



2018-2019 学年第一学期阶段性考试高二数学试卷 3

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:陈绍朗

审核人:高二文科数学备课组

一、选择题(每小题 5 分,共 12 小题 60 分)

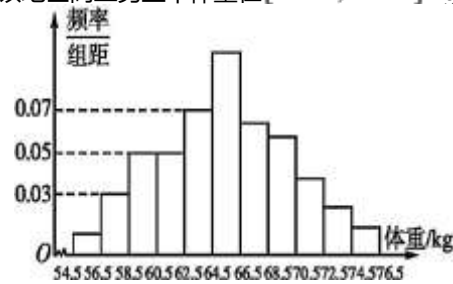
1. 从 2503 名学生中选取 50 名学生参加全国诗词大会,若采用下面的方法选取:先用简单随机抽样从 2503 人中剔除 3 人,剩下的 2500 人再用系统抽样的方法抽取,则每人入选的概率()

- A. 都相等,且为 $\frac{1}{50}$ B. 都相等,且为 $\frac{50}{2503}$ C. 不全相等 D. 均不相等

2. 用秦九韶算法求多项式 $f(x) = x^5 - 5x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1$ 当 $x = 2$ 时的值时, $v_3 = ()$

- A. -3 B. -5 C. -9 D. -21

3. 为了解某地区 1500 名高三男生的身体发育情况,抽查了该地区 100 名年龄为 17~18 岁的高三男生体重(kg),得到频率分布直方图如图. 根据图示,估计该地区高三男生中体重在 $[56.5, 64.5]$ kg 的学生人数是()



- A. 390 B. 510 C. 600 D. 660

4. 已知中心在原点,焦点在 x 轴上的双曲线的一条渐近线的经过点 $(-2, 1)$,则它的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{5}$

5. O 为坐标原点, F 为抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点, $P(x_0, y_0)$ 为 C 上一点,若 $|PF| = \frac{3}{2}x_0$,则 $\triangle POF$ 的面积为()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

6. 以椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点 F_1, F_2 为双曲线的焦点, P 为双曲线上的一点, $PF_1 \perp PF_2$,且 $|PF_1| \cdot |PF_2| = 2$,则双曲线的方程是()

- A. $\frac{x^2}{24} - y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{6} - y^2 = 1$ C. $x^2 - \frac{y^2}{24} = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{6} = 1$

7. 在射击训练中,某战士射击了两次,设命题 P 是“第一次射击击中目标”,命题 Q 是“第二次射击击中目标”,则命题“两次射击中至少有一次没有击中目标”为真命题的充要条件是()

- A. $(\neg P) \vee (\neg Q)$ 为真命题 B. $P \vee (\neg Q)$ 为真命题 C. $(\neg P) \wedge (\neg Q)$ 为真命题 D. $P \vee Q$ 为真命题

8. 函数 $f(x) = \frac{3x+2^x}{x}$ 的单调递增区间是()

- A. $(\frac{1}{\ln 2}, +\infty)$ B. $(\ln 2, +\infty)$ C. $(\ln \frac{1}{2}, 0), (0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0), (0, \frac{1}{\ln 2})$

9. 给出下列命题:

①命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 > 4x_0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 4x$ ”;

②命题“若 $x > y$, 则 $x > |y|$ ”的逆命题是真命题;

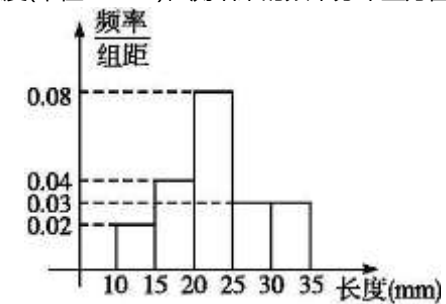
③把 $1010_{(2)}$ 化为十进制为 11;

④“方程 $\frac{x^2}{k-9} + \frac{y^2}{25-k} = 1$ 表示椭圆”的充要条件是“ $9 < k < 25$ ”.

其中正确命题的个数为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 如图是某工厂对一批新产品长度(单位: mm)检测结果的频率分布直方图. 估计这批产品的平均数与中位数分别为()



- A. 22.5 20 B. 22.5 22.75 C. 22.75 22.5 D. 22.75 25

11. 函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + a^2 - 6a$ 在 $x = 2$ 处有极值为 8, 则 $a = ()$

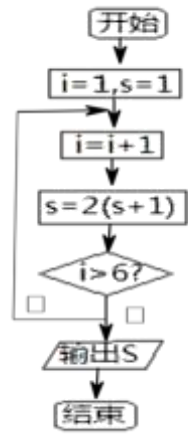
- A. -4 或 6 B. 4 或 -6 C. 6 D. -4

12. 已知椭圆的一个焦点 F , 若椭圆上存在一个点 P , 满足以椭圆短半轴为半径的圆与线段 PF 相切于该线段的中点, 则椭圆的离心率为()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

13. 如图所示的程序框图中,输出 S 的值为_____.



14. 曲线 $f(x) = \sin x + 2x - 1$ 在点 $x = 0$ 处切线方程是_____.

15. 在区间 $[1, 5]$ 和 $[2, 4]$ 上分别取一个数,记为 a, b ,则方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 表示离心率小于 $\sqrt{5}$ 的双曲线的概率为_____.

16. 设 $p: \exists x \in (1, \frac{5}{2})$, 使 $f(x) = \lg(ax^2 + 4x - 4)$ 有意义. 若 $\neg p$ 为假命题,则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题(第 17 题 10 分,第 18 题 12 分,第 19 题 12 分,第 20 题 12 分,第 21 题 12 分,第 22 题 12 分,共 6 小题 70 分)

17. 某产品的广告费支出 x 与销售额 y (单位:万元)之间有如下对应数据:

| | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|
| x | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| y | 30 | 40 | 60 | 50 | 70 |

(1) 求出回归直线方程;

(2) 据此预测广告费支出 9 万元,销售额是多少?

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$

18. 为了解某工厂 A 和 B 两车间工人掌握某技术情况,现从这两车间工人中分别抽查 8 名和 12 名工人,经测试,将这 20 名工人的测试成绩编成的茎叶图.若成绩在 75 以上(包括 75)定义为“良好”,成绩在 75 以下定义为“合格”。已知 A 车间工人的成绩的平均数为 76, B 车间工人的成绩的中位数为 68.

| A 车间工人 | | B 车间工人 | |
|--------|---|--------|---------|
| 9 | 5 | 8 | 9 |
| 8 | 6 | 1 | 2 5 y 9 |
| 6 x | 0 | 7 | 3 4 6 |
| 7 | 2 | 8 | 0 1 |
| 1 | 9 | | |

(1) 求 x, y 的值;

(2) 求 A 车间工人的成绩的方差;

(3) 在这 20 名工人中,用分层抽样的方法从“良好”和“及格”中抽取 5 人,再从这 5 人中选 2 人,求至少有一人为“良好”的概率.

(参考公式:方差 $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$)

19. 设 c 是实数,命题 p : 函数 $f(x) = x^2 - 2x + a^2 + 3a - 3$ 的最小值小于 0,

命题 q : 函数 $f(x) = ax^3 + 3x^2 - x + 2$ 在 R 上是减函数,

命题 $r: 1 - a \leq x \leq 1 + a$

(1) 若“ $\neg p$ ”和“ $p \wedge q$ ”都为假命题,求实数 c 的取值范围;

(2) 若 p 是 r 的充分不必要条件,求实数 c 的取值范围.

20. 已知直线 $l: y = 2x + b$ 与抛物线 $C: x^2 = 4y$

(1) 若直线 l 与抛物线 C 相切,求实数 b 的值;

(2) 若直线 l 经过抛物线的焦点,且与抛物线相交于 A, B 两点,当抛物线上一动点 P 从 A 到 B 运动时,求 $\triangle ABP$ 面积的最大值.

21. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 过椭圆的上顶点 A 和右顶点 B 的直线与原点 O 的

距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 是否存在直线 l 经过椭圆左焦点与椭圆 E 交于 M, N 两点,使得以线段 MN 为直径的圆恰好经过坐标原点 O ? 若存在, 求出直线 l 方程; 若不存在, 请说明理由.

22. 设函数 $f(x) = e^x(ax^2 + 2x + 1)$

(1) 若 $a = 1$, 对任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 不等式 $N \leq f(x_1) - f(x_2) \leq M$ 恒成立, 求 $M - N$ 的最小值;

(2) 当 $a > 0$ 时, 讨论函数 $F(x) = f(x) - xe^x$ 的单调性.