_{ix}$ 、 $P_{iy}$ 。方程数与未知量相同。若有  $n$  个结点，即有  $2n$  个方程，恰可解  $2n$  个未知数。

上述计算方法必须把柱荷载的分配与两组弹性地基梁的内力与挠度联合求解。为减少计算的复杂程度，一般采用文克尔地基模型，即略去本结点的荷载对其它结点挠度的影响。



■ 结点荷载分配计算模式



### 3.3.3 柱下十字交叉梁基础的计算

- 为简化计算，常按梁的弹性特征长度 $S$ 分配节点荷载（不满足变形协调）：

1. 中柱和角柱节点：

$$S = \frac{1}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{bk}}$$

3-60

$$F_{ix} = \frac{b_x S_x}{b_x S_x + b_y S_y} \cdot F_i, \quad F_{iy} = \frac{b_y S_y}{b_x S_x + b_y S_y} \cdot F_i$$

3-61&3-62

注： $F$ 就是节点荷载 $P$

2. 边柱节点：

$$F_{ix} = \frac{4b_x S_x}{4b_x S_x + b_y S_y} \cdot F_i, \quad F_{iy} = \frac{b_y S_y}{4b_x S_x + b_y S_y} \cdot F_i$$

3-63&3-64

3. 当边柱和角柱节点有一个方向伸出悬臂时，荷载分配应进行调整，具体计算见P. 75~76

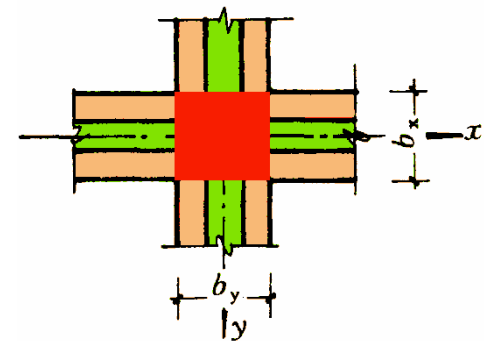
## ■节点荷载修正:

节点荷载分配完毕后,纵、横两个方向上的梁独立进行计算。在柱节点下的那块面积在纵、横向梁计算时都被用到,即重复利用了节点面积。节点面积往往占交叉条形基础全部面积的20~30%,重复利用使计算结果误差较大,且偏于不安全,需要修正。

荷载修正的思路实际上是将节点荷载也适当放大,以保持基底压力不因重复利用节点面积而减小。可按式(3-69)~(3-74)进行调整:

1. 计算调整前的地基平均反力 $p$
2. 地基反力增量 $\Delta p$
3. x、y方向分配荷载增量 $\Delta p_{ix}$   $\Delta p_{iy}$
4. 调整后的分配荷载为 $p_{ix} + \Delta p_{ix}$  ;  $p_{iy} + \Delta p_{iy}$

P76



## 3.4 筏形基础

P76

■**定义：**是指柱下或墙下连续的平板式或梁板式钢筋混凝土基础，亦称“**片筏基础**”或“**满堂红基础**”

### ■**特点**

一般埋深较大，沉降量**小**，面积较**大**，整体刚度较**大**，可跨越地下局部软弱层，并调节不均匀沉降

■**适用：**上部结构荷载过大、地基土软弱、基底间净距小等情况

## 3.4 筏形基础

### ■形式：平板式、梁板式（下凹或上凸）

为了减少板厚，常在单向或双向设置肋梁，肋梁可以往上也可以往下设置，形成梁板式。筏形基础的选型应根据工程地质和水文地质条件、上部结构体系、柱距、荷载大小以及施工条件等因素综合确定。

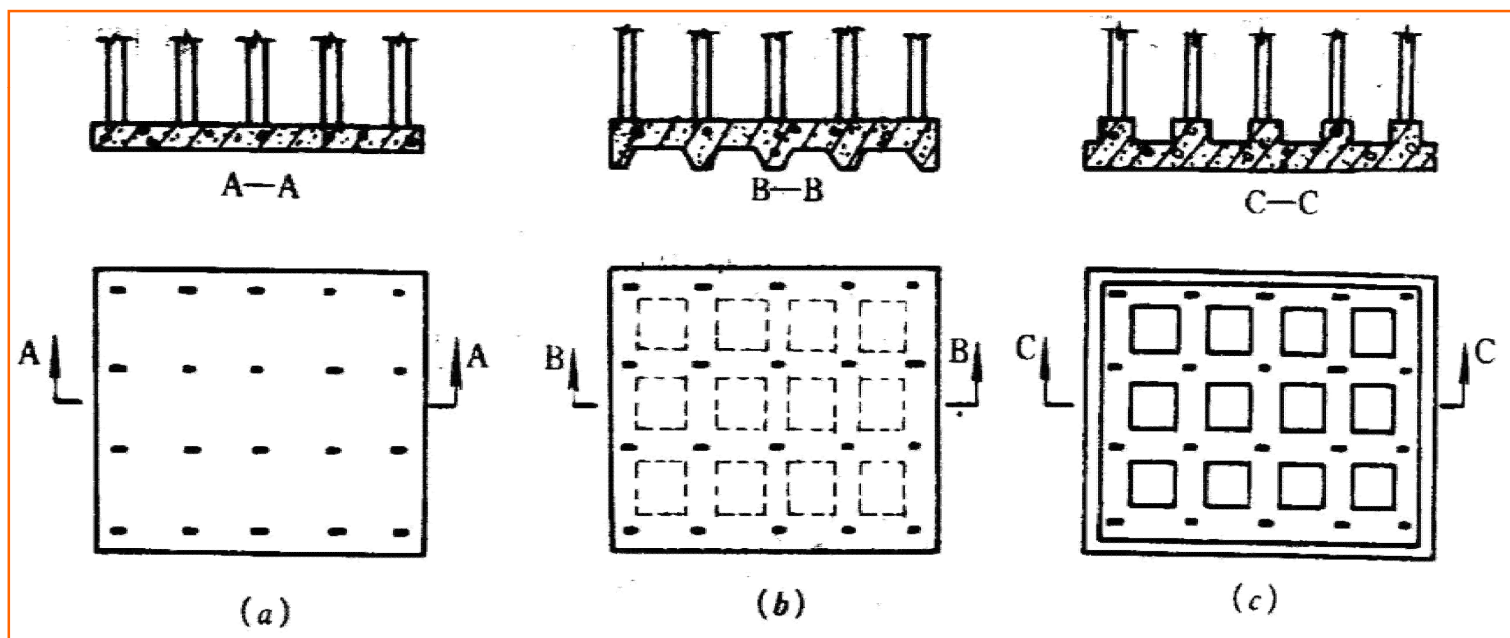


图 3.4 片筏基础  
(a) 平板式；(b) (c) 梁板式

P77, 图3-25

## 3.4 筏形基础

筏板基础的设计一般包括基础梁设计与板的设计二部分，筏板上基础梁的设计方法同前面柱下条形基础；筏板的设计计算内容，主要包括筏板基础地基计算（也即设计底面积）、筏板内力分析、筏板截面强度验算与板厚、配筋量确定，同时满足构造要求等。

### ■ 3.4.1 结构与构造

- **底面积 A 设计要求：** 基底尺寸按地基承载力确定，并进行软弱下卧层验算。

✓ 非地震区轴心荷载作用时  $p_k \leq f_a$

✓ 偏心荷载  $p_{kmax} \leq 1.2 f_a$  3-75

✓ 地震区需满足  $p_k \leq f_{aE}$  3-78

$$p_{kmax} \leq 1.2 f_{aE}$$

$f_{aE} = \zeta_a f_a$  — 经修正、调整后的地基抗震承载力，kPa

$\zeta_a$  — 地基土抗震承载力调整系数，根据岩土名称和性状按 GB50011-2001  
《建筑抗震设计规范》取值， $\zeta_a = 1.0 \sim 1.5$

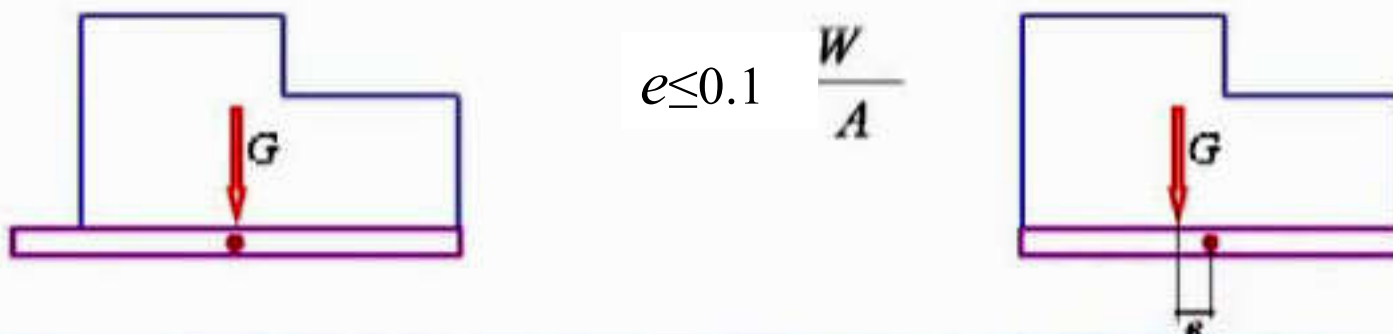
## 3.4 筏形基础

1. 相关因素
- ①地基承载力
  - ②上部结构的布置
  - ③荷载分布

2. 基底平面大小与位置的调整原则:

(1) 基础平面形心宜与结构竖向永久荷载重心重合。

(2) 在荷载效应准永久组合下，偏心距 $e$ 应符合下式要求:



式中  $W$ ——与偏心距方向一致的基础底面边缘抵抗矩  
 $A$ ——基础底面面积

### (3)扩大部位宜设置在建筑物的宽度方向

纵向相对挠曲  $\gg$  横向相对挠曲

### (4)基底零应力区

非抗震设防:  $P_{k\min} \geq 0$

抗震设防: 地震效应组合下

一般建筑  $A_0 \leq 15\%A$

高宽比大于4的建筑  
不宜有零应力区

详见书P77-P79



## 3.4 筏形基础

### ■ 3.4.2 内力计算：

P80

#### ● 1 倒楼盖法

- ✓如同倒梁法，将筏基视为倒置在地基上的楼盖，柱或墙为其支座，地基净反力为荷载，再按单向或双向梁板的肋梁楼盖方法进行内力计算。
- ✓板的支承条件可分为三种：①二邻边固定、二邻边简支；②三边固定、一边简支；③四边固定。根据计算简图查阅弹性板计算公式或手册，即可求得各板块的内力。
- ✓适用条件：当柱网及荷载分布都较均匀（变化不超过20%）、柱距小于 $1.75\lambda$ 或上部结构刚性大(如剪力墙)时，可认为筏基为刚性，其内力及基底反力可按倒楼盖法计算。
- ✓仅考虑局部弯曲，利用配筋构造考虑整体弯曲：顶部按计算钢筋全部连通，底部钢筋应有1/2~1/3贯通全跨。

## ● 静定分析法 DEL

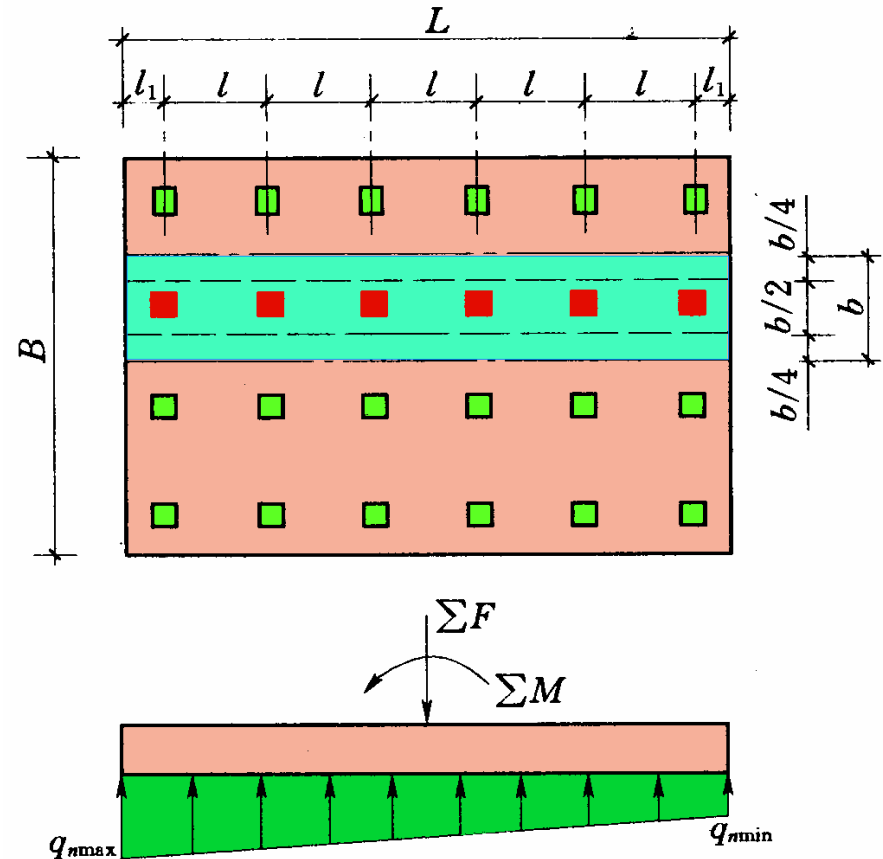
✓ 把筏板划分为独立的条带，条带宽度为相邻柱列间跨中到跨中的距离。忽略条带间的剪力传递，则条带下的基底净反力为：

$$q_{n \max} = \frac{\sum F}{L} + \frac{6 \sum M}{L^2}$$

$$q_{n \min} = \frac{\sum F}{L} - \frac{6 \sum M}{L^2}$$

✓ 这种计算模式没有考虑相邻板带间的**剪力传递**，调整方法如下：

$$F_i = (F_{i-1} + 2F_i + F_{i+1}) / 4$$

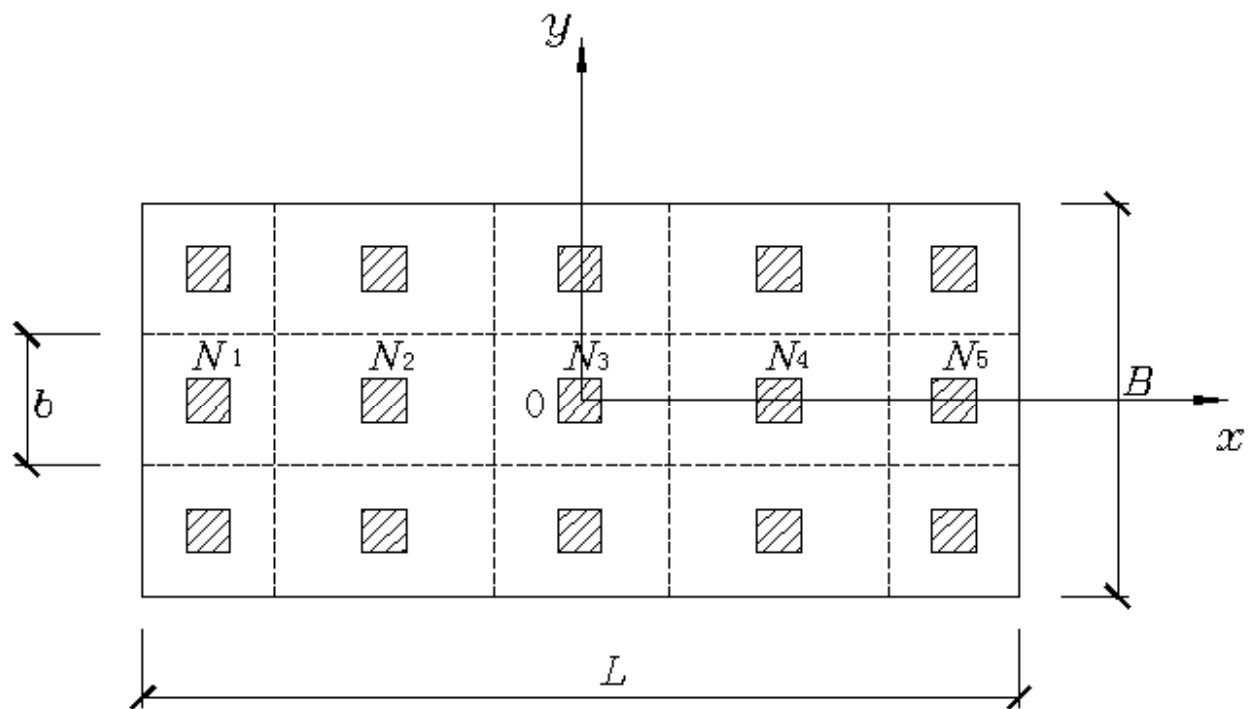


## 3.4 筏形基础

### ● 2 弹性地基上梁板的简化算法

P80

- ✓ 当筏基刚度较弱时，应按弹性地基上的梁板进行分析。
- ✓ 若柱网及荷载分布仍较均匀，可将筏形基础划分成相互垂直的条状板带，板带宽度即为相邻柱中心线间的距离，并假定各条带彼此独立，相互无影响，按前述文克尔弹性地基梁的方法计算，即所谓的条带法（或截条法）。
- ✓ 若柱距相差过大，荷载分布不均匀，则应按弹性地基上的板理论进行内力分析。
- ✓ 采用条带法计算时纵横条带都用全部柱荷载和地基反力，而不考虑纵横向荷载分担作用，其计算结果内力偏大。



## ■ 截面强度验算与配筋计算

选用合适的内力计算方法计算出筏板基础内力后，可按《混凝土结构设计规范》中的抗剪与抗冲切强度验算方法确定筏板厚度，由抗弯强度验算确定筏板的纵向与横向配筋量。对含基础梁的筏板基础，其基础梁的计算及配筋可采用与条形基础梁相同的方法进行。

## ■ 筏板基础的构造与基本要求

构造要求见规范和教材P77-79。

## ■ 筏板的厚度设计

板 厚：按受冲切和受剪切计算确定；

平板式筏板基础：最小板厚不宜小于400mm；

梁板式筏板基础：12层以上建筑，板厚不应小于400mm，且板厚与最大双向板格的短边净跨之比不应小于1/14.

## ● 梁板式筏板基础的底板斜截面受剪承载计算

P80

$$V_s \leq 0.7 \beta_{hs} f_t (l_{n2} - 2h_o) h_o$$

$$\beta_{hs} = (800/h_o)^{1/4}$$

3-80

3-81

式中  $V_s$  ——距梁边缘处，作用在图中阴影部分面积上的地基土平均净反力设计值，N；

$f_t$  ——混凝土轴心抗拉强度设计值，N/mm<sup>2</sup>；

$h_o$  ——底板的有效高度，mm；

$\beta_{hs}$  ——受剪承载力截面高度影响系数，当按公式计算时，板的有效高度小于800mm时，取800mm；大于2000mm时，取2000mm。

$l_{n1}$   $l_{n2}$  ——计算板格的短边、长边净长度，mm

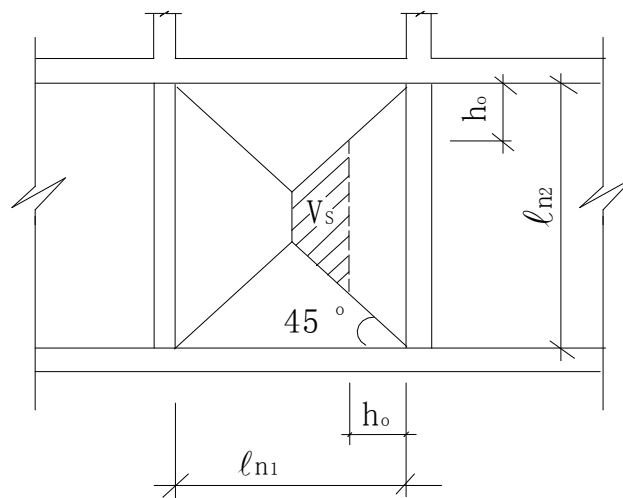


图3-28

●梁板式筏板底板受冲切承载力按下式计算：

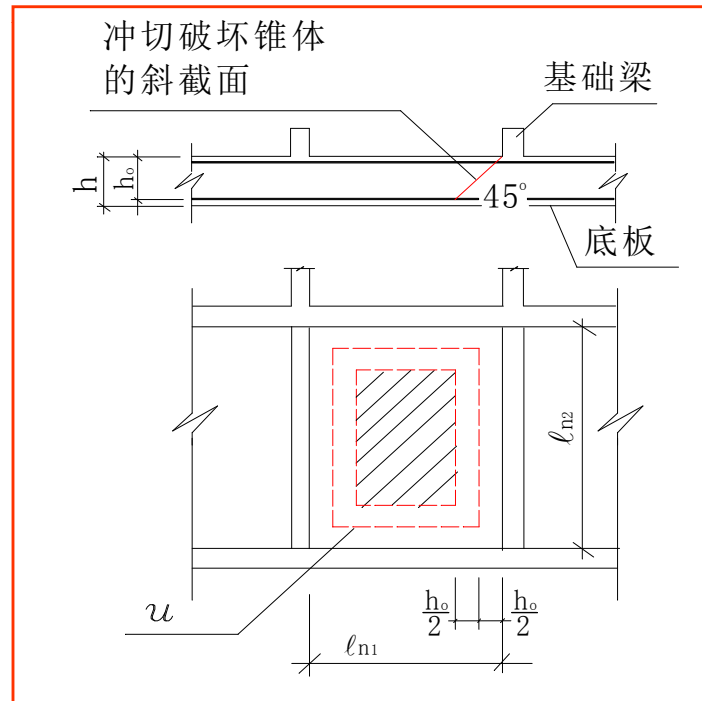
$$F_l \leq 0.7 \beta_{hp} f_t \mu h_o \quad 3-82$$

式中  $F_l$  ——作用在图中阴影部分面积上的地基土平均净反力设计值，N；

$f_t$  ——混凝土轴心抗拉强度设计值，N/mm<sup>2</sup>；

$\mu$  ——距基础梁边处冲切临界截面的周长，mm

$\beta_{hp}$  ——受冲切承载力截面高度影响系数，板的有效高度小于800mm时，取1.0；大于2000mm时，取0.9，其间接线性内插法取用。



3-29

注：平板式筏板基础其他情况的冲切剪切，按照书上P81-85自学。



## 3.5 箱形基础

P81

- **定义：**由顶、底板与内、外墙等组成、并由钢筋砼整浇而成空间整体结构
- **特点：**刚度和整体性强，具有良好的补偿性和抗震性及附带功能(地下室、车库或设备间)
- **适用：**筏基太厚时采用，多用于无水(或少水)时的高层建筑

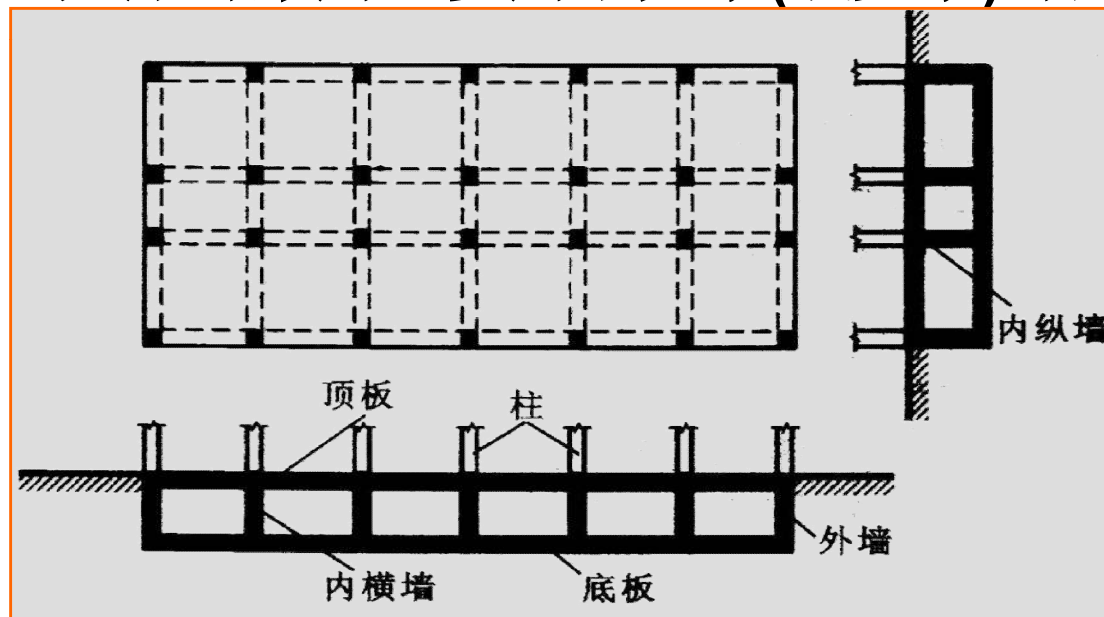


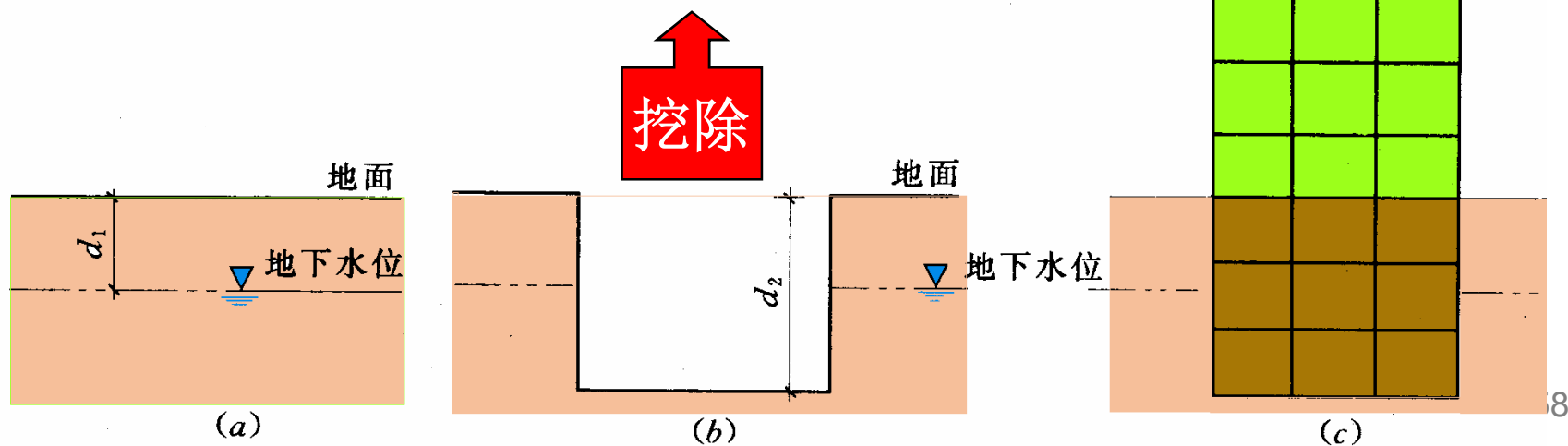
图 3.5 箱形基础示意图

## 3.5 箱形基础

### ■ 补偿性设计概念

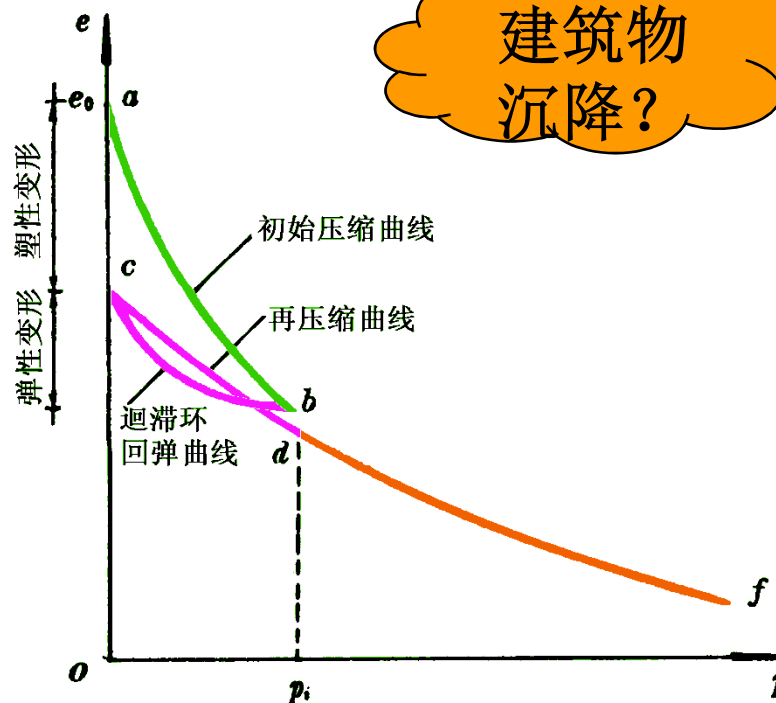
- ✓ 箱基埋深大，基底处土自重应力 $\sigma_c$ 和水压力 $\sigma_w$ 之和较大，可补偿建筑物的基底压力 $p$

- $p < \sigma_c + \sigma_w$  欠补偿
- $p = \sigma_c + \sigma_w$  无补偿
- $p > \sigma_c + \sigma_w$  超补偿



✓ 若 $p = \sigma_c + \sigma_w$ ，则基底附加应力为零，理论上：地基原有应力状态不变，即使地基极为软弱，也不出现沉降和剪切破坏；实际上：地基土因开挖而回弹，加载时又再压缩，导致其应力状态产生一系列变化，导致变形和强度问题。压缩量小于正常压缩值，可以用土的再压缩模量计算。

利用分层开挖、抽水、重量逐步置换等措施 → 减少沉降  
→ 减少应力解除量  
→ 减少膨胀 → 再压缩曲线滞后程度相应减少



建筑物  
沉降?

## 3.5 箱形基础

### ■ 3.5.1 构造要求

- 高度应满足强度、刚度要求， $\leq$ 长度的 $1/20$ ，并 $\geq 3\text{m}$ ；一般底板及外墙 $\geq 250\text{mm}$ ，内墙 $\geq 200\text{mm}$ ，顶板 $\geq 150\text{mm}$ ，双向、双面分离配筋；砼强度等级 $\geq \text{C20}$ ，水下时外墙和底板砼防渗等级应 $\geq 0.6\text{MPa}$ 。

其他构造要求见书P86。

## 3.5 箱形基础

### ■ 箱形基础的设计计算

箱形基础,一方面承受上部结构传来的荷载和不均匀地基反力引起的**整体**弯曲,同时其顶板还受到实际荷载,底板受到地基反力引起的**局部**弯曲。在分析箱形基础整体弯曲时,其自重按均布荷载处理;在进行底板弯曲计算时,应扣除底板自重,使用净反力。

## 3.5 箱形基础

### 地基计算：

**(1) 地基强度验算：**天然地基上箱形基础的地基承载力验算方法与片筏基础基本相同。基底尺寸按地基承载力确定，并进行软弱下卧层验算。

**(2) 地基变形验算：**地基最终沉降量 $S$ ，可按分层总和法计算（或规范法），箱形基础的容许沉降量应根据建筑物的使用要求和可能产生的对相邻建筑物的影响由地区经验确定：

**要求：**平均沉降 $S \leq 350\text{mm}$ ；整体倾斜 $\alpha \leq 3\text{‰}$ 。

### 3.5.2 地基反力计算

(1) **自重**:可按均布荷载处理, 计算底板局部弯曲时应扣除其自重, 计算整体弯曲所产生的弯矩时, 应考虑共同作用。

(2) **基底反力分布**: 复杂, 一般软粘土呈“马鞍型”; 第四纪粘土呈“抛物线型”。现行规范把矩形基底分为 $8 \times 5 = 40$ 个区格(方形 $8 \times 8 = 64$ ), 采用实用简化法计算, 如表3-4、3-5。(M产生偏心反力按直线叠加)。

$$p_i = \frac{\sum P}{BL} a_i$$

3-112 P87

式中  $\sum P$ ——上部结构竖向荷载加箱形基础重;

B、L——分别为箱形基础的宽度和长度;

$a_i$ ——相应于i区格的基底反力系数, 查表3-4、3-5确定。

(3) **适用条件**: 地基土比较均匀, 上部结构为框架结构且荷载比较均称(中心载荷作用), 基础底板悬挑部分不超出0.8m, 可不考虑相邻建筑物的影响的单幢建筑物箱形基础。

### 3.5.3 基础的内力分析

#### (1) 框架结构中的箱形基础

箱形基础的内力应该同时考虑整体弯曲和局部弯曲的作用。计算中的基底反力可采用基底反力系数法确定。局部弯曲产生的弯矩应乘以0.8的折减系数后叠加到整体弯曲的弯矩中。



### (a) 箱形基础的整体弯曲弯矩计算

将基础视为一空心截面梁，在以上部结构传来的集中荷载和阶梯形变化的基底压力作为外荷载作用下，发生整体弯曲，在纵、横向分别按单向受弯计算，荷载及地基反力均重复使用一次，用静力分析任一截面弯矩和剪力。在总弯矩 $M_x$ （或 $M_y$ ）作用下，顶板和底板在两个方向均处轴压或轴拉状态下，总剪力 $V_x$ 或 $V_y$ 由纵横墙承受。

由于上部结构的共同作用，在基础实际弯矩按上部结构刚度进行调整，箱形基础承担的整体弯曲弯矩可采用将整体弯曲产生的弯矩按基础刚度占总刚度的比例分配的形式求出，即

$$M_F = M(E_F I_F) / (E_F I_F + E_B I_B)$$

若上部结构刚度不大，可略去其影响，将箱基视为一空盒式梁计算其整体弯曲，底板受拉，顶板受压；墙体承受剪力。

## (b)局部弯曲弯矩计算

顶板按室内地面设计实际荷载（包括自重）计算局部弯曲弯矩，按一般楼盖计算，底板局部弯曲弯矩计算荷载为扣除底板自重后的基底净反力，按倒楼盖计算。

顶、底板可设计成单向肋形板或双向平板，一般以双向平板为宜，其内力按支承条件分为：两边固定，两边简支；三边固定、一边简支；或四边固定的双向板。根据计算简图查阅弹性板计算公式或手册，即可求得各板块的内力。

### (2) 现浇剪力墙体系中的箱形基础

现浇剪力墙体系结构的刚度相当大，箱基整体弯曲可不予考虑，箱基顶板和底板内力仅按局部弯曲计算。考虑到整体弯曲可能产生的影响，钢筋配置量除符合计算要求外，纵、横方向支座钢筋尚应有0.15%和0.1%的配筋率连通配置，跨中钢筋按实际配筋率全部连通。

## 4. 基础的截面设计与强度验算

### (1) 顶板与底板

顶板：配筋按偏心受压构件设计；

底板：配筋按偏心受拉构件设计。

箱形基础顶板与底板厚度除根据荷载与跨度按正截面抗弯强度决定外，还应验算斜截面抗剪和抗冲切强度。

### (2) 墙体抗剪强度验算 (见教材P90-91)

各横墙分配的剪力按所辖的底板面积计算；

各纵墙剪力由纵墙截面厚度和柱轴力进行分配求出。

### (3) 外墙抗弯验算：

外墙上水平荷载作用，尚需进行受弯计算。将墙身视为顶、底部固定的多跨连续板计算，而侧压力 $p$ 一般可按静止土压力计算。