Vol. 28 (2018)
No. 1

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

半狄氏型下的 Kato 类光滑测度

马 丽, 韩新方
(海南师范大学数学与统计学院, 海南 海口 571158)

摘 要: 本文研究了半狄氏型框架下与 Kato 类光滑测度相关的问题. 利用分析的方法, 得到了在热核估计下 Kato 类光滑测度的等价类, 并给出了 Kato 类光滑测度的相关性质, 推广了狄氏型框架下 Kato 类光滑测度的相关结果.

关 键 词: 半狄氏型; 马氏过程; Kato 类光滑测度; 可加泛函
MR(2010) **主题分类号**: 31C25; 60J45 **中图分类号**: O211.62
文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2018)01-0124-07

1 引言

设 E 为可度量的 Lusin 空间, m 为 Borelσ - 代数 $\mathcal{B}(E)$ 上正的 σ - 有限测度. $(\mathcal{E}, D(\mathcal{E}))$ 为 $L^2(E,m)$ 上的拟正则半狄氏型, $M=(X_t,P_x)$ 为 $(\mathcal{E}, D(\mathcal{E}))$ 联系的 m - 胎紧特殊标准马氏过程, 见文献 [1–4]. 对于一个 $(E,\mathcal{B}(E))$ 上正的测度 μ, 如果满足 $\mu(N)=0$, 其中 $N\in\mathcal{B}(E)$ 为零容集, 且存在由 E 的紧子集组成的 $\mathcal{E}$ - 网 $\{F_k\}_{k=1}^{\infty}$, 使得对于所有的 $k\in\mathbb{N}$, 有 $\mu(F_k)<\infty$, 则称 μ 为关于 $(\mathcal{E}, D(\mathcal{E}))$ 的光滑测度, 记 $\mu\in S$. 令 $(A_t)_{t\geq 0}$ 为 M 的一个正的连续可加泛函 (记为 $A^{c,+}$), 则存在唯一的 $\mu\in S$ 满足: 对于 $D(\mathcal{E})$ 中任意 α - 共轭过分函数 g (这里 $\alpha>0$), 任意的 $f\in\mathcal{B}^+(E)$ 有

$$\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}E_{g\cdot m}[\int_0^t f(X_s)dA_s]=\int_E fgd\mu, \tag{1.1}$$

称 μ 为 $(A_t)_{t\geq 0}$ 的 Revuz 测度, 记作 μ_A. 反之, 若 $\mu\in S$, 则必存在一个 $A\in A^{c,+}$, 使得 (1.1) 式成立, 称 S 与 $A^{c,+}$ 之间的这种对应关系为 Revuz 对应 (见文 [5, 定理 5.8]). $(E,\mathcal{B}(E))$ 上一个正的测度 μ 称为有限能量积分测度 (记为 S_0), 如果 μ 在零容集上为 0, 且存在正的常数 C, 使得对任意 $f\in D(\mathcal{E})$ 有

$$\int_E |f(x)|\mu(dx)\leq C\mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(f,f),$$

这里 $\mathcal{E}_\alpha(f,g)=\mathcal{E}(f,g)+\alpha\int_E f(x)g(x)m(dx)$.

在对称狄氏型框架下, 文 [6] 研究了对称狄氏型的 Kato 类光滑测度扰动; 文 [7] 考虑了一类 Kato 类光滑测度的可加泛函及其大偏差问题; 文 [8] 给出了一类 Revuz 测度是 Kato 类

*收稿日期: 2016-07-08 接收日期: 2016-09-05
基金项目: 国家自然科学基金资助 (11201102; 11326169; 11361021); 海南省自然科学基金资助 (113007; 112002).
作者简介: 马丽 (1979–), 女, 河南南阳, 副教授, 主要研究方向: 狄氏型与随机分析.
通讯作者: 韩新方.

光滑测度的连续可加泛函, 并研究了由此类可加泛函诱导的 Feynman-Kac 半群谱界的 L^p - 独立性; 文 [9] 借助于 Kato 类光滑测度, 研究了对称狄氏型的一般扰动; 在非对称狄氏型框架下, 文 [10] 给出了 Kato 类光滑测度的定义, 并研究了 Kato 类光滑测度对狄氏型的扰动; 文 [11] 研究了符号光滑测度对广义狄氏型的扰动; 文 [12] 研究了符号光滑测度对半狄氏型的扰动; 文 [1] 借助于 Kato 类光滑测度用局部化的方法给出了广义 Feynman-kac 半群强连续的两个充分条件.

本文给出半狄氏型框架下 Kato 类光滑测度的定义及关于 Green 核的 Kato 类光滑测度定义, 在第二节中证明了它们的等价性; 在第三节中研究 Kato 类光滑测度的一些基本性质. 本文的结果将有助于研究半狄氏型扰动、保正型的 h - 变换、广义 Feynman-Kac 半群强连续性、大偏差、半群谱界的 L^p- 独立性等.

2 Kato 类光滑测度的定义

定义 2.1 (关于 M 的 Kato 类光滑测度) 如果一个光滑测度 μ 满足 $\lim\limits_{t\to 0}||E.(A_t^\mu)||_q = 0$, 其中

$$||f||_q = \inf_{Cap(N)=0} \sup_{x\in E-N} |f(x)|,\ f(x)\in \mathcal{B}(E),\ A_t^\mu \in A^{c,+},$$

则称 μ 属于 Kato 类光滑测度, 记 $\mu\in S_k$.

定义 2.2 (关于 Green 核的 Kato 类 $K_{\nu,\beta}$, 见文 [13]) 令 $\nu>0, \beta>0$, E 上的一个光滑测度 μ, 如果满足

$$\begin{cases} \lim\limits_{r\to 0}\sup\limits_{x\in E}\displaystyle\int_{d(x,y)<r} G(x,y)\mu(dy)=0, & \nu>\beta; \\ \sup\limits_{x\in E}\displaystyle\int_{d(x,y)<1}\mu(dy)<\infty, & \nu<\beta, \end{cases}$$

则称 μ 是关于 Green 核的 Kato 类光滑测度, 记 $\mu\in K_{\nu,\beta}$, 这里

$$G(x,y) := G(d(x,y)),\ G(r) := \begin{cases} r^{\beta-\nu}, & \nu\geq\beta; \\ \log(r^{-1}), & \nu=\beta. \end{cases}$$

设过程 M 及其转移概率函数 $p_t(x,y)$ 满足下面三个条件:

(A2.1) (生命时条件) 设 ζ 为过程 M 的生命时, 且

$$\lim_{t\to 0}\sup_{x\in E} P_x(\zeta\leq t)=\gamma\in[0,1).$$

(A2.2) (Bishop 型不等式) 假设 V 为 $(0,\infty)$ 上正的单调函数, $r\to V(r)/r^\nu$ 是单增的或有界的, 且 $\sup\limits_{x\in E} m(B_r(x))\leq V(r), \forall r>0$.

(A2.3) (热核的上下界估计) 令 $\phi_i(i=1,2)$ 为 $(0,\infty)$ 上与 $t_0<\infty$ 相关的单调递减函数, 且满足如下条件

$$\int_1^\infty \frac{(V(t)\vee t^\nu)\phi_2(t)}{t}dt<\infty,$$
$$\frac{1}{t^{\nu/\beta}}\phi_1(\frac{d(x,y)}{t^{1/\beta}})\leq p_t(x,y)\leq \frac{1}{t^{\nu/\beta}}\phi_2(\frac{d(x,y)}{t^{1/\beta}}).$$

定理 2.3 若 (A2.1)–(A2.3) 成立, 则 $S_k = K_{\nu,\beta}$, 即定义 2.1 与定义 2.2 等价.

证 当对称狄氏型联系的马氏过程有转移密度函数时, 文 [13] 在条件 (A2.1)–(A2.3) 下证明了定义 2.1 与定义 2.2 等价. 因为光滑测度是正的 Borel 测度, 故类似于文 [13, 引理 4.4] 的证明, 利用证明过程与半群的对称性或对偶无关, 可得到 $S_k \subset K_{\nu,\beta}$. 当 $\mu \in K_{\nu,\beta}$ 时, 得 $\mu \in S$. 由 Revuz 对应知道存在 $A_t^\mu \in A^{c,+}$ 使得

$$E_x(A_t^\mu) = \int_E \int_0^t p_s(x,y) ds \mu(dy)$$

成立, 对文 [13, 定理 3.2] 的证明过程稍作修改, 可以得到 $K_{\nu,\beta} \subset S_k$. 由双边包含关系, 故定理得证.

注 对于非对称狄氏型, 文 [10] 给出了 Kato 类光滑测度的定义: 一个光滑测度 $\mu \in S$, 如果满足

$$\lim_{t\to 0}(||E_\cdot(A_t^\mu)||_q \vee ||\widehat{E}_\cdot(\widehat{A}_t^\mu)||_q) = 0,$$

则称 μ 属于 Kato 类光滑测度, 记作 $\mu \in S_k$, 其中 $\widehat{A}_t^\mu$ 为对偶过程 $\widehat{M}$ 的可加泛函, 其对应的 Revuz 测度也为 μ. 由定理 2.3 知道, 当过程 M 及其对偶过程 $\widehat{M}$ 都有转移核且都满足 (A2.1)–(A2.3) 时,

$$\lim_{t\to 0}||E_\cdot(A_t^\mu)||_q = 0 \Leftrightarrow \lim_{t\to 0}||\widehat{E}_\cdot(\widehat{A}_t^\mu)||_q = 0,$$

即文 [10] 中 Kato 类光滑测度的定义可以简化.

3 Kato 类光滑测度的性质

性质 3.1 设 $\mu \in S$, 则存在一个由紧集组成的 $\mathcal{E}$ - 网 $\{F_n\}$, 使得对每一个 n, 有 $I_{F_n}\mu \in S_k$.

证 首先证明当 $\mu \in S_0$ 时, 结论成立.

设 $(P_t)_{t>0}$ 为过程 M 的转移半群, 即对任意 $f \in L^2(E;m), f \geq 0$, 有 $P_t f(x) = E_x[f(X_t)]$, $U_\alpha\mu$ 为有限能量积分测度 μ 的 α - 位势 (见文 [5, 注 5.2]), 且

$$U_A^1 1(x) = E_x[\int_0^\infty e^{-s} dA_s^\mu],$$

则

$$U_t 1(x) := E_x[\int_0^t e^{-s} dA_s^\mu] = U_A^1 1(x) - e^{-t} P_t U_A^1 1(x).$$

由文 [5, 定理 5.8] 知 $U_A^1 1(x)$ 是 $U_1\mu \in D(\mathcal{E})$ 的拟连版本, 且由文 [14] 知当 $t \to 0$ 时,

$$\mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(U_1\mu - P_t U_1\mu, U_1\mu - P_t U_1\mu) \to 0,$$

所以

$$\begin{aligned}
&\mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(U_1\mu - e^{-t}P_t U_1\mu, U_1\mu - e^{-t}P_t U_1\mu) \\
= \;& \mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(U_1\mu - e^{-t}U_1\mu + e^{-t}U_1\mu - e^{-t}P_t U_1\mu, U_1\mu - e^{-t}U_1\mu + e^{-t}U_1\mu - e^{-t}P_t U_1\mu) \\
\leq \;& |1 - e^{-t}|\mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(U_1\mu, U_1\mu) + e^{-t}\mathcal{E}_1^{\frac{1}{2}}(U_1\mu - P_t U_1\mu, U_1\mu - P_t U_1\mu) \to 0.
\end{aligned}$$

因此由文 [15, 命题 2.18(i)] 知, 存在子列 $\{U_{t_k}\}$ 及一个由闭子集 $\{F_n\}$ 组成的 $\mathcal{E}$ - 网, 使得在每一个 F_n 上一致地有 $\lim\limits_{k\to\infty} U_{t_k}1(x)=0$, 即对任意的 k 有

$$\lim_{t\downarrow 0}\sup_{x\in E}|U_{t_k}1(x)|=0. \tag{3.1}$$

下面证明 $I_{F_n}\mu\in S_k$.

设 $\tau_n=\inf\{t>0:X_t\in F_n\}$, 则

$$\begin{aligned}
&||E_\cdot[\int_0^t e^{-s}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu]||_q\\
=\ &||E_\cdot[I_{\{t>\tau_n\}}\int_{\tau_n}^t e^{-s}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu]||_q\\
=\ &||E_\cdot\{I_{\{t>\tau_n\}}e^{-\tau_n}E_x[\int_{\tau_n}^t e^{-(s-\tau_n)}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu|F_{\tau_n}]\}||_q\\
=\ &||E_\cdot\{I_{\{t>\tau_n\}}e^{-\tau_n}E_{X_{\tau n}}[\int_{\tau_n}^t e^{-(s-\tau_n)}I_{F_n}(X_{s-\tau_n})dA_{s-\tau_n}^\mu]\}||_q\\
=\ &||E_\cdot\{I_{\{t>\tau_n\}}e^{-\tau_n}E_{X_{\tau n}}[\int_0^{t-t_{\tau n}} e^{-s}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu]\}||_q\\
\le\ &\sup_{x\in F_n}|E_x[\int_0^t e^{-s}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu]|\\
\le\ &\sup_{x\in F_n}|E_x[\int_0^t e^{-s}dA_s^\mu]|\le\sup_{x\in F_n}|U_t1(x)|,
\end{aligned}$$

由 (3.1) 式知道

$$\lim_{t\downarrow 0}||E_\cdot[\int_0^t e^{-s}I_{F_n}(X_s)dA_s^\mu]||_q=0,$$

从而 $I_{F_n}\mu\in S_k$.

然后证明当 $\mu\in S$ 成立时, 结论成立.

由文 [5, 定理 5.4] 的证明知, 存在由紧集组成的 $\mathcal{E}$ - 网 $\{E_n\}$, 使得 $I_{E_j}\mu\in S_0$, 故由上面的证明得: 存在一个由闭子集组成的 $\mathcal{E}$ - 网 $\{F_{n,j}\}$, 使得 $I_{F_{n,j}}I_{E_j}\mu\in S_k$. 取 $G_n=\bigcup\limits_{j=1}^n(F_{n,j}\cap E_j)$, 则 $\{G_n\}$ 为由紧集组成的 $\mathcal{E}$ - 网, 且 $I_{G_n}\mu\in S_k$. 故结论得证.

性质 3.2 设 $\mu\in S_k$, 则对任意 $\delta>0$, 存在 $A_\delta>0$, 使得对任意 $f\in D(\mathcal{E})$ 有

$$\int_E\tilde{f}^2d\mu\le\delta\mathcal{E}(f,f)+A_\delta\|f\|_2^2, \tag{3.2}$$

其中 $\widetilde{f}$ 为 f 的拟连续版本 (见文 [15, 命题 3.6]).

证 由正则半狄氏型与拟正则半狄氏型的拟同胚 (见文 [3]), 不失一般性, 可以假定 $(\mathcal{E},D(\mathcal{E}))$ 为 $L^2(E;m)$ 上的正则半狄氏型.

首先设 $\mu\in S_0\cap S_k$, 将证明对任意 $\alpha\ge 0$, $f\in D(\mathcal{E})$, 如下式子成立

$$\int_E\tilde{f}^2d\mu\le 16(K+1)^2||U_\alpha\mu||_\infty\mathcal{E}_\alpha(f,f). \tag{3.3}$$

设 $t>0$, $K_t=\{x\in E\mid\ |\tilde f(x)|\geq t\}$, $\mathcal{L}_{K_t}:=\{v\in D(\mathcal{E})\mid \text{在}K_t\text{上}\tilde v\geq 1\ \mathcal{E}-\text{q.e.}\}$. 由文 [15, 注 2.2 (iii)] 知 $|f|\in D(\mathcal{E})$ 且 $\mathcal{L}_{K_t}\neq\emptyset$. 设 $\hat e_{K_t}$ 为 α - 共轭位势, e_{K_t} 为 α - 位势, $\bar e_{K_t}$ 为对称 α - 位势, 则

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_\alpha(\bar e_{K_t},\hat e_{K_t}) &\leq (K+1)\mathcal{E}_\alpha^{\frac12}(\bar e_{K_t},\bar e_{K_t})\mathcal{E}_\alpha^{\frac12}(\hat e_{K_t},\hat e_{K_t})\\ &= (K+1)\tilde{\mathcal{E}}_\alpha^{\frac12}(\bar e_{K_t},\bar e_{K_t})\mathcal{E}_\alpha^{\frac12}(\hat e_{K_t},\hat e_{K_t})\\ &\leq (K+1)\tilde{\mathcal{E}}_\alpha^{\frac12}(\bar e_{K_t},\bar e_{K_t})\mathcal{E}_\alpha^{\frac12}(\bar e_{K_t},\hat e_{K_t}),\end{aligned}$$

其中 K 为常数, 所以 $\mathcal{E}_\alpha(\bar e_{K_t},\hat e_{K_t})\leq(K+1)^2\tilde{\mathcal{E}}_\alpha(\bar e_{K_t},\bar e_{K_t})$. 由文 [16, 引理 1.2] 可知 u 为 α - 位势当且仅当 u 为 α - 过分函数, 所以类似于文 [17, 命题 1] 的证明, 可以得到

$$\int_0^\infty t\mathcal{E}_\alpha(\bar e_{K_t},\bar e_{K_t})dt\leq 2\tilde{\mathcal{E}}_\alpha(|f|,|f|),$$

对 $\alpha>1$, 由文 [15, (2.1)] 可得

$$\int_0^\infty t\mathcal{E}_\alpha(\bar e_{K_t},\hat e_{K_t})dt\leq 2(K+1)^2\tilde{\mathcal{E}}_\alpha(|f|,|f|)\leq 8(K+1)^2\mathcal{E}_\alpha(f,f).$$

定义 $\hat{\mathcal{E}}(u,v):=\mathcal{E}(v,u)$, 则易得 $(\hat{\mathcal{E}},D(\mathcal{E}))$ 为正则保正型且 $\hat e_{K_t}$ 关于 $(\hat{\mathcal{E}},D(\mathcal{E}))$ 为 α - 位势. 所以存在一个光滑测度 ν, 使得 $\hat e_{K_t}=\hat U_\alpha\nu$. 又因为 $\mathrm{supp}[\nu]\subset K_t$, 所以

$$\begin{aligned}\int_E\widetilde f(x)^2\mu(dx) &= 2\int_0^\infty t\int_E I_{K_t}\mu(dx)dt\leq 2\int_0^\infty t\int_E\widetilde{\hat e_{K_t}}\mu(dx)dt\\ &= 2\int_0^\infty t\mathcal{E}_\alpha(U_\alpha\mu,\hat e_{K_t})dt=2\int_0^\infty t\int_E\widetilde{(U_\alpha\mu)}(x)\nu(dx)dt\\ &\leq 2||\widetilde{U_\alpha\mu}||_\infty\int_0^\infty t\int_E\widetilde{\bar e_{K_t}}\nu(dx)dt=2||\widetilde{U_\alpha\mu}||_\infty\int_0^\infty t\mathcal{E}_\alpha(\bar e_{K_t},\hat e_{K_t})dt\\ &\leq 16(K+1)^2||\widetilde{U_\alpha\mu}||_\infty\mathcal{E}_\alpha(f,f).\end{aligned}$$

对 $\mu\in S_k$, 由文 [5, 定理 5.4] 知存在 $\mathcal{E}$ - 网 $\{F_n\}_{n\geq1}$, 使得 $\mu_n:=I_{F_n}\mu\in S_0$. 设 A 为 μ 对应的正的连续可加泛函, 则 $A_t^n:=\int_0^t I_{F_n}(X_s)dA_s^n$ 为 μ_n 对应的正的连续可加泛函. 由文 [5, 定理 5.8] 知 $U_\alpha\mu_n$ 为 $U_{A_n}^\alpha 1$ 的一个拟连版本, 因此对任意的 n,

$$||\widetilde{U_\alpha\mu_n}||_\infty=||U_{A^n}^\alpha 1||_\infty\leq||U_A^\alpha 1||_\infty.$$

所以对任意 $f\in D(\mathcal{E})$ 有

$$\begin{aligned}\int\tilde f^2d\mu &= \lim_{n\to\infty}\int\tilde f^2d\mu_n\\ &\leq \lim_{n\to\infty}16(K+1)^2||\widetilde{U_\alpha\mu_n}||_\infty\mathcal{E}_\alpha(f,f)\\ &\leq 16(K+1)^2||U_A^\alpha 1||_\infty\mathcal{E}_\alpha(f,f).\end{aligned}\tag{3.4}$$

类似于文 [6, 定理 4.1] 得对 $\mu\in S_K$ 有 $\lim\limits_{\alpha\to\infty}||U_A^\alpha 1||_\infty=0$, 所以由 (3.4) 式知 (3.2) 式成立.

注 因为对称狄氏型与保正型之间有很多不同, 所以在证明过程中对文 [17, 命题 2] 做了适当的改进. 对于半狄氏型, 文 [18, 命题 4.2] 在 μ 满足 $\mu U \leq C_0 m$(其中 $C_0 > 0$ 为常数) 的条件下, 用不同的方法得到了式 (3.3). 对于非对称狄氏型, 文 [19, 命题 4.3] 利用对偶过程的 Green 函数得到了式 (3.2). 但由于半狄氏型的对偶过程不一定存在, 所以文 [19] 的方法对半狄氏型行不通, 接下来将尝试利用文 [20] 中 h - 变换的方法考虑与此相关的问题.

参 考 文 献

[1] Ma Z M, Rockner M. Introduction to the theory of (non-symmetric) Dirichlet forms[M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.

[2] Fukushima M, Oshima Y, Takeda M. Dirichlet forms and symmetric Markov processes[M]. German, Berlin: Walter de Gruyter, first edition, 1994; second revised and extended edition, 2011.

[3] Oshima Y. Semi-Dirichlet forms and Markov process[M]. German, Berlin: De Gruyter, 2013.

[4] Ma L, Sun W. On the generalized Feynman-kac transformation for nearly symmetric Markov processes[J]. J. The. Prob., 2012, 25(3): 733–755.

[5] Ma L, Ma Z M, Sun W. Fukushima's decomposition for diffusions associated with semi-Dirichlet forms[J]. Stocha. Dyn., 2012, 12(4): 1250003 (PP.1–31).

[6] Albeverio S, Ma Z M. Additive functionals, nowhere Radon and Kato class smooth measures associated with Dirichlet forms[J]. Osaka J. Math., 1992, 29: 247–265.

[7] Takeda M, Tawara Y. A large deviation principle for symmetric Markov processes normalized by Feynman-Kac functionals[J]. Osaka. J. Math., 2013, 50: 287–307.

[8] Leva G D, Kim D, Kuwae K. L^p-independence of spectral bounds of Feynman-Kac semigroups by continuous additive functionals[J]. J. Funct. Anal., 2010, 259: 690–730.

[9] Chen Z Q, Fitzsimmons P J, Kuwae K, Zhang T S. On general perturbations of symmetric Markov processes[J]. J. Math. Pures. Appl., 2009, 92: 363–374.

[10] Chen C Z. A note on perturbation of non-symmetric Dirichlet forms by signed smooth measures[J]. Acta Math. Sci., 2007, 27 (1): 219–224.

[11] 韩新方, 马丽, 杨雪. 广义狄氏型的符号光滑测度扰动及其结合的马氏过程 [J]. 数学物理学报, 2010, 30A(3): 623–629.

[12] 王玮, 韩新方, 马丽. 半狄氏型的符号光滑测度扰动 [J]. 北京交通大学学报, 2015, 39(6): 126–130.

[13] Kuwae K, Takahashi M. Kato class measures of symmetric Markov process under heat estimates[J]. J. Funct. Anal., 2007, 25: 86–113.

[14] Albeverio S, Fan R Z, R ckner M, Stannat W. A remark on coercive forms and associated semigroups[J]. Part. Diff. Oper. Math. Phys., Oper. The. Adv. Appl., 1995, 78: 1–8.

[15] Ma Z M, Overbeck L, R ckner M. Markov processes associated with semi-Dirichlet forms[J]. Osaka J. Math., 1995, 32: 97–119.

[16] Hu Z C, Sun W. Balayage of semi-Dirichlet forms[J]. Canadian J. Math., 2012, 64(4): 869–891.

[17] Vondracek Z. An estimate for the -norm of a quasi continuous function with respect to a smooth measure[J]. Arch. Math., 1991, 67: 408–414.

[18] Fitzsimmons P J. On the quasi-regularity of semi-Dirichlet forms[J]. Potential Anal., 2001, 15: 158–185.

[19] Chen Z Q, Song R M. Conditional gauge theorem for non-local Feynman-Kac transforms[J]. Prob. The. Relat. Fiel., 2003, 125: 45–72.

[20] Han X F, Ma Z M, Sun W. h-transforms of preserving semigroups and associated processes[J]. Acta Mathematica Sinica, English Series, 2011, 27(2): 1–8.

KATO CLASS SMOOTH MEASURES OF SEMI-DIRICHLET FORMS

MA Li, HAN Xin-fang

(*School of Mathematics and Statistics, Hainan Normal University, Haikou 571158, China*)

Abstract: In this paper, we study some problems related to Kato-lass smooth measure under semi-Dirichlet form setting. Using analytic method, we get the equivalent definitions under the heat kernel estimation, and present some properties of the Kato class smooth measures. These results extend the results related to Kato class smooth measures under the framework of Dirichlet form.

Keywords: semi-Dirichlet form; Markov process; Kato class smooth measures; additive functional

2010 MR Subject Classification: 31C25; 60J45