

2017—2018 学年下期期末学业质量检测试题
高一数学（理科）

温馨提示：

1. 本试题包括选择题和非选择题两大部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 选择题填涂在机读卡上，其余部分的答案均填写在答题卡对应规定的位置。

第 I 卷 选择题（共 60 分）

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 给出下列结论：①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点，则这两点的连线是圆柱的母线；②直角三角形绕其任一边所在直线旋转一周所形成的几何体都是圆锥；③棱台的上、下底面可以不相似，但侧棱长一定相等。其中正确结论的个数是（▲）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知直线 l 过点 $A(1, 1)$ ， $B(-1, 3)$ ，则直线 l 的倾斜角为（▲）

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$

3. 已知 a, b 为非零实数，且 $a < b$ ，则下列不等式成立的是（▲）

- A. $a^2 < b^2$ B. $a^2b < ab^2$ C. $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2b}$ D. $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

4. 设 m, n 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，则（▲）

- A. 若 $m \parallel n, n \perp \alpha$ ，则 $m \perp \alpha$ B. 若 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ ，则 $m \perp n$ D. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$ ，则 $m \perp \beta$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，且 $a \cos A - b \cos B = 0$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是（▲）

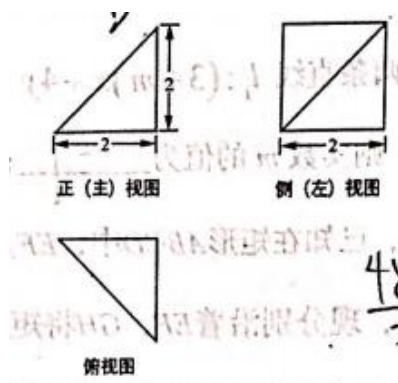
- A. 等边三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰三角形或直角三角形

6. 若实数 $x > 0, y > 0$ ，且 $x + 4y = xy$ ，则 xy 的最小值为（▲）

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

7. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的面积为（▲）

- A. $4 + 2\sqrt{2}$ B. $2 + 4\sqrt{2}$ C. $2 + 2\sqrt{2}$ D. $4 + 4\sqrt{2}$



8. 江岸边有一炮台高 30 (m)，江中有两条船，船与炮台底面都在同一水平面上，由炮台顶部测，得两船的俯角分别为 45° 和 60° ，而且两条船与炮台底部连线成 30° 角，则两条船之间的距离是 (▲)

- A. $5\sqrt{3}$ (m) B. $10\sqrt{3}$ (m) C. $5\sqrt{2}$ (m) D. $10\sqrt{2}$ (m)

9. 若 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，且 $a \cos 2\alpha = \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ ，则 $\sin 2\alpha$ 的值为 (▲)

- A. $-\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $-\frac{17}{18}$ D. $\frac{17}{18}$

10. 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，其前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 + a_4 + a_7 = 99$ ， $a_2 + a_5 + a_8 = 93$ ，

若对任意 $n \in N^*$ ，都有 $S_n \leq S_k$ 成立，则 $k =$ (▲)

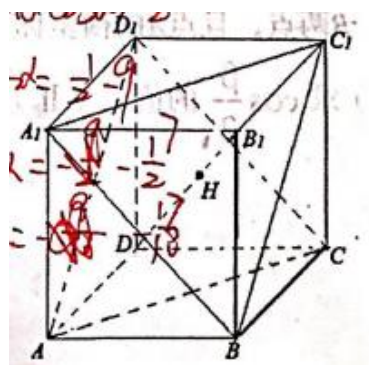
- A. 19 B. 20 C. 21 D. 22

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(m-1)x + 2m + 6 = 0$ ，若方程两根都大于 1，则实数 m 的取值范围为 (▲)

- A. $-\frac{5}{4} < m < -1$ B. $-\frac{5}{4} < m \leq -1$ C. $-\frac{5}{4} < m < 0$ D. $m \leq -1$ 或 $m \geq 5$

12. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， H 是对角线 B_1D 与平面 A_1C_1B 的交点。给出下列四个结论：①平面 $D_1AC \parallel$ 平面 A_1C_1B ； ② $B_1D \perp$ 平面 A_1C_1B ； ③ $B_1H = \frac{1}{4} B_1D$ ； ④ B_1D 与平面 A_1C_1B 的交点 H 是 $\triangle A_1C_1B$ 的重心。其中正确结论的序号是 (▲)

- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④



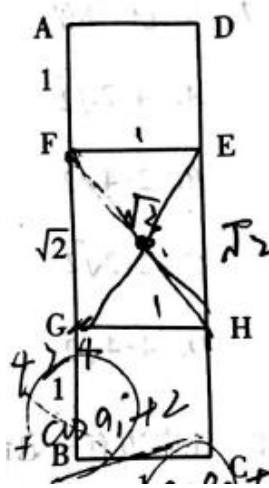
第 II 卷 非选择题

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，将答案填在题中的横线上。

13. 求值： $\cos 15^\circ \cos 45^\circ - \sin 15^\circ \cos 135^\circ =$ _____；

14. 已知两条直线 $l_1: (3+m)x + 4y = 5 - 3m$ ， $l_2: 2x + (5+m)y = 8$ ，若 $l_1 \parallel l_2$ ，则实数 m 的值为_____；

15. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中， $EF \parallel AD$ ， $GH \parallel BC$ ， $BC = 1$ ， $FG = \sqrt{2}$ ， $AF = BG = 1$ ，现分别沿着 EF ， GH 将矩形 $ABCD$ 进行折叠使得 AD 与 BC 重合，则折叠后所得几何体的外球的体积为_____；



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$, 若函 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + 2\cos^2 \frac{x}{2}$,

记 $y_n = f(a_n)$, 则数列 $\{y_n\}$ 的前 9 项和为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知三角形的三个顶点 $A(-5, 0)$, $B(3, -3)$, $C(0, 2)$.

(I) 求线段 AB 的垂直平分线的方程;

(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

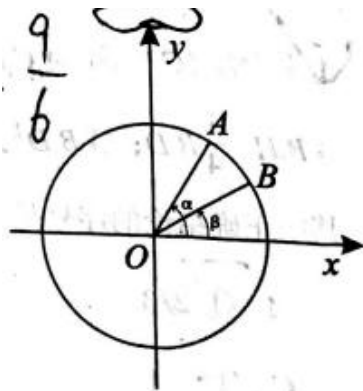
18. (本小题满分 12 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以 Ox 轴为始边作两个锐角 α , β , 它们的终边分

别与单位圆相交于 A, B 两点，且点 A 的横坐标为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 点 B 的纵坐标为 $\frac{3}{5}$.

(I) 求 $\cos \frac{\beta}{2}$ 的值;

(II) 求 $\tan(2\alpha - 2\beta)$ 的值.

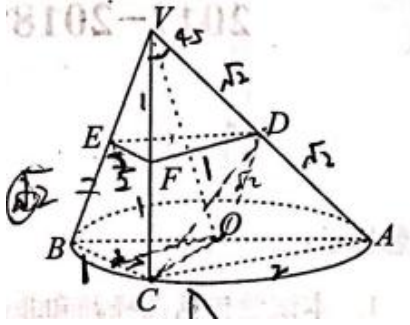


19. (本小题满分 12 分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上不同于 A, B 的点, 过点 C 的直线 VC 垂直于 $\odot O$ 所在平面. D, E, F 分别是 VA, VB, VC 的中点, 且 $BC=1$, $AC=2$, $VC=3$.

求证:

- (I) 平面 DEF \perp 平面 VBC;
 (II) 求 VO 与平面 ABC 所成角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$

- (I) 求解不等式 $f(x) > 3$;
 (II) 当 $x \geq 0$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) \leq (a+4)x - 2a$ ($a \in R$).

21. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 内接于单位圆, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且 $a^2 + \sqrt{3}ab + C - b - c = 0$.

- (I) 求角 A 的大小;
 (II) 求边 BC 上的中线 AM 的最大值.

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2 + 3n$ ($n \in N^*$).

- (I) 求数 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;
 (II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $a_n = \log_{\sqrt{2}} b_n$, 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;
 (II) 求同时满足下列两个条件的三角形三边的长:
 (i) 三边是数列 $\{a_n + m\}$ 中的连续三项, 其中 $m \in N^*$;
 (ii) 最小角是最大角的一半.