

2017 届 华二 高三年级 12 月份月考

一、填空题 (前 6 题每小题 6 分, 后 6 题每小题 5 分, 共 54 分)

1、计算:  $\frac{1+i^{2017}}{1-i} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $i$  是虚数单位)

2、双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的渐近线的夹角为  $\underline{\hspace{2cm}}$

3、在  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$  的展开式中, 常数项等于  $\underline{\hspace{2cm}}$

4、设全集  $U = R$ , 已知  $A = \left\{x \mid \frac{2x+3}{x-2} > 0\right\}$ ,  $B = \{x \mid |x-1| < 2\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$

5、函数  $f(x) = \frac{(x+3)^0}{\sqrt{|x|-x}}$  的定义域是  $\underline{\hspace{2cm}}$

6、幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{-m}$  在  $x \in (0, +\infty)$  时为减函数, 则  $m$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

7、已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_2 = 2, a_3 = 1$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_n a_{n+1}) = \underline{\hspace{2cm}}$

8、若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x + 2y$  的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

9、点  $P$  是棱长为 1 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $A_1B_1C_1D_1$  上一点, 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC_1}$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$

10、已知关于  $x$  的不等式  $(4kx - k^2 - 12k - 9)(2x - 11) > 0$ , 其中  $k \in R$ , 对于不等式的解集  $A$ , 记  $B = A \cap Z$  (其中  $Z$  为整数集), 若集合  $B$  是有限集, 则使得集合  $B$  中元素个数最少时的实数  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$

11、设三角形  $ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边长分别是  $a, b, c$ , 且  $B = \frac{\pi}{3}$ , 若  $\triangle ABC$  不是钝角三角形, 则  $\frac{2a}{c}$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$

12、数列  $\{2^n - 1\}$  的前  $n$  项  $1, 3, 7, \dots, 2^n - 1$  组成集合  $A_n = \{1, 3, 7, 2^n - 1\} (n \in \mathbb{N}^*)$ , 从集合  $A_n$  中任取  $k (k = 1, 2, 3, \dots, n)$  个数, 其所有可能的  $k$  个数的乘积的和为  $T_k$  (若只取一个数, 规定乘积为此数本身), 记  $S_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ , 例如当  $n = 1$  时,  $A_1 = \{1\}, T_1 = 1, S_1 = 1$ ; 当  $n = 2$  时,  $A_2 = \{1, 3\}, T_1 = 1 + 3, T_2 = 1 \times 3, S_2 = 1 + 3 + 1 \times 3 = 7$ , 试写出  $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$

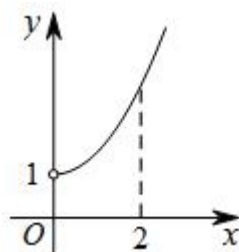
二、选择题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13、如果  $a < b < 0$ , 那么下列不等式成立的是 ( )

- A.  $a^2 < ab$       B.  $-ab < -b^2$       C.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$       D.  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

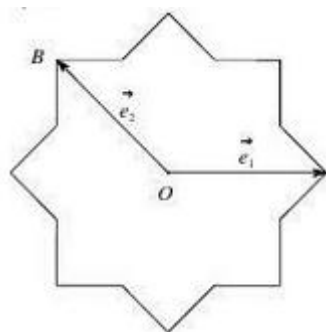
14、已知函数  $y = f(x), x \in \mathbb{R}$  是奇函数, 其部分图像如图所示, 则在  $(-1, 0)$  上与函数  $f(x)$  的单调性相同的是 ( )

- A.  $y = x + \frac{1}{x}$       B.  $y = \log_2 |x|$   
 C.  $y = \begin{cases} e^x & x \geq 0 \\ e^{-x} & x < 0 \end{cases}$       D.  $y = \cos(2x)$



15、将一圆的八个等分点分成相同的两组, 连接每组的四个点得到两个正方形, 去掉两个正方形内部的八条线段后可以形成一个正八角星, 如图所示;

设正八角星的中心为  $O$ , 并且  $\overrightarrow{OA} = \vec{e}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{e}_2$ , 若将点  $O$  到正八角星 16 个顶点的向量, 都写成为  $\lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$  的形式, 则  $\lambda + \mu$  的最大值为 ( )



- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $1 + \sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

16、直线  $l: ax + \frac{1}{a}y - 1 = 0$  与  $x, y$  轴的交点分别为  $A, B$ , 直线  $l$  与圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  的交点为  $C, D$ ; 给出下面三个结论:

- (1) 任意  $a \geq 1, S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}$ ;      (2) 存在  $a \geq 1, |AB| < |CD|$ ;  
 (3) 存在  $a \geq 1, S_{\triangle COD} < \frac{1}{2}$ ;

则所有正确结论的序号是 ( )

- A. (1) (2)      B. (2) (3)      C. (1) (3)      D. (1) (2) (3)

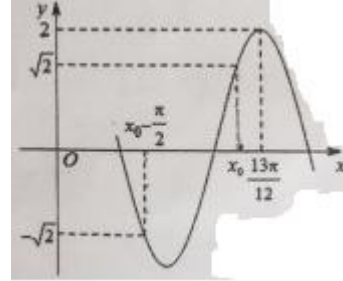
三、解答题 (14分+14分+14分+16分+18分, 共76分)

17、(本题共14分)

已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图像如图所示:

(1) 写出函数  $f(x)$  的解析式及  $x_0$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上的最大值与最小值;



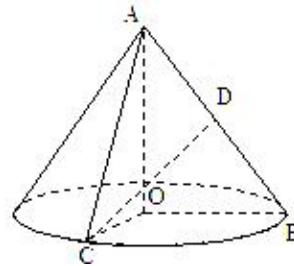
18、(本题共14分)

如图, 在  $Rt\triangle AOB$  中,  $\angle OAB = \frac{\pi}{6}$ , 斜边  $AB = 4$ ,  $D$  是  $AB$  的中点, 现将  $Rt\triangle AOB$  以直角边  $AO$  为轴旋转一周得到一个圆锥, 点  $C$  为圆锥底面圆周上的一点, 且  $\angle BOC = \frac{\pi}{2}$ ;

边  $AO$  为轴旋转一周得到一个圆锥, 点  $C$  为圆锥底面圆周上的一点, 且  $\angle BOC = \frac{\pi}{2}$ ;

(1) 求该圆锥的全面积;

(2) 求异面直线  $AO$  与  $CD$  所成角的大小; (结果用反三正切函数值表示)



19、(本题共 14 分)

已知命题  $p$ : 函数  $f(x) = \frac{1}{3}(1-x)$  且  $|f(a)| < 2$ ;

命题  $Q$ : 集合  $A = \{x | x^2 + (a+2)x + 1 = 0, x \in R\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$  且  $A \cap B = \emptyset$ ;

(1) 若命题  $P, Q$  中有且仅有一个为真命题, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 设  $P, Q$  皆为真命题时,  $a$  的取值范围为集合  $S$ , 已知  $T = \left\{ y \mid y = x + \frac{n}{x}, x \in R, x \neq 0 \right\}$ ,

若  $C_R T \subseteq S$ , 求  $m$  的取值范围;

20、(本题共 16 分)

定义  $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  表示  $x_1, x_2, \dots, x_n$  中的最大值; 已知数列

$a_n = \frac{1000}{n}, b_n = \frac{2000}{m}, c_n = \frac{1500}{p}$ , 其中  $n + m + p = 200, kn, n, m, p, k \in N^*$ ; 记

$d_n = \max\{a_n, b_n, c_n\}$ ;

(1) 求  $\max\{a_n, b_n\}$ ;

(2) 当  $k = 2$  时, 求  $d_n$  的最小值;

(3) 任意  $k \in N^*$  时, 求  $d_n$  的最小值;

21、(本题共 18 分)

---

已知点  $P$  到圆  $(x+2)^2 + y^2 = 1$  的切线长与到  $y$  轴的距离之比为  $t$  ( $t > 0, t \neq 1$ )；

(1) 求动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程；

(2) 当  $t = \sqrt{3}$  时，将轨迹  $C$  的图形沿着  $x$  轴向左移动 1 个单位，得到曲线  $G$ ，过曲线  $G$  上一点  $Q$  作两条渐近线的垂线，垂足分别是  $P_1$  和  $P_2$ ，求  $\overrightarrow{QP_1} \cdot \overrightarrow{QP_2}$  的值；

(3) 设曲线  $C$  的两焦点为  $F_1, F_2$ ，求  $t$  的取值范围使得曲线  $C$  上不存在点  $Q$ ，使

$\angle F_1 Q F_2 = \theta$  ( $0 < \theta < \pi$ )；

21. 已知点  $P$  到圆  $(x+2)^2 + y^2 = 1$  的切线长与到  $y$  轴的距离之比为  $t$  ( $t > 0, t \neq 1$ ):

(1) 求动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程;

(2) 当  $t = \sqrt{3}$  时, 将轨迹  $C$  的图形沿着  $x$  轴向左移动 1 个单位, 得到曲线  $G$ , 过曲线  $G$  上一点  $Q$  作两条渐近线的垂线, 垂足分别是  $P_1$  和  $P_2$ , 求  $\overline{QP_1} \cdot \overline{QP_2}$  的值;

(3) 设曲线  $C$  的两焦点为  $F_1$ 、 $F_2$ , 求  $t$  的取值范围, 使得曲线  $C$  上不存在点  $Q$ , 使  $\angle F_1 Q F_2 = \theta$  ( $0 < \theta < \pi$ );

## 参考答案

### 一. 填空题

1.  $i$       2.  $\frac{\pi}{3}$       3. 160      4. (2,3)      5.  $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$

6. 2      7.  $\frac{32}{3}$       8.  $\frac{3}{2}$       9.  $[-\frac{1}{2}, 0]$       10.  $[-4 - \sqrt{7}, -4 + \sqrt{7}]$

11. [1,4]      12.  $2^{\frac{n(n+1)}{2}} - 1$

### 二. 选择题

13. B      14. D      15. C      16. C

### 三. 解答题

17. (1)  $f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ,  $x_0 = \frac{23}{24} \pi$ ; (2)  $[-1, 2]$ ;

18. (1)  $12\pi$ ; (2)  $\arctan \frac{\sqrt{15}}{3}$ ;

19. (1)  $(-5, -4] \cup [7, +\infty)$ ; (2)  $(-\infty, 4]$ ;

20. (1) 当  $k=1$ ,  $\max\{a_n, b_n\} = \frac{2000}{n}$ , 当  $k \geq 2$ ,  $\max\{a_n, b_n\} = \frac{1000}{n}$ ;

(2)  $\frac{250}{11}$ ; (3)  $\frac{250}{11}$ ;

21. (1)  $(x+2)^2 + (1-t^2)y^2 = 1$ ; (2)  $-\frac{1}{9}$ ; (3) (0,1);