

科學講堂

逢星期三見報

誤信宇宙靜止加「常數」天文望遠鏡確認宇宙膨脹

愛因斯坦「生命中最大的錯誤」

客觀驗證是科學重要一部份

幾星期前提及愛因斯坦 (Albert Einstein) 這位家喻戶曉的物理學家。有人說他是神人，而他好像也成為了電影、電視中瘋狂科學家的經典形象。

今次要跟大家分享愛因斯坦一個舉世聞名的錯誤 (他自己也將之稱為「生命中最大的錯誤 (biggest blunder of life) 」)。當然這樣做不是為了要說他的壞話，而是因為這個「愛因斯坦犯錯了」的故事有點曲折，還開展了物理學研究的新一頁呢。

廣義相對論解水星「不聽話」

故事開始於20世紀初期。當時的學者們應用牛頓 (Isaac Newton) 的萬有引力理論，看來已經掌握了星體運動背後的原理了。尤其是在19世紀中期，科學家們還利用牛頓的理論成功預測了海王星的存在，準確地指出了它的軌跡。然而，水星卻不是那麼「安分守己」：它的部分軌跡就是不能被牛頓的理論解釋。

對於這個問題，愛因斯坦採用了一個新的出發點：力是不存在的，各種物體以不同形式移動，是因為時空被附近的能量扭曲了。這個思想框架導出的廣義相對論 (General Relativity)，成功解釋了水星「不聽話」的軌跡，但是卻又令愛因斯坦苦惱不已：倘若把廣義相對論應用於宇宙之上，會引導出宇宙在膨脹的結論。

愛氏「深信」宇宙靜止

愛因斯坦對此不以為然，因為他深信，宏觀上來說，宇宙應該是靜止不變的，而不應該在逐漸膨脹。為了解決這個問題，他在廣義相對論的方程式中，加入了一個常數 (常數者，恆常不變之數也；說穿了，就是一個普普通通的數字)。這個數字，被稱為「宇宙常數」 (Cosmological Constant)。在廣義相對論的方程式中，它就好比一個新的吸引力來源，把本來極欲自我膨脹的宇宙「吸住」，因而達到平衡，造成一個靜止不動的宇宙。

哈勃及夥伴證改動多餘

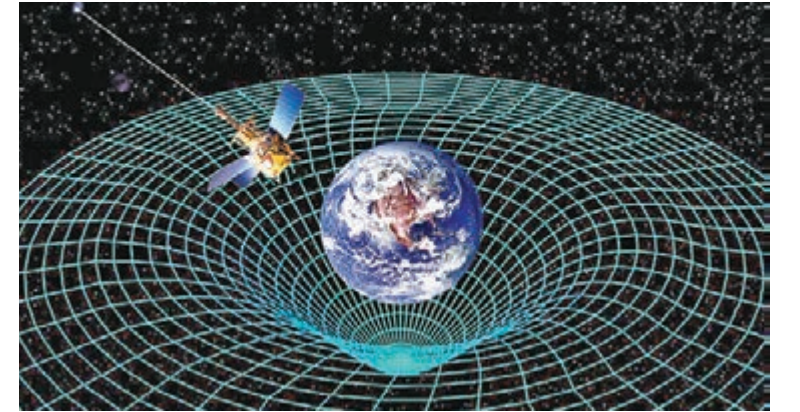
很不幸地，愛因斯坦的這個改動看來好像是多餘了。著名天文學家哈勃 (Erwin Hubble) 在1929年發表了一項研究結果：利用位於美國加州威爾遜山天文台 (Mount Wilson Observatory) 直徑100吋的望遠鏡，哈勃和他的科學夥伴發現，大部分星體都在離地球而去，而且和地球距離愈遠的，跑得愈快。這個現象，正好就可以用「宇宙在膨脹」來解釋。

既然「膨脹的宇宙」正在現實中發生，根本就沒有什麼大問題，那麼在廣義相對論中加入宇宙常數，就變得毫無意義了。對此，愛因斯坦後來也承認，這是他「生命中最大的錯誤」。

張文彥博士



大型天文望遠鏡。

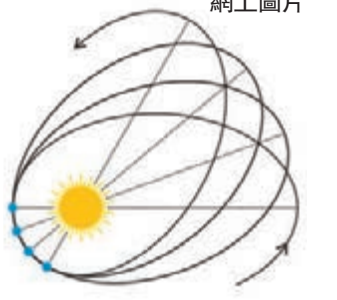


在廣義相對論的框架下，人造衛星繞著地球轉，是因為附近的時空被地球的能量扭曲。 網上圖片

小結

科學家也是人，科學探究也無可避免地滲進了個人觀感和偏好，就連著名的科學家愛因斯坦也不例外。幸而科學探究本身包含了客觀驗證，促使我們將主觀感覺和客觀事實分開。

不過，宇宙常數的故事，其實並未完結：現今的科學家反而是在熱烈討論宇宙常數。這個故事的後續發展，下次再來和大家分享。



水星的軌跡不能被牛頓的理論解釋。 網上圖片

作者簡介：香港大學土木及結構工程學士。短暫任職見習土木工程師後，決定追隨對科學的興趣，在加拿大多倫多大學取得理學士及哲學博士學位，修讀理論粒子物理。現任香港大學理學院講師，教授基礎科學及通識課程，不時參與科學普及與知識交流活動。

奧數揭秘

逢星期三見報

抽獎學排列與組合

有時在宴會上，也有些抽獎的時候，抽獎的方式可以有差別，比如每件獎品都不同，那麼抽出來次序，就決定了誰拿了什麼獎；若每件獎品相同，又是另一回事；抽了出來，然後抽出來的號碼能否放回去，又是另一種情況。

總結起來，就是分次序與不分次序，能放回去與不能放回去，共4種情況。4種情況得出來的排列與組合的總數，是有分別的。

為了討論方便，先決定號碼有10個，獎品有3個。普通是有n個號碼中取r個數。

先討論分次序與能放回去的情況，那樣第一個獎有10個選擇，第二個和第三個分別都有9個選擇，共個10×9×8選擇，普通是nⁿ。

然後是分次序與不能放回去的情況，那樣第一個獎有10個選擇，第二個有9個選擇，第三個有8個選擇，因此共有10×9×8=720種選擇，普通是n(n-1)(n-2)...(n-r+1)，記為P_rⁿ。

之後是不分次序又不能放回去的情況，那其實就是考慮剛剛談及的分次序又不能放回去的情況，然後除以3個獎品的排列總數，即 $\frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$ ，普通來說有 $\frac{n(n-1)(n-2)...(n-r+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots \times r}$ ，記為C_rⁿ。

最後就是不分次序又能放回去的情況了，這個在課程內較少提及。

問題一

10個數之中，任意取出3個，而且可以重複取同一個，那樣有多少個不同的組合？



答案

考慮右圖，把1至10用9條「棒子」分成10列，另外有3個圓點代表取出的數字。那麼2的那一列有兩個圓點，就代表2被取出兩次，如此類推。

這樣，題目要求的數，就是把這些圓點和棒子排成一列的組合數。當中棒子和圓點共有3+9=12個，取其中3個為圓點，則組合數共有C₃¹² = $\frac{12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = 220$ 個。

普通來說，棒子比要選的n個數少一個，即(n-1)支，圓點為r個，因此組合數為C_r^{n+r-1}，又可記為H_rⁿ。

這樣在抽獎中4個情況都全面地談及了，列表如下：

	可放回去	不可放回去
分次序	n ^r	P _r ⁿ
不分次序	H _r ⁿ =C _r ^{n+r-1}	C _r ⁿ

清晰表達模型助計算

剛才講到H_rⁿ的時候，用到了圓點與棒子的模型來理解，然後一下子就有答案了，這個是有點神奇的。事實上，組合數學中的計算方法，有時就要依靠一些好的模型。不同人取的模型不同，計出來的複雜程度也大有差別。

而組合數學有時也是難以理解別人的計法的，因為別人一道算式，背後的模型可能跟自己設想的大有差別。因此別人寫一道算

式，當中有些P_rⁿ或C_rⁿ之類的符號，即使頗有經驗的人，要準確了解背後的思路，還得要一番功夫。

由於模型對計法大有作用，因此把自己的模型表達得清晰是重要的，一方面是與人溝通的需要，另一方面是自己作記錄，以求改良。不同的模型累積得多了，面對組合問題也多了點想法，嘗試的方向多了，成功的機會也大一點。

張志基

簡介：香港首間提供奧數培訓之教育機構，每年舉辦奧數比賽，並積極舉辦不同類型的奧數培訓課程。學員有機會獲選拔成為香港代表隊，參加海內外重要大賽。詳情可瀏覽：www.hkmos.org。

