

尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学阶段考试 (一)

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:陈鹏

审核人:陈联沁

一、选择题(每小题 5 分,共 14 小题 70 分)

1、已知 $f(x)$ 是 R 上周期等于 4 的周期函数且为偶函数,当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(5.5)$ 等于()
 A.5.5 B.3.5 C.2.5 D.1.5

2、已知 $a = 0.5^{0.5}, b = 0.3^{0.5}, c = \log_{0.3} 0.2$, 则 a, b, c 的大小关系是()
 A. $a > b > c$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$

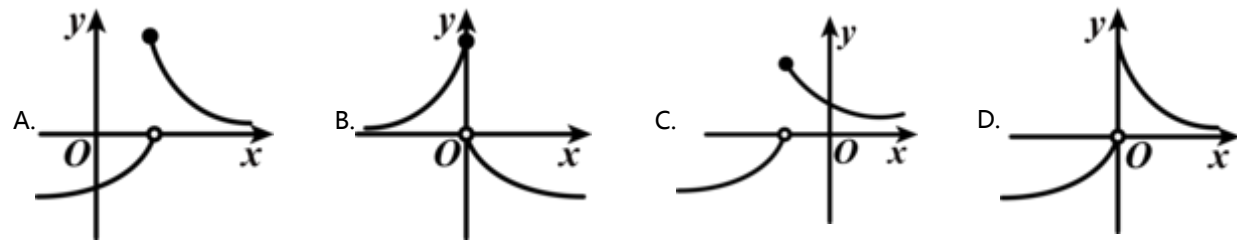
3、已知 $f(x) + 2f(-x) = 3x + x^2$, 则 $f(x) =$ ().
 A. $\frac{1}{3}x^2 + x$ B. $\frac{1}{3}x^2 - 3x$ C. $\frac{1}{3}x^2 + 3x$ D. $x^2 + 3x$

4、定义集合 A, B 的运算 $A * B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B, \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 则 $(A * B) * A$ 等于()
 A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. A D. B

5、已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^3 + x + 1$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的解析式为()
 A. $f(x) = x^3 + x - 1$ B. $f(x) = -x^3 - x - 1$
 C. $f(x) = x^3 - x + 1$ D. $f(x) = -x^3 - x + 1$

6、若函数 $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 又 $f(3) = 0$, 则 $\frac{f(x) + f(-x)}{x} < 0$ 的解集为()
 A. $(-3, 3)$ B. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ C. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

7、已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x & (x \leq 1) \\ \log_{\frac{1}{3}} x & (x > 1) \end{cases}$, 则函数 $y = f(1-x)$ 的大致图象是()



8、若函数 $f(x) = \min \{3 + \log_{\frac{1}{4}} x, \log_2 x\}$, 其中 $\min \{p, q\}$ 表示两者中的较小者, 则 $f(x) < 2$ 的解集是

- ()
 A. $(0, 4)$ B. $(0, +\infty)$
 C. $(0, +4) \cup (4, +\infty)$ D. $(\frac{1}{4}, +\infty)$

9、已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ (\frac{1}{2})^x - 1, & x < 2 \end{cases}$ 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围为()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, \frac{13}{8}]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[\frac{13}{8}, 2)$

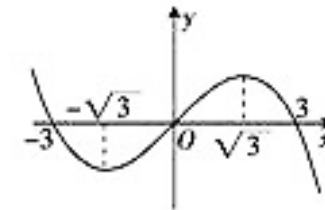
10、函数 $f(x) = a^{2x} + (1 + \frac{1}{m}) \cdot a^x + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 有零点, 则 m 的取值范围是().
 A. $[-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 1]$ B. $(-\infty, -\frac{1}{3}]$ C. $[-\frac{1}{3}, 0)$ D. $[1, +\infty)$

11、某同学在研究函数 $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ($x \in R$) 时, 分别给出下面几个结论: ①等式 $f(-x) + f(x) = 0$ 在 $x \in R$ 时恒成立; ②函数 $f(x)$ 的值域为 $(-1, 1)$; ③若 $x_1 \neq x_2$, 则一定有 $f(x_1) \neq f(x_2)$; ④函数 $g(x) = f(x) - x$ 在 R 上有三个零点. 其中正确结论的序号是()
 A. ①② B. ①②③ C. ①③④ D. ①②③④

12、设如果函数 $f(x)$ 对于任意的实数 x , 存在常数 M , 使得不等式 $|f(x)| \leq M|x|$ 恒成立, 那么就称函数 $f(x)$ 为有界泛函, 给出下面三个函数: ① $f(x) = 1$; ② $f(x) = x^2$; ③ $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$.

其中属于有界泛函的是()
 A. ① B. ② C. ③ D. ①②③

13、设三次函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 函数 $y = xf'(x)$ 的图象的一部分如图所示, 则()



- A. $f(x)$ 的极大值为 $f(\sqrt{3})$, 极小值为 $f(-\sqrt{3})$ B. $f(x)$ 的极大值为 $f(-\sqrt{3})$, 极小值为 $f(\sqrt{3})$
 C. $f(x)$ 的极大值为 $f(-3)$, 极小值为 $f(3)$ D. $f(x)$ 的极大值为 $f(3)$, 极小值为 $f(-3)$

14、已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 且满足 $f(x) < -xf'(x)$, 则不等式 $f(x+1) > (x-1)f(x^2-1)$ 的解集是()
 A. $(0, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, +\infty)$

二、填空题(每小题 5 分,共 6 小题 30 分)

15、已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 那么 $f(\ln 2)$ 的值是_____.

16、若函数 $y = \frac{1}{\sqrt{kx^2 + 4kx + 3}}$ 的定义域为 R ，则实数 k 可的取值范围是_____.

17、函数 $f(x) = \sqrt{ax^2 - x}$ 在 $[2, 4]$ 上为增函数，则 $a \in$ _____.

18、已知 $x \in [0, 1]$ ，则函数 $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$ 的值域是_____.

19、若幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，则 $m =$ _____.

20、已知 $y = f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数，且 $f(1-a) < f(2a-1)$ ，则 a 的取值范围是_____.

24、已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x (a > 0)$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处的切线与直线 $2x + 3y + 1 = 0$ 垂直，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最大值.

三、解答题(第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 第 23 题 13 分, 第 24 题 13 分, 共 4 小题 50 分)

21、在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \phi \\ y = \sin \phi \end{cases}$ (ϕ 为参数)，以 O 为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求圆 C 的极坐标方程；

(2) 直线的极坐标方程是 $2\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ ，射线 $OM: \theta = \frac{\pi}{3}$ 与圆 C 的交点为 O, P ，与直线的交点为 Q ，求线段 PQ 的长.

22、已知 $f(x) = 2ax - \frac{b}{x} + \ln x$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 处取得极值，且 $f(1) = 3$.

(1) 求 a, b 的值；

(2) 若对 $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$ ， $f(x) > c$ 恒成立，求 c 的取值范围.

23、以直角坐标系 xOy 的原点为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，且两坐标系相同的长度单位. 已知点 N 的

极坐标为 $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ ， M 是曲线 $C_1: \rho = 1$ 上任意一点，点 G 满足 $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ ，设点 G 的轨迹为曲线 C_2 .

(1) 求曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2) 若过点 $P(2, 0)$ 的直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数)，且直线 l 与曲线 C_2 交于 A, B 两点，求

$\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.