2018 年全国 III 卷数学（理）答案及解析

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、已知集合 $A=\{x|x-1\geq 0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B$ =（　　）

A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【答案】C

【考点】考察集合的交集运算

【难易程度】基础题

【解析】∵集合 A 表示 $x\geq 1$ 的不等式，∵ $A\cap B=\{1,2\}$，故答案选 C

2、$(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$ =（　　）

A. $-3-\mathrm{i}$　　B. $-3+\mathrm{i}$　　C. $3-\mathrm{i}$　　D. $3+\mathrm{i}$

【答案】D

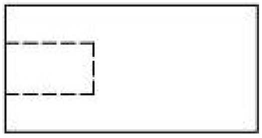
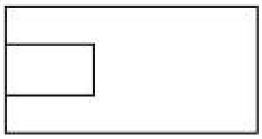
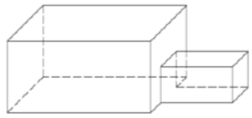
【考点】考察复数的运算

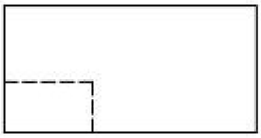
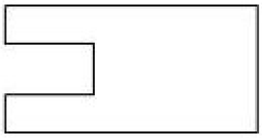
【难易程度】基础题

【解析】将式子直接展开运算，得：$(1+i)(2-i)=2+i-i^2=3+i$，故答案选 D

3、中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼。图中木构件右边的小长方体是榫头。若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构建咬合成长方体，则咬合

是带卯眼的木构件的俯视图可以是（　　）

A.  B.  

C.  D. 

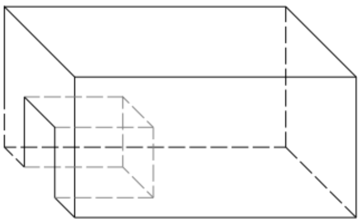
【答案】A

【考点】三视图

【难易程度】基础题

【解析】卯眼的空间立体图如图，同时需要注意在三视图中，看不见的线用虚线表示，

故答案选 A



4、若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$（　　）

A. $\frac{8}{9}$　B. $\frac{7}{9}$　C. $-\frac{7}{9}$　D. $-\frac{8}{9}$

【答案】B

【考点】同角三角函数关系，二倍角公式

【难易程度】基础题

【解析】∵ $\cos 2\alpha=1\text{-}2\sin^2\alpha=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$，故答案选 B.

5、$(x^2+\frac{2}{x})^5$ 的展开式中 x^4 的系数为（　　）

A.10　　B.20　　C.40　　D.80

【答案】C

【考点】二项式定理

【难易程度】基础题

【解析】$\because$ $(x^2+\frac{2}{x})^5$ 的展开式中的第 r+1 项为 $T_{r+1}=C_5^r(x^2)^{5-r}(\frac{2}{x})^r$，题目中需要求解 x^4 的系数，需使 $2\times(5-r)-r=4$，则 $r=2$，$\therefore$ x^4 的系数为 $2^2\times C_5^2=40$，故答案选 C

6、$x+y+2=0$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，则ΔABP 的面积的取值范围是（　　）

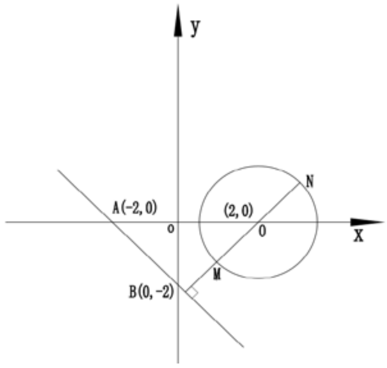
A.$[2,6]$　　B.$[4,8]$　　C.$[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$　　D.$[2\sqrt{2},3\sqrt{2}]$

【答案】A

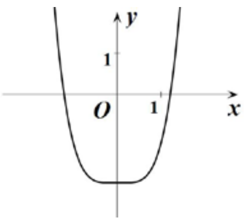
【考点】点到直线的距离

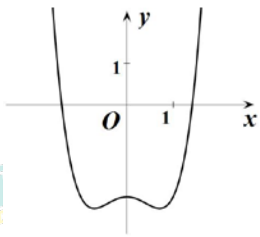
【难易程度】中等题

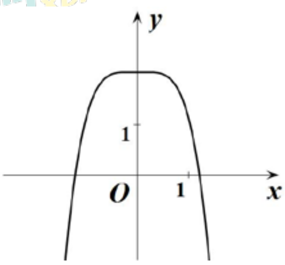
【解析】根据题目所给方程，作圆心 O 到线段 AB 上面的垂线，垂足为 D，交圆于一点 M，延长 DM，交圆于点 N，MD 为ΔABP 面积最小时的高，ND 为ΔABP 面积最大时的高，将面积取值范围问题转化为圆上一点到直线的最大值和最小值，故答案选 A

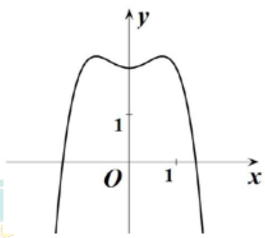


7.函数 $y=-x^4+x^2+2$ 的图像大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【考点】函数图像以及性质

【难易程度】基础题

【解析】当 x=1 时，函数值大于 0，排除 A、B;因为 F(x)=F(-x)，函数为偶函数，图像关于 y 轴

对称，令$F'(x)=-4x^3+2x$=0,解得 x=0、$\frac{\sqrt{2}}{2}$、$-\frac{\sqrt{2}}{2}$,函数在（-∞，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$）单调递增，（$-\frac{\sqrt{2}}{2}$，0）单调递减，（0，$\frac{\sqrt{2}}{2}$）单调递增，（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，+∞）单调递减，故选 D。

8．某群体中的每位成员使用移动支付的概率都为 p ，各成员的支付方式相互独立。设 X 为该群体的 10 位成员中使用移动支付的人数，$DX=2.4$，$P(x=4)<p(x=6)$，则 p =（　　）

A. 0.7　　B.0.6　　C.0.4　　D.0.3

【答案】B

【考点】二项分布概率与方差

【难易程度】基础题

【解析】使用移动支付符合二项分布，$DX=np(1-p)=10\times p(1-p)=2.4$，解得 $p_1=0.6,\ p_2=0.4$.

因为 P(X=4)＜P(X=6)，即 $C_{10}^4p^4(1-p)^6<C_{10}^6p^6(1-p)^4$ ，所以 p 取 0.6。故答案选 B.

9. ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,若ΔABC的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,则C=(　　)

$A.\frac{\pi}{2}$　　$B.\frac{\pi}{3}$　　$C.\frac{\pi}{4}$　　$D.\frac{\pi}{6}$

【答案】C

【考点】三角形的面积公式，余弦定理

【解析】$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$

$$\sin C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\cos C$$

$$C=\frac{\pi}{4}$$

故答案选 C.

10.设 A,B,C,D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点，ΔABC 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为（　　）

$A.12\sqrt{3}$　　$B.18\sqrt{3}$　　$C.24\sqrt{3}$　　$D.54\sqrt{3}$

【答案】B

【考点】外接球问题

【解析】设 d 为球心到平面 ABC 的距离

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin\frac{\pi}{3}=9\sqrt{3}$$

$\therefore \Delta ABC$ 的边长为 6，外接圆半径为 $2\sqrt{3}$

$$d^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=4^2$$

$$d=2$$

$$h_{\max}=d+R=6$$

$$V_{\max}=\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}$$

故答案选 B.

11.设 F_1,F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右焦点，O为坐标原点，过 F_2 做C的一条渐近线的垂线，垂足为P，若 $|PF_1|=\sqrt{6}|OP|$，则 C 的离心率为

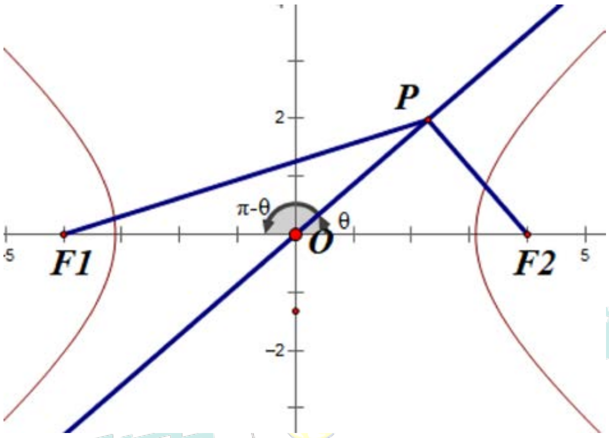
A. $\sqrt{5}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

【答案】: C

【考点】: 双曲线几何性质，离心率

【难易程度】: 压轴题

解析：如图所示



已知F_1, F_2是双曲线的焦点$(\pm c, 0)$，直线OP为双曲线的渐近线方程为$bx - ay = 0$，因为$PF_2 \perp OP$，

所以$|PF_2| = \frac{|bc|}{\sqrt{a^2+b^2}} = b$，所以由勾股定理可得$|OP| = \sqrt{c^2 - b^2} = a$，因为$|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$，所以

$|PF_1| = \sqrt{6}a$，在$\triangle OPF_2$中，$\cos\theta = \frac{|OF_2|^2+|OP|^2-|PF_2|^2}{2|OF_2||OP|}$，即$\cos\theta = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ac}$，同理可得

$\cos(\pi - \theta) = \frac{c^2+a^2-6a^2}{2ac} = -\cos\theta$，即$\frac{c^2+a^2-b^2}{2ac} = -\frac{c^2+a^2-6a^2}{2ac}$，化简得$c^2 = 3a^2$，所以$\frac{c}{a} = \sqrt{3}$，

所以选 C

12. 设$a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$，则（　　）

A. $a+b<ab<0$　　　　B. $ab<a+b<0$

C. $a+b<0<ab$　　　　D. $ab<0<a+b$

【答案】B

【考点】对数函数性质

【难易程度】难

解析：由对数性质可知$log_{0.2}0.2 > log_{0.2}0.3 > log_{0.2}1$，即：$1 > a > 0$，

同理：$log_2 0.3 < log_2 \frac{1}{2}$，即：$b < -1$，所以：$a + b < 0$，$ab < 0$。

有对数计算法则可得$\frac{1}{a} = log_{0.3}0.2$，$\frac{1}{b} = log_{0.3}2$，$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = log_{0.3}0.2 + log_{0.3}2 = log_{0.3}0.4$，

所以$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = log_{0.3}0.4$即$0 < \frac{a+b}{ab} < 1$，所以$|a+b| < |ab|$，因为$a + b < 0$，$ab < 0$。所以

$a + b > ab$

综上所述 $ab<a+b<0$ 选 B

二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $a=(1,2), b=(2,-2)$ ，$e=(1,\lambda)$，若 $e\,//\,(2a+b)$，则 $\lambda=$______

【答案】$\frac{1}{2}$

【考点】向量的运算

【难易程度】基础题

【解析】$\because 2\vec{a}+\vec{b}=(4,2)$,向量 $2\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{e}$ 平行

$$\therefore \frac{4}{1}=\frac{2}{\lambda}$$

$$\therefore \lambda=\frac{1}{2}$$

14．曲线 $y=(ax+1)e^{x}$ 在点 $(0,1)$ 处的点的斜率为-2，则 $a=$_____

【答案】-3

【考点】导数的几何意义

【难易程度】基础题

【解析】$f'(x)=ae^{x}+(ax+1)e^{x}$

又 $\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(0)=-2 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} (ax+1)e^{0}=1 \\ ae^{0}+(ax+1)e^{0}=-2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} (ax+1)=1 \\ a+(ax+1)=-2 \end{cases}$$

$$\therefore a=-3$$

15.函数 $f(x)=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $[0,\pi]$ 的零点个数为______

【答案】3

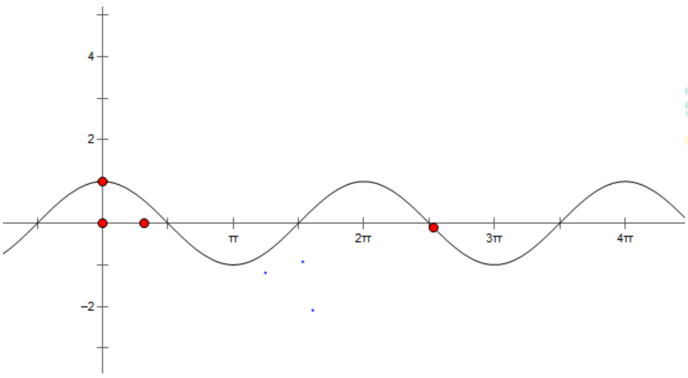
【考点】三角函数图像

【难易程度】中等题

【解析】$\because x\in[0,\pi]$

$\therefore 3x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{19\pi}{6}\right]$

则作出 $f(x)=\cos t, t\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{19\pi}{6}\right]$ 的图像可知交点有 3 个



16.已知点 $M(-1,1)$ 和抛物线 C: $y^2=4x$，过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A,B 两点，若 $\angle AMB=90^\circ$，则 $k=$______

【答案】2

【考点】直线与抛物线交点问题

【难易程度】压轴题

【解析】解：∵抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点 $F(1,0)$

∴过 A，B 两点的直线方程为 $y=k(x-1)$

联立 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = k(x-1) \end{cases}$ 可得，$k^2x^2 - 2(2+k^2)x + k^2 = 0$ 、，

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$，则

$x_1 + x_2 = \frac{2(2+k^2)}{k^2}, x_1x_2 = 1$ ，

∴ $y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2 - 2) = \frac{4}{k}, y_1y_2 = k^2(x_1 - 1)(x_2 - 1) = k^2[x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1] = -4$

∴ $M(-1,1)$ ，

∴ $\vec{MA} = (x_1 + 1, y_1 - 1), \vec{MB} = (x_2 + 1, y_2 - 1)$

∵ $\angle AMB = 90°$ ，∴∴ $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$

∴ $(x_1 + 1)(x_2 + 1) + (y_1 - 1)(y_2 - 1) = 0$ ，

整理可得，$x_1x_2 + (x_1 + x_2) + y_1y_2 - (y_1 + y_2) + 2 = 0$ ，

∴ $1 + 2 + \frac{4}{k^2} - 4 - \frac{4}{k} + 2 = 0$ ，

即 $k^2 - 4k + 4 = 0$ ，解得 $k = 2$

【答案】$k = 2$

三．解答题：共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的中，$a_1 = 1$，$a_5 = 4a_3$。

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_m = 63$，求 m；

【考点】考察等比数列通项公式以及前 n 项和公式，$a_n=a_1q^{n-1}$；$S_n=\dfrac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q}(q\neq 1)$

【难易程度】基础题

【解析】(1) 设$\{a_n\}$的公比为q

由题意，$a_1q^4=4a_1q^2$，

即$q^2=4$．

于是$q=\pm 2$.

又$\because a_1=1$，

故$a_n=2^{n-1}$或$a_n=(-2)^{n-1}$

(2) $\because S_m=63$，

$\therefore$当通项公式为$a_n=2^{n-1}$时，$\dfrac{\left(1-2^m\right)}{1-2}=63$，得$m=6$

当通项公式为$a_n=(-2)^{n-1}$时，$\dfrac{\left[1-(-2)^m\right]}{1+2}=63$，得$(-1)^m 2^m=188$，

不存在正整数m，

$\therefore$ $m=6$

18（12 分）

某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式，为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式，根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图，

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

(1)根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

(2)求 40 名工人完成任务所需时间的中位数 m，并将完成任务所需时间超过 m 的和不超过 m 的工人数填入下面的列联表；

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3)根据（2）中的列联表，是否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P\left(K^2 \geq k\right)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【考点】茎叶图、中位数、独立性检验

【难易程度】基础题

【解析】（1）通过茎叶图可以看出，两种生产方式下的工作时间的分布都比较集中，其中第一种生产方式下工作时间的平均值高于第二种生产方式下工作时间的平均值 ;所以第二种生产方式的效率更高。

（2）数字是有序排列的，40 个数的中位数为第 20、21 两个数。由给出的数据可知道，40 名工人完成任务所需时间的中位数 m 为 $\dfrac{79+81}{2}=80$ ，

第一种生产方式下工作时间超过 80min 的有 15 人，不超过 80min 的有 5 人，第二种生产方式下工作时间超过 80min 的有 5 人，不超过 80min 的有 15 人，, 得到 2×2 列联表如下：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

（3）根据（2）中的列联表，得

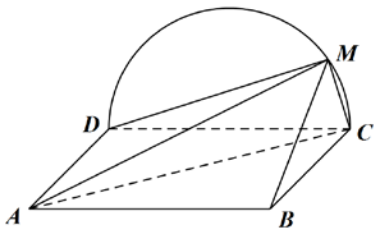
$$K^2=\frac{40\times(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10$$

$\therefore K^2>6.635$，所以有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异。

19.（12 分）

如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 所在的平面与半圆弧 $\overset{\frown}{CD}$ 所在平面垂直，M 是 $\overset{\frown}{CD}$ 上异于 C,D 的点.

（1）证明：平面 $AMD\perp$ 平面 BMC；



（2）当三棱锥 $M-ABC$ 体积最大时，求面 MAB 与面 MCD 所成二面角的正弦值.

【考点】面面垂直证明，求二面角；

【难度程度】中等题

【解析】(1)根据面面垂直性质得到 $AD\perp\overset{\frown}{CD}$ 所在平面，再根据直径的性质得到 $CM\perp DM$，然后得到线面垂直，即可证得 $平面AMD\perp平面BMC$；(2)建立空间直角坐标系即可解出；

解：(1)证明：因为半圆弧 $\overset{\frown}{CD}\perp面ABCD$ 交线为 CD，面 $ABCD$ 为正方形，

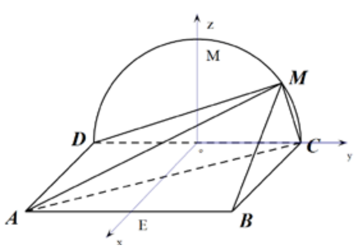
所以 $AD\perp CD$，所以 $AD\perp$ 半圆弧面 $\overset{\frown}{CD}$，又因为 $CM\subseteq$ 半圆弧面 $\overset{\frown}{CD}$，

所以 $AD\perp CM$ ①，又因为 CD 为直径，所以 $CM\perp DM$ ②，

$AD\cap DM=D$ ③，由①②③得 $CM\perp平面AMD$，又因为 $CM\subset平面BMC$；

所以 $平面AMD\perp平面BMC$.

（2）由题可知当 M 在半圆弧 $\overset{\frown}{CD}$ 的最高点时，三棱锥 $M-ABC$ 体积最大，



如图，以OE,OC,OM所在直线分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系.

所以点$M(0,0,1)$，$A(2,-1,0)$，$B(2,1,0)$，

则$\overrightarrow{MA}=(2,-1,-1),\overrightarrow{MB}=(2,1,-1)$.

设平面MAB的法向量为$\overrightarrow{m}=(x,y,z)$，则由$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{MA}=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{MB}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}2x-y-z=0\\ 2x+y-z=0\end{cases}$

解得：$x=1,y=0,z=2\therefore\overrightarrow{m}=(1,0,2)$

又易知平面MCD的一个法向量$\overrightarrow{n}=(1,0,0)$

设面MAB与面MCD所成二面角的大小为θ

则$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{m}\bullet\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，所以$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

即面MAB与面MCD所成二面角的正弦值为$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

20.（12 分）已知斜率为k的直线l与椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$交于$A,B$两点，线段$AB$的中点为$M(1,m)(m>0)$

（1）证明：$k<-\dfrac{1}{2}$；

（2）设F为C的右焦点，P为C上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，证明$|\overrightarrow{FA}|,|\overrightarrow{FP}|,|\overrightarrow{FB}|$成等差数列，并求该数列的公差.

【考点】直线与圆锥曲线综合应用；

【难度程度】难；

【解析】利用中点弦得出k与m之间的关系，然后利用m的范围即可证得k的范围；利用重心

求出 m 的值

（1）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{3}=1$ ①，$\frac{x_2^2}{4}+\frac{y_2^2}{3}=1$ ②，①−② 可得

$km=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{3}{4}$，所以 $k=-\frac{3}{4m}$，又∵点 $M(1,m)$ 为椭圆内的点，且 $m>0$，

当 $x=1$ 时，椭圆上点的纵坐标为 $y=\frac{3}{2}$ 或 $y=-\frac{3}{2}$，∴ $m\in(0,\frac{3}{2})$，

∴ $k=-\frac{3}{4m}\in(-\infty,-\frac{1}{2})$，∴ $k<-\frac{1}{2}$

（2）由 $\vec{FA}+\vec{FB}+\vec{FP}=\vec{0}\Rightarrow P(3-x_1-x_2,-y_1-y_2)\Rightarrow P(1,-2m)$ 把点 P 代入椭圆方程得

$m=\frac{3}{4}\Rightarrow k=-1$，将 $M(1,\frac{3}{4})$ 代入 $y=-x+b$ 中得 $b=\frac{7}{4}$，

∴ $y=-x+\frac{7}{4}$，所以由 $\begin{cases} y=-x+\frac{7}{4} \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}\Rightarrow 28x^2-56x+1=0\Rightarrow x_{1,2}=\frac{14\pm3\sqrt{21}}{14}$

$\Rightarrow|FA|+|FB|=e(\frac{a^2}{c}-x_1)+e(\frac{a^2}{c}-x_2)=3=2|FP|$ 即 $|FA|+|FB|=2|FP|$ 成等差数列

∴ $d=|FA|-|FP|=\frac{1}{2}(4-\frac{14\pm3\sqrt{21}}{14})-\frac{3}{2}=\pm\frac{3\sqrt{21}}{28}$

21.已知函数 $f(x)=(2+x+ax^2)\ln(1+x)-2x$.

（1）若 $a=0$，证明：当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$.

（2）若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，求 a.

【考点】函数单调性与极值，函数与导数综合应用

【难度】压轴题

【解析】

（1）当 $a=0$ 时，$f(x)=(2+x)\ln(1+x)-2x$，则 $f'(x)=\dfrac{(1+x)\ln(1+x)-x}{1+x}$，令 $g(x)=(1+x)\ln(1+x)-x$，则 $g'(x)=\ln(1+x)$，

当 $x\in(-1,0)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递减，

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

又 $g(0)=0$，$\therefore f'(x)\ge 0$，$f(x)$ 在定义域内单调递增，且 $f(0)=0$.

$\therefore$ 当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$.

（2）

解法一：

若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，则 $f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$f'(x)=(2ax+1)\ln(1+x)+\dfrac{2+x+ax^2}{1+x}-2$，

$f''(x)=2a\ln(1+x)+\dfrac{3ax^2+4ax+x}{(1+x)^2}$，

$f'''(x)=\dfrac{2a}{1+x}+\dfrac{(6ax+4a+1)(1+x)^2-(3ax^2+4ax+x)(2x+2)}{(1+x)^4}$

因为 $f''(0)=0$，则要求 $f'''(0)=0$，使 $f''(x)$ 在 $x=0$ 取得极值，保证 $f''(x)$ 恒为负值，从而 $f(x)$ 不出现拐点. 则 $f'''(0)=6a+1=0$，$\therefore a=-\dfrac{1}{6}$.

解法二：

$f'(x)=(2ax+1)\ln(1+x)+\dfrac{2+x+ax^2}{1+x}-2$，$f'(0)=0$，

$\exists m\in(-1,0)$，$\exists n\in(0,+\infty)$，当 $x\in(m,n)$ 时，$2ax+1>0$，

①当 $x\in(m,0)$ 时，由（1）知，$\ln(1+x)<\dfrac{2x}{2+x}$，则

$f'(x)<(2ax+1)\frac{2x}{2+x}+\frac{2+x+ax^2}{1+x}-2=\frac{x^2(5ax+6a+1)}{(1+x)(2+x)}$

由题意，$\exists x_1\in(m,0)$，使当 $x\in(x_1,0)$ 时，$f'(x)\ge 0$ 恒成立，

即 $a\ge\left(-\frac{1}{5x+6}\right)_{max}$，$\therefore a\ge-\frac{1}{6}$.

②当 $x\in(0,n)$ 时，由（1）知，$\ln(1+x)>\frac{2x}{2+x}$，则

$f'(x)>(2ax+1)\frac{2x}{2+x}+\frac{2+x+ax^2}{1+x}-2=\frac{x^2(5ax+6a+1)}{(1+x)(2+x)}$

由题意，$\exists x_2\in(0,n)$，使当 $x\in(0,x_2)$ 时，$f'(x)\le 0$ 恒成立，

即 $a\le\left(-\frac{1}{5x+6}\right)_{min}$，$\therefore a\le-\frac{1}{6}$.

综上，$\therefore a=-\frac{1}{6}$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4，坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，o 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$，（$\theta$ 为参数），过点 $(0,-\sqrt{2})$ 且倾斜角为 α 的直线 l 与圆交于 A,B 两点。

（1） 求 α 的取值范围；

（2） 求 A,B 中点 P 的轨迹方程。

【考点】考察参数方程，倾斜角，圆几何性质

【难易程度】基础题

【解析】（1）圆的标准方程为 $x^2+y^2=1$，设直线为 $l: y=kx-\sqrt{2}$

则圆心到直线距离为 $d=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$ ，当 $d=1$ 时，

解得 $k=1$ 或 $k=-1$ ，故 $\alpha\in(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4})$。

（2）设 $Q(0,-\sqrt{2})$ ，$P(x,y)$ ，由几何性质 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{QP}$ ，

则 $\overrightarrow{OP}=(x,y)$ ，$\overrightarrow{QP}=(x,y+\sqrt{2})$ ，故 $x^2+y^2+\sqrt{2}y=0$ ，

所以 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta \\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta \end{cases}$

23. [选修 4-5，不等式选讲]（10 分）

设函数 $f(x)=|2x+1|+|x-1|$.

（1）画出 $y=f(x)$ 的图像；

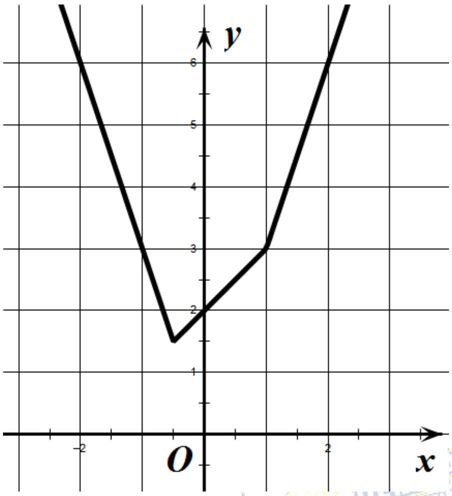
（2）当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)\le ax+b$ ，求 $a+b$ 的最小值.

【考点】绝对值不等式

【难易程度】中等题

【解析】

（1）$f(x)=\begin{cases} -3x, & x\le-\dfrac{1}{2} \\ x+2, & -\dfrac{1}{2}<x\le 1 \\ 3x, & x>1 \end{cases}$



（3）由图可知，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)\le ax+b$ 恒成立，则 $\begin{cases}a\ge 3\\ b\ge 2\end{cases}$，则当 $\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$ 时 $a+b$ 取得最小值 5.

$\therefore a=-3$