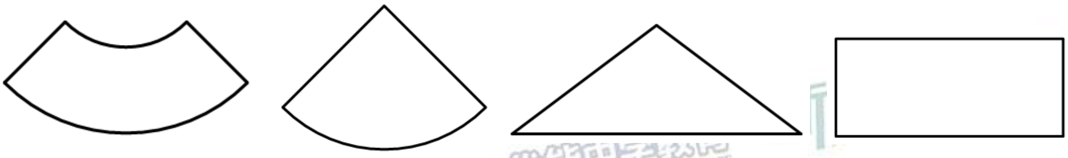
2019 年北京市西城区初三一模数学试卷

数　　学　　　　　　　2019.4

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．下列图形中，是圆锥的侧面展开图的为

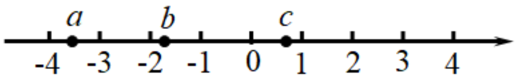


A．　　B．　　C．　　D．

【答案】B

【解析】圆锥侧面展开图为扇形；考点：几何初步认识

2．实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



A．$a>b$　　B．$a+b>0$　　C．$ac>0$　　D．$|a|>|c|$

【答案】D

【解析】数轴从左往右，对应的实数越来越大，离零点距离越远，绝对值越大。

考点：实数和数轴，实数的大小比较

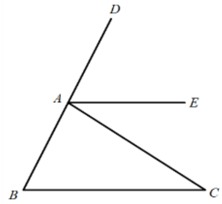
3．方程组 $\begin{cases}2x-y=0\\5x+2y=9\end{cases}$ 的解为

A．$\begin{cases}x=-1\\y=7\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x=3\\y=6\end{cases}$　　C．$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$

【答案】C

【解析】解二元一次方程组

4．如图，点 D 在 BA 的延长线上， $AE//BC$.若 $\angle DAC=100°$， $\angle B=65°$，则 $\angle EAC$ 的度数为



A．65°　　B．35°

C．30°　　D．40°

【答案】B

【解析】两直线平行，同位角相等

考点：平行线的性质

5．广阔无垠的太空中有无数颗恒星，其中离太阳系最近的一颗恒星称为“比邻星”，它距离太阳系约 4.2 光年.光年是天文学中一种计量天体时空距离的长度单位，1 光年约为 9 500 000 000 000 千米，则“比邻星”距离太阳系约为

A．4×10^{13} 千米　B．4×10^{12} 千米　C．9.5×10^{13} 千米　D．9.5×10^{12} 千米

【答案】A

【解析】$4\times9.5\times10^{12}\approx4\times10^{13}$ 千米

考点：科学计数法

6．如果 $a^2+3a+1=0$，那么代数式 $(\frac{a^2+9}{a}+6)\cdot\frac{2a^2}{a+3}$ 的值为

A．1　B．-1　C．2　D．-2

【答案】D

【解析】原式 $=\frac{a^2+9+6a}{a}\cdot\frac{2a^2}{a+3}=(a+3)^2\cdot\frac{2a}{a+3}=2a(a+3)=2a^2+6a=2(a^2+3a)=-2$

7．三名快递员某天的工作情况如图所示，其中点 A_1，A_2，A_3 的横、纵坐标分别表示甲、乙、丙三名快递员上午派送快递所用的时间和件数；点 B_1，B_2，B_3 的横、纵坐标分别表示甲、乙、丙三名快递员下午派送快递所用的时间和件数.

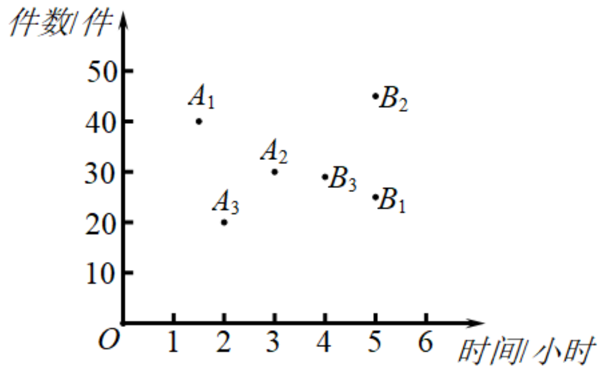
有如下三个结论：

①上午派送快递所用时间最短的是甲；

②下午派送快递件数最多的是丙；

③在这一天中派送快递总件数最多的是乙.

上述结论中，所有正确结论的序号是



A. ①②　　B. ①③　　C. ②　　D. ②③

【答案】B

【解析】横坐标表示时间，纵坐标表示送件数。因此派送时间最短即为 x 的最小值。派送件数最大值即为 y 的最大值。一天派送件数为 A_1+B_1, A_2+B_2，A_3+B_3，

综上所述，①③对，选 B.

考点：平面直角坐标系

8. 中国科学技术馆有“圆与非圆”展品，涉及了“等宽曲线”的知识.因为圆的任何一对平行切线的距离总是相等的，所以圆是“等宽曲线”.除了圆以外，还有一些几何图形也是“等宽曲线”，如勒洛三角形（图1），它是分别以等边三角的每个顶点为圆心，以边长为半径，在另两个顶点间画一段圆弧，三段圆弧围成的曲边三角形，图2是等宽的勒洛三角形和圆.

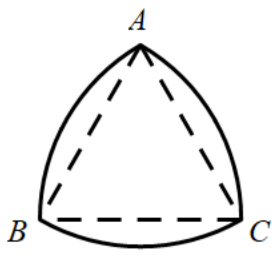


图1

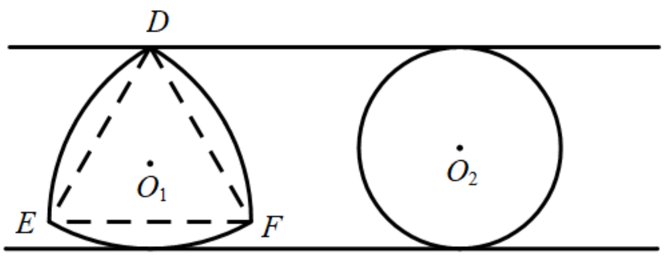


图2

下列说法中错误的是

A．勒洛三角形是轴对称图形

B．图1中，点 A 到 $\overset{\frown}{BC}$ 任意一点的距离都相等

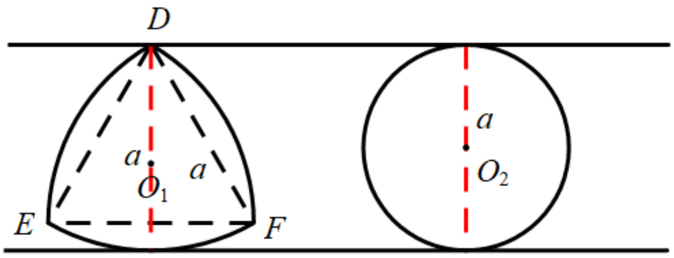
C．图2中，勒洛三角形上任意一点到等边三角形 DEF 的中心 O_1 的距离都相等

D．图2中，勒洛三角形的周长与圆的周长相等

【答案】C

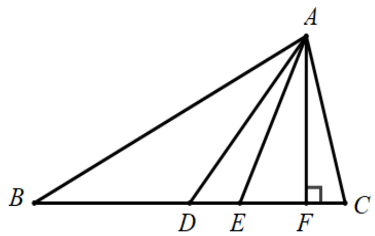
【解析】 A，B 可由定义得,设等边三角形边长为 a ,则

$\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{EF}+\overset{\frown}{DF}=3\overset{\frown}{DE}=\dfrac{3\cdot 2\pi a}{6}=a\pi$，$r=\dfrac{a}{2}$，$\odot O_2$ 的周长为 $a\pi$,所以二者周长相等，故选 C.



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如图，在线段 AD，AE，AF 中，$\triangle ABC$ 的高是线段_______.



【答案】AF

【解析】考点：三角形高的定义

10. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_______.

【答案】 $x\ge 3$

【解析】根号里的被开方数大于等于零

考点：二次根式的定义

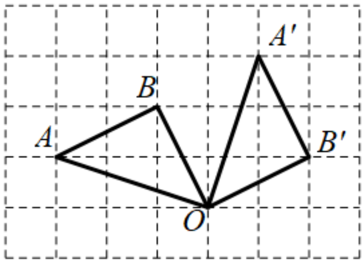
11．分解因式：$ab^2-25a=$__________.

【答案】$a(b+5)(b-5)$

【解析】平方差公式

考点：因式分解

12．如图，点O，A，B都在正方形网格的格点上，将$\triangle OAB$绕点O顺时针旋转后得到$\triangle OA'B'$，点A，B的对应点A'，B'也在格点上，则旋转角$\alpha(0^\circ<\alpha<180^\circ)$的度数为__________.



【答案】90°

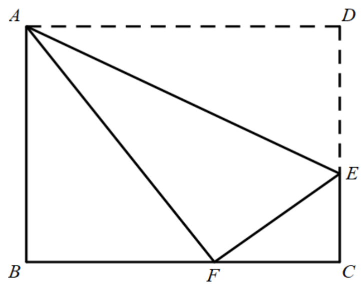
【解析】考点：旋转，等腰三角形的三线合一，勾股定理

13．用一组a,b的值说明命题"对于非零实数a，b，若$a<b$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$"是错误的，这组值可以是$a=$_________，$b=$_________.

【答案】-1；1 （答案不唯一）

【解析】考点：反比例函数图象和性质

14．如图，在矩形$ABCD$中，点E在边CD上，将矩形$ABCD$沿AE所在直线折叠，点D恰好落在边BC上的点F处.若$DE=5$，$FC=4$，则AB的长为____________.



【答案】8

【解析】考点：轴对称和勾股定理

15. 小芸一家计划去某城市旅行，需要做自由行的攻略，父母给她分配了一项任务：借助网络评价选取该城市的一家餐厅用餐.小芸根据家人的喜好，选择了甲、乙、丙三家餐厅，对每家餐厅随机选取了 1000 条网络评价，统计如下：

评价条数 等级 / 餐厅	五星	四星	三星	二星	一星	合计
甲	538	210	96	129	27	1000
乙	460	187	154	169	30	1000
丙	486	388	81	13	32	1000

（说明：网上对于餐厅的综合评价从高到低，依次为五星、四星、三星、二星和一星.）

小芸选择在______（填“甲”、“乙”或“丙”）餐厅用餐，能获得良好用餐体验（即评价不低于四星）的可能性最大.

【答案】丙

【解析】考点：数据整理与分析

16. 高速公路某收费站出城方向有编号为 A，B，C，D，E 的五个小客车收费出口，假定各收费出口每 20 分钟通过小客车的数量分别都是不变的.同时开放其中的某两个收费出口，这两个出口 20 分钟一共通过的小客车数量记录如下：

收费出口编号	A，B	B，C	C，D	D，E	E，A
通过小客车数量（辆）	260	330	300	360	240

在 A，B，C，D，E 五个收费出口中，每 20 分钟通过小客车数量最多的一个收费出口的编号是______.

【答案】B

【解析】∵A+B=260，C+B=330，∴C>A，∵B+C=330，C+D=300，∴B>D,

∵C+D=300，D+E=360，∴E>C，∵A+B=260，E+A=240，∴B>E，综上：C<A<D<B，B＞E，∴B 为最大值.

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$|-5|+\sqrt{12}-2\sin 60^{\circ}-(2019-\pi)^{0}$

【答案】$4+\sqrt{3}$

【解析】原式$=5+2\sqrt{3}-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1$

$=5+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1$

$=4+\sqrt{3}$

18. 解不等式组：$\begin{cases}4(2x-1)<3x+1,\\ \dfrac{3x-8}{5}<x.\end{cases}$

【答案】$-4<x<1$

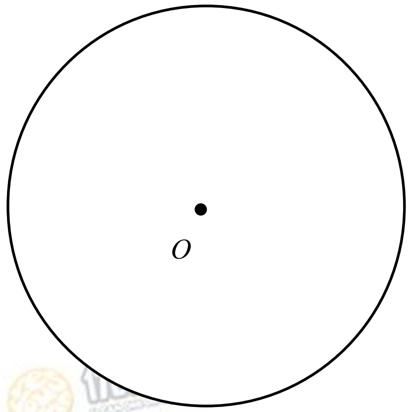
【解析】解不等式①，得$8x-4<3x+1$，$x<1$

解不等式②，得$3x-8<5x$，$x>-4$

∴该不等式组的解集是$-4<x<1$

19. 下面是小东设计的“作圆的一个内接矩形，并使其对角线的夹角为60°”的尺规作图过程.

已知：⊙O.



求作:矩形 $ABCD$,使得矩形 $ABCD$ 内接于⊙O,且其对角线 AC，BD 的夹角为 60°

作法：如图，

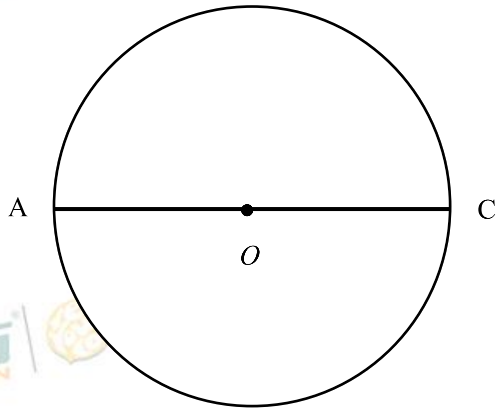
①作⊙O 的直径 AC；

②以点 A 为圆心,AO 长为半径画弧, 交直线 AC 上方的圆弧于点 B；

③连接 BO 并延长交⊙O 于点 D；

④连接 AB，BC，CD，DA.

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形.



根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规,补全图形(保留作图痕迹);

（2）完成下面的证明

证明：∵点 A，C 都在⊙O 上,

∴$OA=OC$.

同理 $OB=OD$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∵AC 是⊙O 的直径,

∴$\angle ABC=90^\circ$(____________)(填推理的依据)

∴四边形 $ABCD$ 是矩形

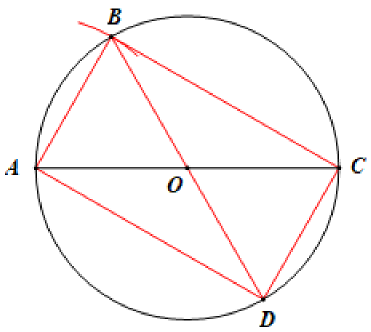
∵$AB=$_________$=BO$,

∴$\angle AOB=60^\circ$

∴四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形.

【答案】

（1）如图



（2）直径所对得圆周角是 90°；AO

【解析】直径所对圆周角为直角

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$.

（1）当 $c=b-2$ 时，利用根的判别式判断方程根的情况；

（2）若方程有两个相等的非零实数根，写出一组满足条件的 b，c 的值，并求此时方程的根.

【答案】（1）该方程有两个不相等得实数根；（2）答案不唯一.

【解析】

（1）$x^2+bx+b-2=0$

$\Delta=b^2-4ac$

$=b^2-4\times1\times(b-2)$

$=b^2-4b+8$

$=(b-2)^2+4>0$

$\therefore$该方程有两个不相等得实数根。

（2）令 $\Delta=0$，即 $b^2-4ac=0$

$\therefore b^2-4c=0$

$\therefore b^2=4c$

$\therefore c=\dfrac{b^2}{4}$

当$b=2$，$c=1$时，得$x^2+2x+1=0$

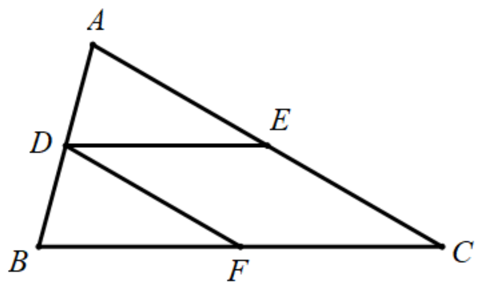
$\therefore (x+1)^2=0$

$x_1=x_2=-1$

21. 如图，在$\triangle ABC$中，$AC=BC$，点D，E，F分别是AB，AC，BC的中点，连接DE，DF.

（1）求证：四边形$DFCE$是菱形；

（2）若$\angle A=75°$，$AC=4$，求菱形$DFCE$的面积.



【答案】（2）2

【解析】

（1）证明：$\because$点D、E分别时AB，AC中点

$\therefore DE=\dfrac{1}{2}BC$且$DE\parallel BC$

又$\because F$为BC中点

$\therefore CF=\dfrac{1}{2}BC$

$\therefore DE=CF$

$\therefore$四边形$DFCE$是平行四边形

又$\because$点D，F分别是AB，BC中点

$\therefore DF=\frac{1}{2}AC$

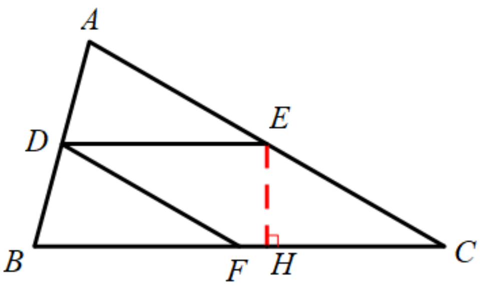
$\because AC=BC$

$\therefore DE=DF$

$\therefore \square DFCE$ 是菱形

（2）过点 E 作 $EH\perp FC$

于点 H



$\because AC=4, E$ 是 AC 中点

$\therefore EC=2$

又$\because$四边形 $DFCE$ 是菱形

$\therefore FC=EC=2$

$\because \angle A=75°\quad AC=BC$

$\therefore \angle B=\angle A=75°\quad \angle C=30°$

又$\because EH\perp FC$

$\therefore EH=\frac{1}{2}EC=1$

$\therefore S_{菱形DFCE}=CF\cdot EH=2$

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=x+b$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$，与 y 轴交于点 B. 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与直线 l 交于 P，Q 两点，其中点 P 的纵坐标大于点 Q 的纵坐标.

（1）求点 B 的坐标；

（2）当点 P 的横坐标为 2 时，求 k 的值；

（3）连接 PO，记$\triangle POB$ 的面积为 S，若 $\frac{1}{2}<S<1$，结合函数图象，直接写出 k 的取值范围.

【答案】（1）（0，2）；（2）$k=8$；（3）$\frac{5}{4}<k<3$ 或 $-1<k<-\frac{3}{4}$

【解析】

（1）把点 $A(-2,0)$ 代入 $y=x+b$ 中得

$-2+b=0$

$b=2$

$\therefore$直线l解析式：$y=x+2$

当$x=0$时，$y=2$

$\therefore$点B的坐标为$(0,2)$

（2）$\because$点在直线$y=x+2$上

$\therefore y=2+2=4$

$\therefore$点P坐标为$(2,4)$

将$(2,4)$代入$y=\frac{k}{x}$中得

$k=8$

（3）①当点P在第一象限时

$S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}\bullet BO\bullet x_P=\frac{1}{2}\times 2\times x_P=x_P$

$\because \frac{1}{2}<S<1$

$\therefore \frac{1}{2}<x_P<1$

$\therefore$临界点为$(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$和$(1,3)$

$\therefore \frac{5}{4}<k<3$

②当点P在第二象限时

$S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}\bullet BO\bullet |x_P|=\frac{1}{2}\times 2\times |x_P|=|x_P|$

$\because \frac{1}{2}<S<1$

$\therefore \frac{1}{2}<|x_P|<1$

$\therefore$临界点为$(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$和$(-1,1)$

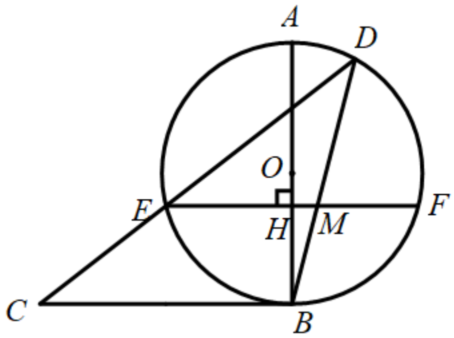
$\therefore\ -1<k<-\frac{3}{4}$

综上所述：$\frac{5}{4}<k<3$或$-1<k<-\frac{3}{4}$

23. 如图，AB是⊙O的直径，CB与⊙O相切于点 B.点 D 在⊙O 上,且 $BC=BD$,连接 CD 交⊙O 于点 E.过点 E 作 $EF\perp AB$于点 H，交 BD 于点 M，交⊙O 于点 F.

（1）求证：$\angle MED=\angle MDE$；

（2）连接 BE，若 $ME=3$，$MB=2$，求 BE 的长.



【答案】（2）$EB=\sqrt{10}$

【解析】

（1）证明：$\because CB$与⊙O相切于点B

$\therefore \angle ABC=\angle AHE=90^\circ$

$\therefore EF\parallel BC$

$\therefore \angle C=\angle MED$

又$BC=BD$

$\therefore \angle C=\angle MDE$

$\therefore \angle MED=\angle MDE$

（2）$\because AB\perp EF$

$\therefore BE=BF$

$\therefore \angle FEB=\angle EDB$

又 $\angle DBE = \angle DBE$

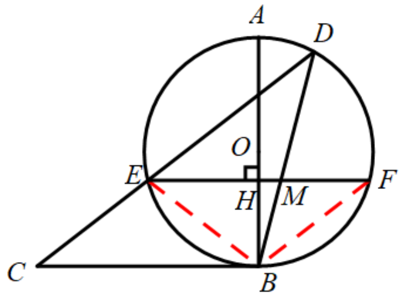
$\triangle DBE \backsim \triangle EBM$

$\therefore \dfrac{DB}{EB} = \dfrac{EB}{BM}$

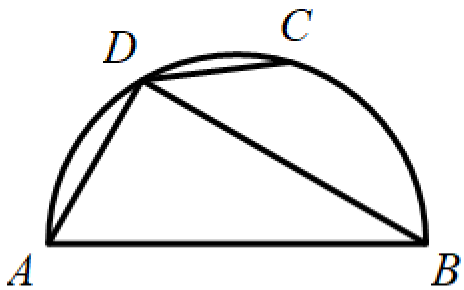
$\therefore \dfrac{5}{EB} = \dfrac{EB}{2}$

$\therefore EB^2 = 10$

$\therefore EB = \sqrt{10}$



24. 如图，$\overset{\frown}{AB}$是直径 AB 所对的半圆弧，C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上一定点，D 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上一动点，连接 DA，DB，DC.已知 AB=5cm，设 D，A 两点间的距离为 x cm，D，B 两点间的距离为 y_1 cm，D，C 两点间的距离为 y_2 cm.



小腾根据学习函数的经验,分别对函数 y_1，y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

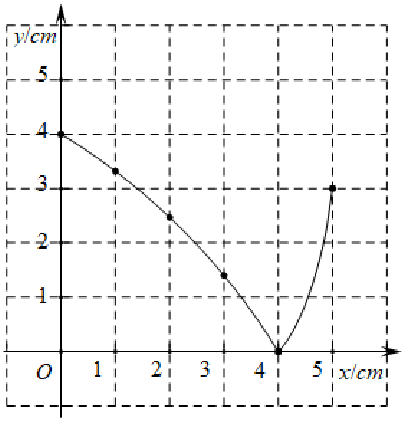
下面是小腾的探究过程,请补充完整：

（1）按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1，y_2 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5
y_1/cm	5	4.9		4	3	0
y_2/cm	4	3.32	2.47	1.4	0	3

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点

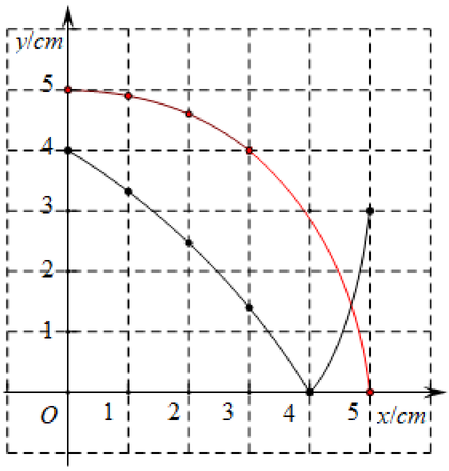
(x, y_1)，(x, y_2)，并画出函数 y_1，y_2 的图象；



（3）结合函数图象，解决问题：连接 BC，当△BCD 是以 CD 为腰的等腰三角形时，DA 的长度约为__________cm.

【答案】（1）4.6

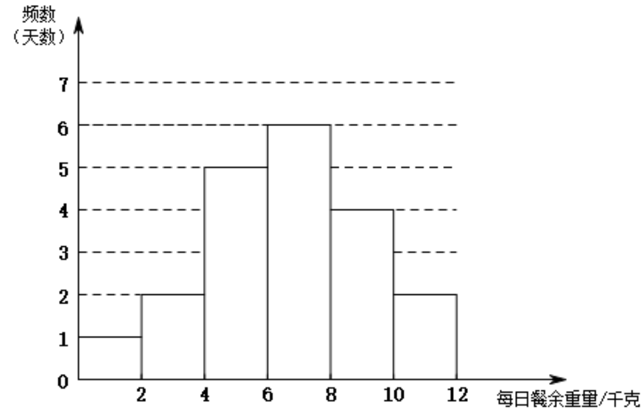
（2）



（3）1.4 或 4.7

25. 某公司的午餐采用自助的形式，并倡导员工“适度取餐，减少浪费”该公司共有 10 个部门，且各部门的人数相同，为了解午餐的浪费情况，从这 10 个部门中随机抽取了 A，B 两个部门，进行了连续四周（20 个工作日）的调查，得到这两个部门每天午餐浪费饭菜的重量，以下简称“每日餐余重量”（单位：千克），并对这些数据进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息

a. A 部门每日餐余重量的频数分布直方图如下（数据分成 6 组：$0 \le x < 2$，$2 \le x < 4$，$4 \le x < 6$，$6 \le x < 8$，$8 \le x < 10$，$10 \le x \le 12$）：



b. A 部门每日餐余重量在$6 \le x < 8$这一组的是:

6.1　6.6　7.0　7.0　7.0　7.8

c. B 部门每日餐余重量如下:

1.4　2.8　6.9　7.8　1.9　9.7　3.1　4.6　6.9　10.8

6.9　2.6　7.5　6.9　9.5　7.8　8.4　8.3　9.4　8.8

d．A，B 两个部门这 20 个工作日每日餐余重量的平均数、中位数、众数如下：

部门	平均数	中位数	众数
A	6.4	m	7.0
B	6.6	7.2	n

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中m，n的值；

（2）在 A，B 这两个部门中，“适度取餐，减少浪费”做得较好的部门是______（填“A”或“B”），理由是______________________________；

（2）结合 A，B 这两个部门每日餐余重量的数据，估计该公司（10 个部门）一年（按 240 个工作日计算）的餐余总重量.

【答案】

（1） $m=6.8$　　$n=6.9$

（2）A；A 部门每日餐余重量的平均数和中位数都比 B 部门小。

（3） $\dfrac{(6.4+6.6)}{2}\times 10\times 240=15600(\text{kg})$

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=x^2-mx+n$.

（1）当 $m=2$ 时，

①求抛物线的对称轴，并用含 n 的式子表示顶点的纵坐标；

②若点 $A(-2,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在抛物线上，且 $y_2>y_1$，则 x_2 的取值范围是________；

（2）已知点 $P(-1,2)$，将点 P 向右平移 4 个单位长度，得到点 Q. 当 $n=3$ 时，若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图像，求 m 的取值范围.

【答案】（1）①直线 $x=1$；$-1+n$；② $x_2<-2$ 或 $x_2>4$；（2） $m\le -2$ 或 $m=2$ 或 $m>\dfrac{10}{3}$

【解析】（1）①当 $m=2$ 时，

抛物线解析式为 $y=x^2-2x+n$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2}{2}=1$

把 $x=1$ 代入 $y=x^2-2x+n$ 得

$y=-1+n$

$\therefore$ 抛物线顶点的纵坐标为 $-1+n$

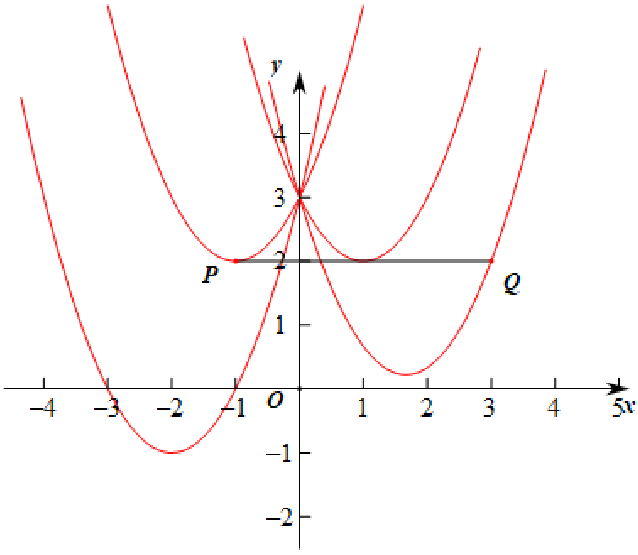
② $x_2<-2$ 或 $x_2>4$

（2） $\because$ 点 $P(-1,2)$,将 P 向右平移 4 个单位长度，得到点 Q

$\therefore$ Q 点的坐标为 $(3,2)$

当 $n=3$ 时，

抛物线为 $y=x^2-mx+3$



①当 $y=x^2-mx+3$ 经过点 $P(-1,2)$ 时，

$2=1+m+3$

$m=-2$

当 $m\le -2$ 时，抛物线与线段 PQ 有一个公共点

②当 $y=x^2-mx+3$ 经过点 $Q(3,2)$ 时

$2=9-3m+3$

$m=\dfrac{10}{3}$

当 $m>\dfrac{10}{3}$ 时，抛物线与线段 PQ 有一个公共点

③当抛物线 $y=x^2-mx+3$ 与线段 PQ 相切时

把 $y=2$ 代入 $y=x^2-mx+3$

得： $x^2-mx+3=2$

$x^2-mx+1=0$

$\Delta=m^2-4=0$

$\therefore m=\pm 2$

当 $m=2$ 时， $y=x^2-mx+3$

顶点坐标为 $(1,2)$

当 $m=-2$ 时， $y=x^2-mx+3$

顶点坐标为 $(-1,2)$

$\therefore$ 顶点在线段 PQ 上

综上所述，当 $m\le -2$ 或 $m=2$ 或 $m>\dfrac{10}{3}$ 时，抛物线 $y=x^2-mx+n$ 与线段 PQ 有一个公共点

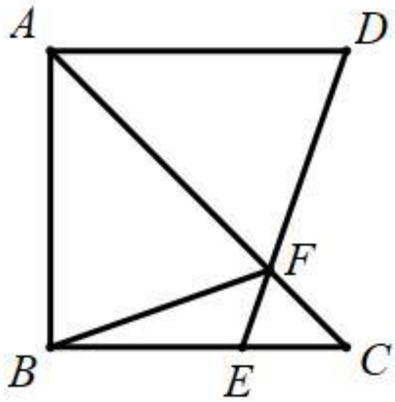
27. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$BA=BC$.将线段AB绕点A逆时针旋转$90°$得到线段AD，E是边BC上的一动点，连接DE交AC于点F，连接BF.

(1) 求证：$FB=FD$；

(2) 点H在边BC上，且$BH=CE$，连接AH交BF于点N.

①判断AH与BF的位置关系，并证明你的结论；

②连接CN.若$AB=2$，请直接写出线段CN长度的最小值.



【答案】

（1）见解析

（2）①$AH\perp BF$　　②$\sqrt{5}-1$

【解析】

（1）连接CD.

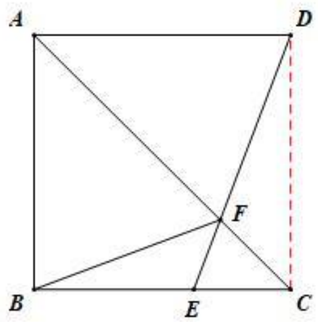
$\because \angle ABC=90°$，$BA=BC$，$AB=AD$，$\angle BAD=90°$

$\therefore AD=BC$且$AD\parallel BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$为平行四边形，

又$\because \angle BAD=90°$，$AB=AD$

$\therefore$四边形$ABCD$为正方形，



$\therefore BC=DC$，

$\because AC$为对角线

∴$\angle BCF=\angle DCF$

在$\triangle BCF$和$\triangle DCF$中，

$$\because \begin{cases} BC = DC \\ \angle BCF = \angle DCF \\ CF = CF \end{cases}$$

∴$\triangle BCF\cong\triangle DCF$（SAS）

∴$FB=FD$

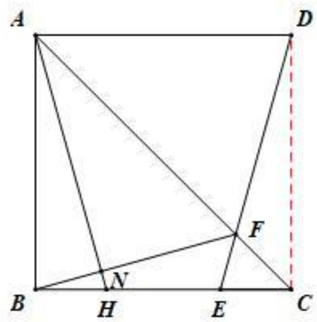
（2）①$AH\perp BF$

由（1）得$AB=DC$，$\angle ABH=\angle DCE$，$\angle CBF=\angle CDE$，

在$\triangle ABH$和$\triangle DCE$中

$$\because \begin{cases} AB = DC \\ \angle ABH = \angle DCF \\ BH = CE \end{cases}$$

∴$\triangle ABH\cong\triangle DCE$（SAS）



∴$\angle BAH=\angle CDE$，

又∵$\angle CBF=\angle CDE$,

∴$\angle BAH=\angle CBF$，

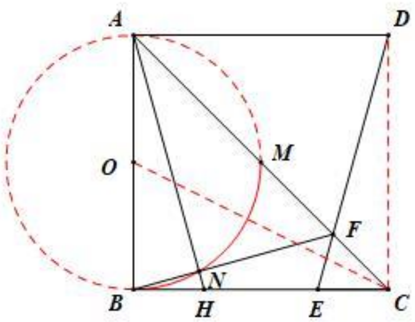
∵$\angle CBF+\angle ABN=90°$，

∴$\angle BAH+\angle ABN=90°$，

∴$\angle ANB=90°$，

即$AH\perp BF$.

②由①得$\angle BNA=90°$，



∴点N在以AB为直径的圆上运动，

又∵点E在线段BC上运动，

∴点H在线段CB上运动，

∴点 N 在 $\overset{\frown}{BM}$ 上，

当点 O，N，C 三点共线时，

线段 CN 有最小值.

在 $Rt\triangle OBC$ 中，由勾股定理得，$OC=\sqrt{5}$，

$CN=OC-ON=\sqrt{5}-1$.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于两个点 P,Q 和图形 W，如果在图形 W 上存在点 M,N（M,N 可以重合）使得 $PM=QN$，那么称点 P 与点 Q 是图形 W 的一对平衡点.

（1）如图 1，已知点 $A(0,3)$，$B(2,3)$.

①设点 O 与线段 AB 上一点的距离为 d，则 d 的最小值是____，最大值是____；

②在 $P_1(\frac{3}{2},0)$，$P_2(1,4)$，$P_3(-3,0)$ 这三个点中，与点 O 是线段 AB 的一对平衡点的是____；

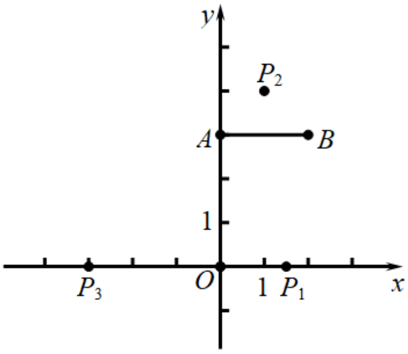


图 1

（2）如图 2，已知⊙O 的半径为 1，点 D 的坐标为 $(5,0)$. 若点 $E(x,2)$ 在第一象限，且点 D 与点 E 是⊙O 的一对平衡点，求 x 的取值范围；

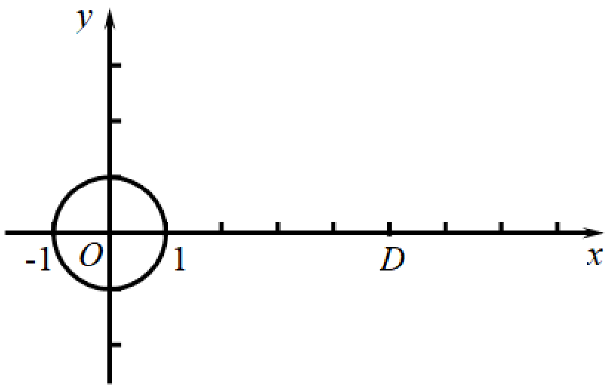


图 2

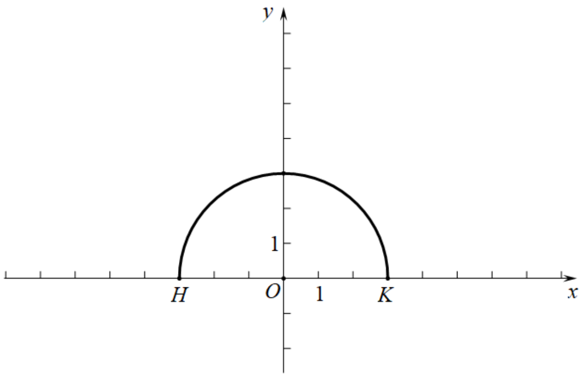


图 3

（3）如图 3，已知点 $H(-3,0)$，以点 O 为圆心，OH 长为半径画弧交 x 轴的正半轴于点 K. 点 $C(a,b)$（其中 $b\geq 0$）是坐标平面内一动点，且 $OC=5$，$\odot C$ 是以点 C 为圆心，半径为 2 的圆. 若 $\overset{\frown}{HK}$ 上的任意两个点都是 $\odot C$ 的一对平衡点，直接写出 b 的取值范围.

【答案】

（1）3，$\sqrt{13}$

（2）① P_1

②如图 1，$OE=3$ $\therefore x_E=\sqrt{5}$

如图 2，$OE=7$ $\therefore x_E=3\sqrt{5}$

$\therefore \sqrt{5}\leq x_E\leq 3\sqrt{5}$

（3）$\dfrac{4\sqrt{14}}{3}\leq b\leq 5$

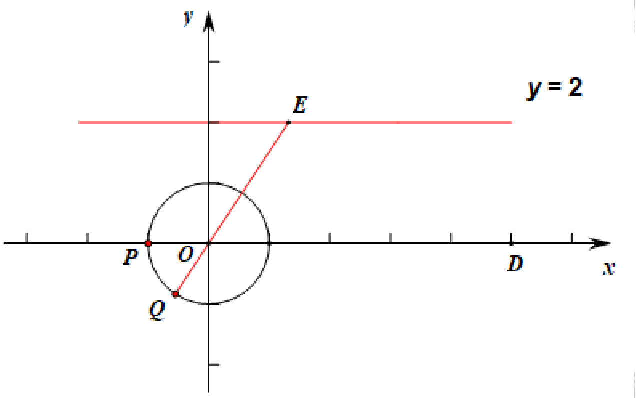


图 1

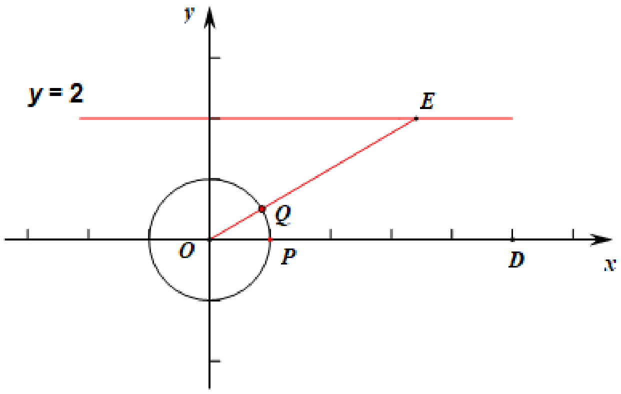


图 2