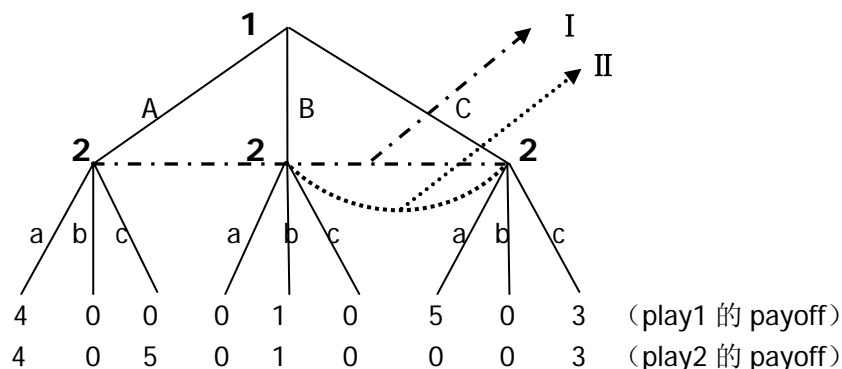


二零零九年春季学期《博弈与社会》课程作业（第2次）

1. 考虑下面这个博弈，注意：信息结构为 I 时，只有图中标注为 I 的直虚线；信息结构为 II 时，只有图中标注为 II 的弯虚线。另外，双方的支付用上下方式标出了，上面一个数字表示 player 1 的支付，下面一个表示 player 2 的支付（虚线连接表示被连接在一起的决策点的信息集是一样的。以 II 为例，虚线表示 play2 在做决定时只知道 play1 是否选择了 A，至于选择 B 或 C 并不确定。）：



(1) 分别在 I、II 的情况下写出 player 1 和 player 2 的信息集，并写出两者各自的所有纯战略。

在 I 的情况下，p1 的信息集是最上面一个结点，p1 知道自己的可选战略，但不知道 p2 的实际选择，p2 的信息集是三个标注 2 的结点的组合，p2 知道自己的可选战略，但不知道 p1 的实际选择。

此时，p1 的所有纯战略为 A、B、C，p2 的纯战略为 a、b、c

在 II 的情况下，p1 的信息集是最上面一个结点，p1 知道自己的可选战略，但不知道 p2 的实际选择，p2 的信息集有两个，一个是最左边一个标注 2 的结点，一个是另外两个标注 2 的结点的组合，p2 知道自己的可选战略，同时可以知道 p1 是否选择了 A，但如果 p1 没有选择 A，则不能分辨 p1 究竟是选择了 B 还是 C。

此时，p1 的所有纯战略为 A、B、C，p2 的所有纯战略为 (a,a)，(a,b)，(a,c)，(b,a)，(b,b)，(b,c)，(c,a)，(c,b)，(c,c)，括号里前一个数字表示当 p1 选择 A 时 p2 的行动，第二个数字表示当 p1 没有选择 A 时 p2 的行动。

(2) 用标准式重新表示 I、II 型博弈，并求出纯战略纳什均衡，如果可以精炼，求出子博弈精炼纳什均衡。

对于 II

		Player 2								
		a,a	a,b	a,c	b,a	b,b	b,c	c,a	c,b	c,c
Player 1	A	4,4	4,4	4,4	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	0,5
	B	0,0	1,1	0,0	0,0	1,1	0,0	0,0	1,1	0,0
	C	5,0	0,0	3,3	5,0	0,0	3,3	5,0	0,0	3,3

纯战略纳什均衡为 {B,(b,b)}、{C,(b,c)}、{B,(c,b)}、{C,(c,c)}

使用SPNE的定义，在每个子博弈中必须都得是NE（本题中除了原博弈，只有一个子博弈，即p1选A对应的那个结点开始的子博弈）。从而得到SPNE为{B,(c,b)}、{C,(c,c)}。（其实排除的就是当p1选A时，p2选b的情况）

对于 I

	a	b	c
A	4,4	0,0	0,5
B	0,0	1,1	0,0
C	5,0	0,0	3,3

所有的纯战略纳什均衡 (B, b) 和 (C, c)

- (3) 如果 I、II 情况对应的虚线都不存在，使用逆向归纳法求出上面博弈的子博弈精炼纳什均衡。

由逆向归纳法，SPNE为{C,(c,b,c)}，在虚线都不存在的时候，p2的战略是三维的，共有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 个战略。

2. 假设市场上只有国美家电和大中电器两家商店销售冰箱，冰箱的市场需求函数为 $Q = 1000 - P$ ，P 为冰箱的售价，Q 为市场对冰箱的需求，每台冰箱的成本（包括全部生产成本、销售成本和基本利润）为 600 元。作为理性人的消费者会选择在售价更低的商店购买冰箱，若两家商店售价相同，则两家店平分市场份额。两家商店都希望尽可能多的卖出冰箱，实现利润最大化，但任何一家商店也不能按照低于成本的价格销售冰箱。（答题之前仔细考虑每一问所涉及到的博弈环境是静态的，还是动态的）

- (1) 国美和大中开始进行一场关于如何制定冰箱销售价格的博弈，请找出这个博弈的纳什均衡（即均衡时国美和大中的冰箱售价 P_1 和 P_2 ）。

显然，价格竞争的纳什均衡是 $p_1 = p_2 = 600$

- (2) 如果国美将大中兼并，至此市场上只有一家销售冰箱的商店，这时冰箱的售价会是多少？比较（1）与（2）的结果。

国美将大中兼并的直接后果就是形成垄断，这时国美的决策为：

$$\begin{aligned} & \max_p (1000 - p)(p - 600) \\ \Rightarrow & p = 800 \end{aligned}$$

比较可见，由于垄断，均衡价格上升，产量由 400 降低到 200，企业获得垄断利润，而社会福利减少。

- (3) 国美和大中没有发生兼并，但大中电器的库存出现紧张，只有 100 台冰箱可以销售，而国美电器则产品供应充足，这时双方定价策略会有什么调整？

仍然是价格战，双发的策略一定是制定一个高于 600 的价格。

给定大中的策略 p_2 ，国美的定价要么高于 p_2 ，要么低于 p_2 。如果制定高于 p_2 价格，大中一定会顺利出售 100 台冰箱，也就是说国美只能在剩下的 $900 - p_1$ 的市场上谋取最大的利益，此时最优价格为

$$\begin{aligned} & \max_{p_1} (900 - p_1)(p_1 - 600) \\ \text{s.t. } & p_1 \geq p_2 \geq 600 \end{aligned}$$

如果国美制定低于 p_2 的价格，那么国美的定价策略为

$$\begin{aligned} & \max_{p_1} (1000 - p_1)(p_1 - 600) \\ & s.t. \quad p_2 > p_1 \geq 600 \end{aligned}$$

对于国美来说这两类策略的优劣可能和 p_2 有关。

给定国美制定价格策略 p_1 ，大中的最优反应策略显然是略低于 p_1 ，从而可以将 100 台冰箱卖出去。

总结上述两者的策略可以归纳为下表

		国美	
大中		$p_1 \geq p_2 \geq 600$ (比对方高)	$600 \leq p_1 < p_2$ (比对方低)
	$600 \leq p_2 \leq p_1$ (比对方低)	$p_1 \geq p_2 \geq 600$	600, 600 (双方利润都为 0)

所以最终均衡的价格策略肯定满足 $p_1 \geq p_2 \geq 600$ 。所以均衡时，大中的价格策略必须让国美认为制定一个高于大中的价格策略更好，否则两者的利润都将为零。所以

$$\begin{aligned} & \max_{p_1} (900 - p_1)(p_1 - 600) \\ \Rightarrow & p_1 = 750 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \pi_1 = 22500$$

p_2 应满足

$$\begin{aligned} & \max_{p_2} \\ & s.t. \quad (1000 - p_1)(p_1 - 600) \leq 22500 \\ & \quad \quad p_2 \leq p_1 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} & (1000 - p_2)(p_2 - 600) \leq 22500 \\ & p_2 \leq 667.7 \end{aligned}$$

所以最终均衡为 ($p_1 = 750$, $p_2 = 667.7$)

- (4) 大中的库存问题得到解决，继续与国美进行竞争。一天，国美家电发布公告，从即日起冰箱售价实施双倍差额返还，即如果有其他商店的冰箱售价比国美低，国美将向客户支付价格差额的双倍作为补偿，随后，大中电器也公布了类似的条款。消息传开后，本地媒体有了不同的反应，《晨报》盛赞两家商店的举措大大的保障了消费者的利益，《晚报》则公开质疑两家商店是否有合谋行为。利用博弈论的知识，你更赞同哪家媒体的报道？给出你的理由。

应当《晚报》的观点更加合理。原因要点：两厂商的行为是在为解决“囚徒困境”，实现合谋提供可信的承诺，最终减少了竞争，损害了消费者福利。

3. 问答

- (1) 信息是越多越好，还是越少越好？举例并说明理由。

要点：在博弈论里有时信息越多越好，有时则越少越好。

越多越好：价格歧视，信息越多，厂商越能榨取消费者剩余。

越少越好：斯塔克伯格模型（Stackelberg model），先行者对于后行者，信息少，但是获得更多的利润。

- (2) 我们在日常生活中经常要进行讨价还价。掌握讨价还价的技巧，可以在交易中获得尽可能多的剩余。据某《砍价指南》记载，买家需要注意以下几点：一是砍价要狠；二是不要暴露你的真实需要；三是尽量指出商品缺陷；四是运用反复挑选和最后定价。请从博弈论的角度对以上技巧进行分析。

要点：主要从 **bargain power** 和 **bargain strength** 两个角度分析。其中一方面的降低对方的 **bargain power**，提高自己的 **bargain power**，同时通过反复的讨价还价和耐心的挑选以显示自己的耐心，显示自己的更强的 **bargain strength**。