2019 全国新课标乙卷高考文科数学试卷逐题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的．

1．设 $z=\frac{3-i}{1+2i}$，则$|z|=$

A．2　　　　B．$\sqrt{3}$

C．$\sqrt{2}$　　　　D．1

【答案】C

【解析】此题考查复数的运算

由 $z=\frac{(3-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{3-6i-i+2i}{1-4i^2}=\frac{1-7i}{5}=\frac{1}{5}-\frac{7}{5}i$

所以$|z|=\sqrt{(\frac{1}{5})^2+(-\frac{7}{5})^2}=\sqrt{2}$

2．已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,6,7\}$，则 $B\cap C_uA=$

A．$\{1,6\}$　　　　B．$\{1,7\}$

C．$\{6,7\}$　　　　D．$\{1,6,7\}$

【答案】C

【解析】此题考查集合运算

根据题意，$C_uA=\{1,6,7\}$，所以 $B\cap C_uA=\{6,7\}$

3．已知 $a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A．$a<b<c$　　　　B．$a<c<b$

C．$c<a<b$　　　　D．$b<c<a$

【答案】B

【解析】本题主要考查指数与指数函数、对数与对数函数、比较大小

利用指数函数与对数函数的性质可知：

$a=\log_2 0.2<\log_2 1=0$，所以$a<0$

$2^0<b=2^{0.2}<2^1$，所以$1<b<2$

$0<c=0.2^{0.3}<0.2^0$，所以$0<c<1$

综上：$a<c<b$

4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$，称为黄金分割比例），著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105*cm*，头顶至脖子下端的长度为26*cm*，则其身高可能是

A．165*cm*　　　　B．175*cm*

C．185*cm*　　　　D．190*cm*

【答案】*B*

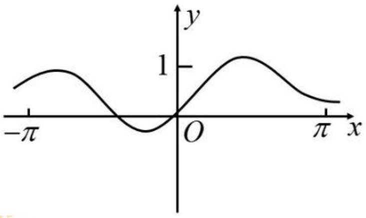
【解析】本题主要考查平面几何

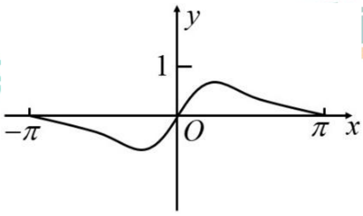
根据题意：咽喉至肚脐的长度约为$26\div\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 26\div 0.618\approx 42.07$．

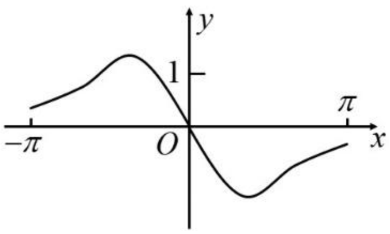
所以身高约为$42.07+26+105=173.07$ *cm*

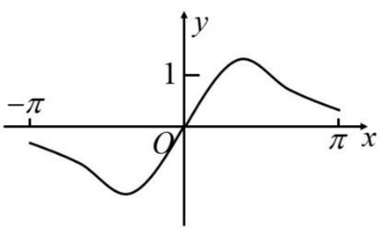
所以其身高可能是175*cm*，故选*B*

5．函数$f(x)=\frac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$在$[-\pi,\ \pi]$的图像大致为

A．

B．

C．

D．

【答案】*D*

【解析】本题主要考查函数的图像与性质．

$f(-x)=\frac{-\sin x-x}{\cos x+x^2}=-f(x)$，$f(x)$奇函数，排除*A*．

$x=\pi, f(\pi)=\frac{\sin\pi+\pi}{\cos\pi+\pi^2}=\frac{\pi}{-1+\pi^2}>0$,排除*C*．

$x=1, f(1)=\dfrac{\sin 1+1}{\cos 1+1^2}>1$，选 D.

6．某学校为了解 1000 名新生的身体素质，将这些学生编号为 1,2,…,1000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验，若 46 号学生被抽到，则下面 4 名学生中被抽到的是

A．8 号学生　　B．200 号学生

C．616 号学生　　D．815 号学生

【答案】C

【解析】考查系统抽样方法

抽样间距=$\dfrac{N\text{（总体）}}{n\text{（样本）}}=\dfrac{1000}{100}=10$

即每隔 10 名抽 1 名，

若 46 号被抽中，则被抽到的学生编号为 y=46+10n，

当 n=57 时，y=46+57×10=616，故选 C.

7． $\tan 255°=$

A． $-2-\sqrt{3}$　　B． $-2+\sqrt{3}$

C． $2-\sqrt{3}$　　D． $2+\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】三角函数及其运算

$tan255°=tan(180°+75°)=tan75°=tan(30°+45°)$

$=\dfrac{\tan 30°+\tan 45°}{1-\tan 30°\tan 45°}$

$=\dfrac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3}$.

故选 D.

8. 已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】B

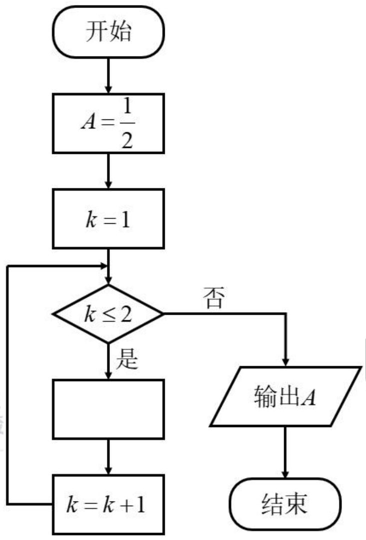
【解析】考查平面向量的数量积及应用

$\because(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，$\therefore(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=0$，

即$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|cos\theta-|\boldsymbol{b}|^2=2|\boldsymbol{b}|^2cos\theta-|\boldsymbol{b}|^2=0$

$\therefore cos\theta=\frac{1}{2}$，则$\theta=\frac{\pi}{3}$，故选$B$.

9. 右图是求$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}$的程序框图，图中空白框中应填入



A. $A=\frac{1}{2+A}$

B. $A=2+\frac{1}{A}$

C. $A=\frac{1}{1+2A}$

D. $A=1+\frac{1}{2A}$

【答案】A

【解析】由题意可知A选项符合题意

10. 双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线的倾斜角为$130^\circ$，则$C$的离心率为

A. $2\sin 40^\circ$　　B. $2\cos 40^\circ$

C. $\frac{1}{\sin 50^\circ}$　　D. $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

【答案】D

【解析】本题考查圆锥曲线中双曲线知识及三角函数变换.

由题意，$\frac{b}{a}=\tan 130^\circ$，

∴离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\tan^2 130^o}$

$\sqrt{1+\tan^2 130^\circ}=\sqrt{\frac{\cos^2 130^\circ+\sin^2 130^\circ}{\cos^2 130^\circ}}=\frac{1}{-\cos 130^\circ}=\frac{1}{\cos 50^\circ}$

故选 D.

11． ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$, $\cos A=-\frac{1}{4}$，则 $\frac{b}{c}=$

A． 6　　　　B． 5

C． 4　　　　D． 3

【答案】A

【解析】此题考查解三角形

由正弦定理得： $a^2-b^2=4c^2$， $\therefore a^2=b^2+4c^2$，

且由余弦定理得：

$$\cos A=-\frac{1}{4}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-(b^2+4c^2)}{2bc}$$
$$=\frac{b^2+c^2-b^2-4c^2}{2bc}=\frac{-3c^2}{2bc}=-\frac{3c}{2b}=-\frac{1}{4},$$

$\therefore \frac{3c}{2b}=\frac{1}{4}$， $\therefore \frac{c}{b}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$，

$\therefore \frac{b}{c}=6.$

12. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点．若 $|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A． $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　　　B． $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$

C． $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　　　D． $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

【答案】B

【解析】此题考查圆锥曲线

$\because |AF_2|=2|BF_2|$

$\therefore |BF_1|=|AB|=3|BF_2|$

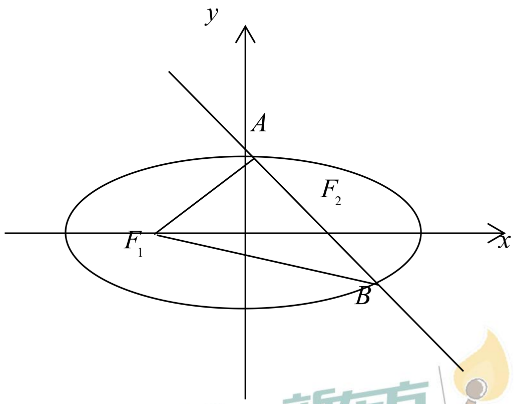
$\therefore |BF_1|+|BF_2|=4|BF_2|=2a$

$\therefore |AF_1|+|AF_2|=2a=4|BF_2|$

$\therefore |AF_1|=2|BF_2|=|AF_2|$

$\therefore A$为椭圆的短轴顶点

$\therefore A(0,b)$， $B(\frac{3}{2},-\frac{b}{2})$



将B代入椭圆方程，得$\frac{9}{4a^2}+\frac{b^2}{4b^2}=1$

$\therefore a^2=3$，$b^2=a^2-c^2=2$

故选B.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．曲线 $y=3(x^2+x)e^x$在点(0,0)处的切线方程为__________ .

【答案】$y=3x$

【解析】此题考查导数与切线方程

设切线方程为$y=kx+b$.

将曲线 $y=3(x^2+x)e^x$求导得：

$y'=3[e^x(x^2+x)+e^x(2x+1)]=3e^x(x^2+3x+1)$

当$x=0$时，$y'=3$，即 k=3

又因为过点(0,0)，所以$b=0$，即切线方程为：$y=3x$

14．记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和．若$a_1=1$，$S_3=\frac{3}{4}$，则$S_4=$____________.

【答案】$\frac{5}{8}$

【解析】此题考查等比数列求和公式

已知S_n为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，即$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

由题意，$S_3=\frac{3}{4}$，$a_1=1$，即$\frac{3}{4}=\frac{1(1-q^3)}{1-q}$，解得$q=-\frac{1}{2}$

所以$S_4=S_3+a_1q^3=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$

15．函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{2})-3\cos x$的最小值为__________.

【答案】-4

【解析】本题主要考察三角恒等变换.

$f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{2})-3\cos x$

$=-\sin(2x+\frac{\pi}{2})-3\cos x$

$=-\cos 2x-3\cos x$

$=1-2\cos^2 x-3\cos x$

设 $u=\cos x$　　　$u\in[-1,1]$

$f(x)=1-2u^2-3u=-2(u^2+\frac{3}{2}u-\frac{1}{2})$

$=-2\left[(u+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{16}\right]$

因为 $f(x)$开口向下，所以最小值在边界处取得

$u=-1$ 时，$f(x)=1-2+3=2$

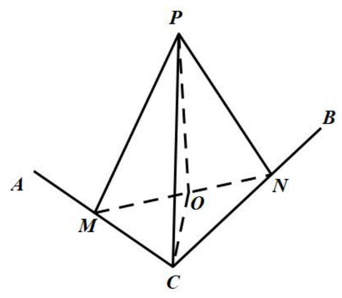
$u=1$ 时，　$f(x)=1-2-3=-4$

所以 $f(x)$的最小值为-4

16．已知$\angle ACB=90^\circ$,P 为平面 ABC 外一点，PC = 2，点 P 到$\angle ACB$两边 AC，BC 的距离均为$\sqrt{3}$，那么 P 到平面 ABC 的距离为__________.

【答案】$\sqrt{2}$

【解析】本题考查立体几何相关知识



过点 P 作 $PM\perp AC$，$PN\perp BC$

由题意得 $PM=PN=\sqrt{3}$，又 $PC=2$，所以 $CM=CN=1$

连接 MN，$MN=\sqrt{2}$，取 MN 的中点 O

易知 $PO\perp MN$ 且 $CO\perp MN$，

易得 $PO=\sqrt{PN^2-NO^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，$CO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由余弦定理得：$\cos\angle PCO=\frac{4+\frac{1}{2}-\frac{5}{2}}{2\times2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以$\sin\angle PCO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由三角形面积公式$S_{\Delta POC}=\frac{1}{2}PC\cdot CO\cdot\sin\angle PCO$

所以$S_{\Delta POC}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

则 P 到ΔABC 的距离为 $d=\frac{V_{M-POC}+V_{N-POC}}{\frac{1}{3}S_{\Delta MCN}}=\frac{\frac{1}{3}MN\cdot S_{\Delta POC}}{\frac{1}{3}MC\cdot NC\cdot\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}\times\sqrt{2}}{1\times1\times\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分

17．(12 分)

某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1)分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

(2)能否有 95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【答案】

(1)男顾客满意概率是$\frac{4}{5}$，女顾客满意概率是$\frac{3}{5}$

(2)有 95%的把握认为男女顾客对商场服务评价有差异

【解析】

(1)设男顾客对该商场服务满意的概率为P_1，女顾客对该商场服务满意的概率为P_2

则 $P_1=\frac{40}{50}=\frac{4}{5},P_2=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$

(2)由题意得：$K^2=\frac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{(40+10)(40+30)(30+20)(10+20)}=\frac{100}{21}\approx4.762>3.841$

所以，有 95%的把握认为男女顾客对商场服务评价有差异

18．(12 分)

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_9=-a_5$

(1)若 $a_3=4$，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若 $a_1>0$，求使得 $S_n\geq a_n$ 的 n 的取值范围．

【答案】

(1) $a_n=10-2n$

(2) $1\leq n\leq10,n\in\mathbf{N}^*$

【解析】

(1)由题意得 $S_{2n-1}=(2n-1)a_n$

所以 $S_9=9a_5=-a_5$，得 $a_5=0$，$\because a_3=4$，得 $d=-2$，可得 $a_n=10-2n$

(2)由 $S_9=-a_5$ 得 $a_5=0$，可得 $a_1+4d=0,d=-\frac{1}{4}a_1$

所以 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}=\frac{9}{8}na_1-\frac{1}{8}a_1n^2$

可得 $a_n=a_1+(n-1)(-\frac{1}{4}a_1)=\frac{5}{4}a_1-\frac{1}{4}na_1$

因为 $S_n\geq a_n$

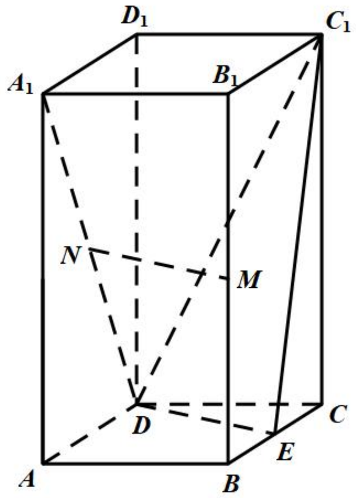
整理可得 $n^2-11n+10\leq0$，得 $1\leq n\leq10,n\in\mathbf{N}^*$

19．(12 分)

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E,M,N 分别是 BC,BB_1,A_1D 的中点．

(1)证明：MN // 平面 C_1DE；

(2)求点 C 到平面 C_1DE 的距离．



【答案】

(1)见解析

(2)$\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$

【解析】

(1)如图，连接 ME,B_1C

$\because M,E$ 分别是 BB_1,CC_1 的中点

$\therefore ME$ 平行且等于 $\dfrac{1}{2}B_1C$

$\because N$是A_1D的中点

$\therefore ND=\dfrac{1}{2}A_1D$

在直棱柱中，$A_1D=B_1C$

$\therefore ME$平行且等于ND

$\therefore$四边形$MEND$是平行四边形，MN // DE

又$\because MN\not\subset$ 平面 $C_1DE, DE\subset$ 平面 C_1DE

$\therefore MN$ // 平面 C_1DE

(2)由四棱柱的底面是菱形可得 ΔBCD 是边长为 2 的等边三角形

$\because E$是中点

$\therefore \Delta DEC$ 是直角三角形且 $CE=1,CD=2,DE=\sqrt{3}$

$\therefore V_{C_1-CDE}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\Delta CDE}\cdot|CC_1|=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

在$Rt\Delta C_1CE$中，$C_1E=\sqrt{17}$

在$Rt\Delta C_1D_1D$中，$C_1D=\sqrt{20}$

得$C_1D^2=C_1E^2+DE^2$

$\therefore C_1DE$是直角三角形

$\therefore S_{\Delta C_1DE}=\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}{2}$

$\therefore d=\dfrac{3V_{C_1-CDE}}{S_{\Delta C_1DE}}=\dfrac{4}{17}\sqrt{17}$

20．(12 分)

已知函数$f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$为$f(x)$的导数．

(1)证明：$f'(x)$在区间$(0,\pi)$存在唯一零点；

(2)若$x\in[0,\pi]$时，$f(x)\geqslant ax$，求a的取值范围．

【答案】

(1)见解析；

(2)$(-\infty,0]$．

【解析】

(1)$f'(x)=\cos x+x\sin x-1$，

$f''(x)=x\cos x$，令$f''(x)=0$，$x=\dfrac{\pi}{2}$，

x	$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$
$f''(x)$	>0	0	<0
$f'(x)$	↗	$\dfrac{\pi}{2}-1$	↘

又$f'(0)=0$，$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-1>0$，$f'(\pi)=-2<0$，

故$f'(x)$在$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$存在唯一零点．

(2)由$x\in[0,\pi]$可得，

①当$x=0$时$f(x)\geqslant ax$恒成立，

②当 $x\in(0,\pi]$ 时，则 $f(x)\geqslant ax$，等价于 $\dfrac{f(x)}{x}\geqslant a$，

令 $h(x)=\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{2\sin x}{x}-\cos x-1$，

则 $h'(x)=\dfrac{x^2\sin x+2x\cos x-2\sin x}{x^2}$，

令 $g(x)=x^2\sin x+2x\cos x-2\sin x$，

$g'(x)=x^2\cos x$，

当 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时，$g'(x)=0$，则

x	$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$
$g'(x)$	>0	0	<0
$g(x)$	↗	极大值	↘

由 $g(0)=0$，$g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}-2>0$，$g(\pi)=-2\pi<0$，得

存在唯一 $x_0\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ 使得 $g(0)=0$，即

x	$(0,x_0)$	x_0	(x_0,π)
$h'(x)$	>0	0	<0
$h(x)$	↗	极大值	↘

可知 $h(\pi)=0$，$\lim\limits_{x\to 0}h(x)=0$，

故 $h(x)$ 在 $(0,\pi]$ 最小值为 0，即 $a\leqslant 0$，

综上 a 的取值范围为 $(-\infty,0]$.

21．(12 分)

已知点 A,B 关于坐标原点 O 对称，$|AB|=4$，$\odot M$ 过点 A,B 且与直线 $x+2=0$ 相切．

(1)若 A 在直线 $x+y=0$ 上，求 $\odot M$ 的半径；

(2)是否存在定点 P，使得当 A 运动时，$|MA|=|MP|$ 为定值？并说明理由．

【答案】

(1)6 或 2

(2)存在

【解析】

(1)$\because A,B$ 两点在直线 $x+y=0$ 上，$\therefore$ 设 $\odot M$ 的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

又 $\because a=b$，$\therefore \begin{cases} 2a^2+4=r^2 \\ a+2=r \end{cases}$，$\therefore a=0$ 或 $a=4$，即 $r=2$ 或 $r=6$

(2)设点 $A(x_0,y_0),M(x_1,y_1)$，$\because OM\perp AB,|AB|=4$，

由几何关系得：$|OA|^2+|OM|^2=|x_0+2|^2$

$\therefore x_0^2+y_0^2+x_1^2+\dfrac{x_1^2x_0^2}{y_0^2}=(x_0+2)^2$，化简得 $y_1^2=4x_1$

根据抛物线定义可知，若 P 为焦点，即 $P(1,0)$，$\therefore |AM|-|MP|=1$

（二）选考题：共 10 分．请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（t 为参数）．以坐标原点 O 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho sin\theta+11=0$．

(1)求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2)求 C 上的点到 l 距离的最小值．

【答案】

(1) $2x+\sqrt{3}y+11=0$

(2) $\sqrt{7}$

【解析】

(1)曲线 C$\begin{cases} x=\frac{1-t^2}{1+t^2} & ① \\ y=\frac{4t}{1+t^2} & ② \end{cases}$

由①易得：$1+t^2=\frac{2}{x+1}$　　$(x\neq-1)$　　则$t^2=\frac{1-x}{x+1}$

由②易得：$y^2=\frac{16t^2}{(1+t^2)^2}$　　则$y^2=\frac{16\cdot\frac{1-x}{x+1}}{\frac{4}{(1+x)^2}}=4(1-x^2)$

整理得$\frac{y^2}{4}+x^2=1$　　$(x\neq-1)$

曲线 C 得直角坐标方程为 $\frac{y^2}{4}+x^2=1$　　$(x\neq-1)$

直线 l 的直角坐标方程 $2x+\sqrt{3}y+11=0$

(2)由(1)得 C：$\frac{y^2}{4}+x^2=1$　$(x\neq-1)$

设曲线 C 上一点 P(cosθ,2sinθ)　　$(\theta\in[0，\pi)\cup(\pi，2\pi])$

P 到 l 的距离 $d=\frac{|2cos\theta+2\sqrt{3}sin\theta+11|}{\sqrt{7}}=\frac{|4\sin(\theta+\frac{\pi}{6})+11|}{\sqrt{7}}$

当$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=-1$，即$\theta=\frac{4}{3}\pi$时，$d_{min}=\frac{|-4+11|}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}$

因此 C 上点到直线 l 距离最小值为$\sqrt{7}$

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 a,b,c 为正数，且满足 $abc=1$．证明：

(1)$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le a^2+b^2+c^2$；

(2)$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\ge 24$．

【解析】

（1）$\because abc=1$

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{bc+ac+ab}{abc}=bc+ac+ab$

要证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le a^2+b^2+c^2$

只需证：$bc+ac+ab\le a^2+b^2+c^2$

只需证：$2bc+2ac+2ab\le 2a^2+2b^2+2c^2$

$\because a^2+b^2-2ab+a^2+c^2-2ac+b^2+c^2-2bc=(a-b)^2+(a-b)^2+(a-b)^2$

≥ 0

$\therefore 2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+ac+bc)\ge 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2\ge ab+ac+bc$

$\therefore a^2+b^2+c^2\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$(当且仅当 $a=b=c=1$ 时取等)

（2）$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3$

$\ge 3(a+b)(b+c)(c+a)$

$\ge 3\cdot 2\sqrt{ab}\cdot 2\sqrt{bc}\cdot 2\sqrt{ac}$

$\ge 24abc=24$

当且仅当 $a=b=c=1$ 时取等．