

文章编号: 1001-2486 (2001) 05-0001-04

## 用 EA 求解非固定时间轨道转移和拦截问题\*

王石, 祝开建, 戴金海, 任萱

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 随着航天任务需求的多样化, 对航天器拦截和轨道转移问题不但提出了最省燃料的要求, 而且提出了最小时间的要求。文中用 EA 算法解决了这一组合优化问题, 仿真结果证明了算法的有效性。

**关键词:** 轨道转移; 拦截; EA 算法

**中图分类号:** V412.4<sup>+</sup>1      **文献标识码:** A

## Solving Orbital Transformation and Interception Problems Based on EA

WANG Shi, ZHU Kai-jian, DAI Jin-hai, REN Xuan

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** With diversiform needs of space missions, not only minimizing fuel is required for the spacecrafts interception and orbit transformation, but minimizing time is also required. In this paper, the combinatorial optimization problem is solved by EA (Evolution Algorithm), and the algorithm proves to be effective according to the simulation results.

**Key words:** Orbit Transformation; Interception; EA

进化算法 (EA) 是在自然界进化机制基础上的一种算法。它是一种全局智能化搜索方法。近些年来, 在航空航天领域, 越来越多的问题开始采用进化算法加以解决。和传统算法相比, 进化算法具有稳健性, 还具有收敛到全局最优解更大可能性, 特别对组合优化问题, EA 算法更显示出其优越性<sup>[1]</sup>。

拦截和轨道转移是在航天任务中经常遇到的问题, 比如在卫星网中 (卫星星座便是卫星网的一种), 某颗星损坏, 就要由备份卫星转移到指定位置上, 对燃料消耗有一定的要求, 同时对时间也有一定的要求。确定最优转移轨道在工程实际中是极有价值的。

固定时间拦截问题和轨道转移问题, 是航天领域经典的问题, 可由代数方法<sup>[2]</sup>和微分代数方法<sup>[3]</sup>加以解决。但会使计算模型变得颇为复杂, 而且对模型的依赖性也比较强, 用 EA 算法可以消除这样的困难, 算法相对简单, 易于操作。

## 1 模型的提出

拦截问题和轨道转移都属于变轨问题, 它们都是以飞行任务的形式给出变轨的典型情况。如图 1 所示, 若航天器在  $t = t_1$  时刻位于初轨道 I 的 1 点, 已知其位置和速度矢量分别为  $r_1, v_1$ , 设定空间有一给定点 2, 其位置矢量  $r_2$  为已知量, 飞行任务要求航天器在  $t_1$  时刻变轨, 并使变轨后轨道 II 通过给定点 2, 故这一飞行任务称为拦截问题, 如果时间不固定, 称为非固定时间拦截问题。如果给定点 2 时刻的位置  $r_2$  和速度  $v_2$ , 飞行任务不但在  $t_1$  时刻变轨后通过  $r_2$ , 而且要求速度为  $v_2$  (需要在终端加一次冲量), 称为轨道转移问题。如果时间是不固定的, 就称为非固定时间轨道转移问题。应该提出, 如果时间固定, 拦截问题和轨道转移问题可由 Lambert 飞行时间定理加以解决<sup>[2][3]</sup>, 如果时间不固定, 而以最小能量为指标, 也可由代数方法加以解决, 计算过程也颇为繁琐。

但事实上, 要求能量消耗和时间最小是相互矛盾的, 因此该问题只存在 pareto 解<sup>[1]</sup>, 也就是采取折衷的办法。我们采用加权的办法, 对于拦截问题  $\omega_1 \Delta V_1 + \omega_2 T$ , 其中  $\Delta V_1 = V_1' - V_1$ ,  $V_1$  表示施

\* 收稿日期: 2001-05-29  
基金项目: 国家 863 基金资助项目 (863-2-5-2.4)  
作者简介: 王石 (1972-), 男, 博士生。

加冲量前的速度， $v_1'$ 为施加冲量后的速度， $T$ 为从 $r_1$ 到 $r_2$ 的飞行时间， $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 为加权值，视具体问题的需要而定。不失一般性，令 $\omega_1=1$ ， $\omega_2=K$ （可调权系数），因此优化指标可变为：

$$|\Delta V_1| + KT = \min$$

同理，轨道转移的冲量—时间优化指标为：

$$|\Delta V_1| + |\Delta V_2| + KT = \min$$

其中， $\Delta V_2 = V_2 - V_2'$ ，其中 $V_2$ 为位置 $r_2$ 的速度， $V_2'$ 为航天器至 $r_2$ 施加冲量前的速度。 $|\cdot|$ 表示向量取模。

显而易见，如果初始轨道的速度改变量一旦给出，就给出了最优轨道，因此求出了改变量，就给出了问题的解，这是一个典型的组合优化问题。

## 2 EA 算法的设计

一般而言，进化算法设计在一般的参考书上均有论述<sup>[4][5]</sup>。一般包括基因的编码，产生初始群体，设计进化算子（交叉，变异，选择），适应度评价及收敛准则，EA 算法具有不过分依赖于问题的具体模型，对于有约束的优化问题，一般采用惩罚函数的方法<sup>[1]</sup>。但对本问题而言，由于是在大范围内的搜索，采用惩罚函数方法极不容易收敛，用从 $r_1$ 到 $r_2$ 的飞行时间一旦确定，便可用 Lambert 飞行时间定理（或 Gauss 法）来解决边值约束问题。这样做不仅可以避免由惩罚函数导致不收敛，而且可以减少编码的数量及搜索的空间，使 EA 等方法显示其应有的优越性。

### 2.1 编码方法

由于搜索空间大及高精度的要求，我们采用对个体浮点数编码，而避免二进制编码码位过长的问題，而且还可以避免解码的繁琐细节。因而我们得出的个体为问题的最优解。

### 2.1 EA 算子的设计

#### 1) 交叉算子的设计

由于个体的编码方法是实数编码，我们采用线性交叉的方法，对个体 $Z$ 和 $Y$ ，则交叉后产生的算子为：

$$\begin{aligned} Z' &= \alpha Z + (1 - \alpha)Y \\ Y' &= \alpha Y + (1 - \alpha)Z \end{aligned}$$

其中 $\alpha$ 为 $[0, 1]$ 上的均匀随机数，对于不同的个体随机数为相互独立的。

#### 2) 变异算子的设计

设 $T$ 的取值范围为 $[T_{\min}, T_{\max}]$ ，则个体 $Z$ 经过变异后为

$$\begin{aligned} Z' &= Z + \Delta(t, U_{\max} - V_k) \text{randon}(0, 1) = 0 \\ Y' &= Y + \Delta(t, V_k - U_{\min}) \text{randon}(0, 1) = 1 \end{aligned}$$

其中， $\Delta(t, y) = y(1 - r(1 - t/T)^b)$ ，式中 $r$ 为 $[0, 1]$ 中的均匀随机数， $T$ 为最大进化代数， $b$ 为系统参数，我们这里取为区间 $(2, 3)$ 中的数。

### 2.3 适应度函数的计算

就本问题而言，因为已经把有约束的问题变为无约束的问题。因而可直接把优化的目标函数值作为个体的适应度。给定的个体 $Z$ ，应用 Lambert 定理（或 Gauss 方法）算出 $v_1$ 和 $v_2$ 从而算出 $|\Delta V_1|$ ， $|\Delta V_2|$ 。这样对于拦截问题适应度为

$$\text{fitnedd} = |\Delta V_1| + KT$$

对于轨道转移问题

$$\text{fitnedd} = |\Delta V_1| + |\Delta V_2| + KT$$

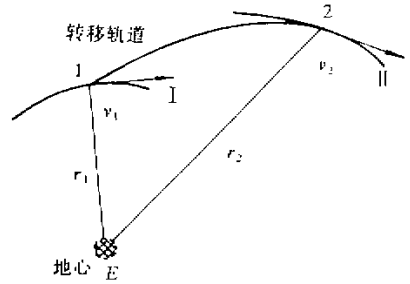


图 1 轨道转移和拦截示意图

Fig.1 Schematic of obrbit transfer and intersection

### 2.4 选择算子

对每个个体计算出相应的适应度的值，然后对每个个体的适应度从小到大排列，保留前面最好的  $N$  个 ( $N$  为初始群体的大小) 个体。这种选择方法一般称为  $\lambda + \mu$  选择规则<sup>[4][5]</sup>。

应当指出，上面的算法还不一定能保证收敛到最优解，其原因是搜索空间过大，很可能陷入局部最优解而导致早熟的现象。为了保证收敛到全局最优解而不致陷入局部最优，我们采用了小生境 (Nichling) 技术，所谓小生境技术就是根据个体的相似程度而对其施以惩罚因子，以便个体分散在更大的搜索空间，能够保证个体的多样性，从而避免了个体过早聚集在某处而导致个体的早熟。

### 2.5 算法步骤

首先设定最大进化代数  $P_{max}$  及收敛精度  $\epsilon$ 。然后，

①置初始代数  $P=0$ ，随机生成  $N$  个初始群体；

②实施交叉，变异算子，产生下一代群体，并保留原来个体；

③计算出每个个体的适应度，并按从小到大的排列规则进行排序，选择出前  $N$  个个体 ( $\lambda + \mu$  选择规则)；

④若  $|f(P+1) - f(P)| < \epsilon$ ，或  $P \geq P_{max}$ ，则⑤；否则  $P = P + 1$ ，然后返回② (其中  $f(P)$  表示第  $G$  代个体的最佳适应度)；

⑤输出最好体，算法停止。

## 3 算例分析

下面对实际的例子进行仿真计算，设  $t_1$  时刻和  $t_2$  时刻的矢量和速度分别为： $R_{first}$ ， $V_{first}$ ； $R_{end}$ ， $V_{end}$ 。

$$V_{first} = (7349.21 \quad 0.0 \quad 0.0)$$

$$R_{first} = (0.0 \quad 7380000.0 \quad 0.0)$$

$$R_{end} = (6401659.785 \quad 3696000.0 \quad 0.0)$$

$$V_{end} = (3671.622 \quad -6359.435 \quad 0.0)$$

对 EA 算法的初始群体选择为 50 个，最大迭代代数为 80 代。并取 10 个小生境，收敛精度为  $10^{-4}$ 。 $\lambda + \mu$  选择规则中  $\lambda$  取为 50， $\mu$  取为 150。下面的表格列出了对不同的权值  $K$  得出的不同的计算结果。表 1 为非固定时间轨道转移的结果，表 2 位非规定时间拦截的结果，其中  $dV$  表示速度改变量。在工程实际中可根据不同的具体要求设置不同的权值。

表 1 轨道转移的计算结果

Tab.1 Computing result of orbit transfer

权值	指标函数值	时间	dV1	dV2
K = 0.0003	21.548	1052.869	2.974	-6.443
			10.350	-7.755
			0	0
K = 0.03	53.103	1052.867	2.994	-6.472
			10.326	10.332
			0	0
K = 0.3	337.37	1052.823	3.173	7.443
			10.120	7.698
			0	

## 5 结论

EA 算法作为一种智能化搜索方法在解决优化问题方面有其独特的优越性。经典方法只是一种局

部搜索,而它是一种全局搜索方法,在解决组合优化问题时,EA算法就显示了其独特的威力,而且对优化函数的性质要求不太严格,但经典算法对函数有严格的要求。正如文献[6]指出的那样:“经典优化算法能够解决的问题,EA算法一般都能解决,只是计算量的问题”。所以不足的是,EA算法需要大的计算量。

表2 轨道拦截的计算结果

Tab.2 Computing result of orbit intersection

权值	指标函数值	时间	dV1
$K = 3e - 5$	9.026	1052.094	7.419
			5.921
			0
$K = 0.003$	12.186	1052.093	6.822
			5.916
			0
$K = 0.03$	40.593	1052.089	6.843
			5.892
			0
$K = 0.3$	324.651	1052.047	7.053
			2.078
			0
$K = 3$	3164.573	1051.578	9.374
			2.978
			0

### 参考文献:

- [1] 周明等. 遗传算法原理及应用[M]. 北京:国防工业出版社,1999.
- [2] 任董. 人造卫星轨道力学[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1988.
- [3] 白鹤峰. 卫星星座的设计与控制方法研究[D]. 博士论文,1999.
- [4] William J. Mason, Jogn W. Hartmann. OPTIMAL EARTH ORBITING SATELLITE CONSTELLATIONS VIA A PARETO GENETIC ALGORITHM[A]. AIAA-98-4381,2000.
- [5] IWEC2000, International Workshop on Evolution Computation, WUHAN. P. R. China.
- [6] <http://www.aic.nrl.navy.mil/galist>[S].
- [7] 水谷英二. 神经-模糊软计算[M], 西安交通大学出版社,2000.
- [8] Daniel Levy de F Rodrigues et al. Effect of Thrust Misalignments on orbit Transfers[A]. AAS97-657.



