

# 尤溪一中 2018-2019 学年度开学考试高三文科数学试卷

时间:120 分钟

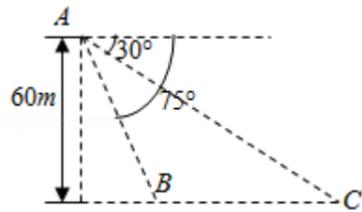
满分:150 分

命题人:林福济

审核人:池晓燕

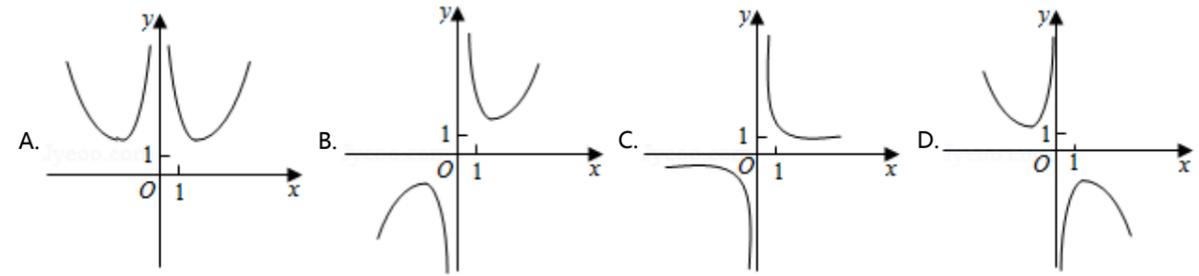
## 一、选择题(每小题 5 分,共 12 小题 60 分)

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 + 3x < 0\}$ , 则满足条件  $B \subseteq A$  的集合  $B$  的个数为 ( )  
 A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 8
2. 设角  $\alpha$  的始边为  $x$  轴正半轴, 则“ $\alpha$  的终边在第一、二象限”是“ $\sin \alpha > 0$ ”的 ( )  
 A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件                      C. 充分必要条件                      D. 既非充分又非必要条件
3. 已知命题  $p: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$  命题  $q: \text{若 } a^2 < b^2, \text{ 则 } a < b$ , 下列命题为真命题的是 ( )  
 A.  $p \wedge q$                       B.  $p \wedge \neg q$                       C.  $\neg p \wedge q$                       D.  $\neg p \wedge \neg q$
4.  $\frac{\sin 65^\circ - \sin 30^\circ \cos 35^\circ}{\sin 35^\circ} = ( )$   
 A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$ , 把函数  $f(x)$  的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变), 再把所得到的曲线向左平移  $\frac{\pi}{6}$  各单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象, 则函数  $g(x)$  的对称中心是 ( )  
 A.  $(2k\pi + \frac{\pi}{6}, 0), k \in \mathbb{Z}$                       B.  $(2k\pi + \frac{\pi}{2}, 0), k \in \mathbb{Z}$   
 C.  $(k\pi + \frac{\pi}{2}, 0), k \in \mathbb{Z}$                       D.  $(k\pi + \frac{\pi}{4}, 0), k \in \mathbb{Z}$
6. 如图, 从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B, C 的俯角分别为  $75^\circ, 30^\circ$ , 此时气球的高是 60m, 则河流的宽度 BC 等于 ( )



- A.  $30(\sqrt{3}+1)m$                       B.  $120(\sqrt{3}-1)m$                       C.  $180(\sqrt{2}-1)m$                       D.  $240(\sqrt{3}-1)m$

7. 函数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$  的图象大致为 ( )

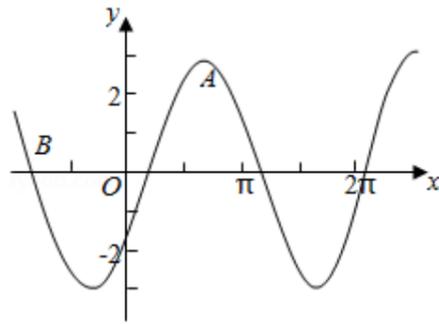


8. 已知  $\sin(\frac{\pi}{3} - a) = \frac{1}{3}$ , 则  $\cos(\frac{5\pi}{6} - a) = ( )$   
 A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
9. 已知定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x+5) = f(x)$ , 且当  $x \in (0, \frac{5}{2})$  时,  $f(x) = x^3 - 3x$ , 则  $f(2018) = ( )$   
 A. -18                      B. 18                      C. -2                      D. 2
10. 已知  $\alpha$  为第二象限角, 且  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ , 则  $\sin \alpha - \cos \alpha = ( )$   
 A.  $\frac{7}{5}$                       B.  $-\frac{7}{5}$                       C.  $\pm \frac{7}{5}$                       D.  $\frac{49}{25}$
11. 已知函数  $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ , 实数  $a, b$  满足不等式  $f(2a+b) + f(4-3b) > 0$ , 则下列不等式恒成立的是 ( )  
 A.  $b - a < 2$                       B.  $a + 2b > 2$                       C.  $b - a > 2$                       D.  $a + 2b < 2$
12. 若函数  $f(x) = 4\sin \omega x \cdot \sin^2(\frac{\omega x}{2} + \frac{\pi}{4}) + \cos 2\omega x - 1 (\omega > 0)$  在  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$  上是增函数, 则  $\omega$  的取值范围是 ( )  
 A.  $[0, 1)$                       B.  $[\frac{3}{4}, +\infty)$                       C.  $(0, \frac{3}{4})$                       D.  $(0, \frac{3}{4}]$

## 二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2(3-x), & x < 2 \\ 2^{x-2}, & x \geq 2 \end{cases}$ , 则  $f(\log_2 12) + f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. 若函数  $f(x) = |2^x - 2| - b$  有两个零点, 则实数  $b$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15、已知函数  $f(x) = M\sin(\omega x + \varphi)$  ( $M > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 其中  $A(2, 3)$  (点  $A$  为图象的一个最高点),  $B(-\frac{5}{2}, 0)$ , 则函数  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.



16、已知函数  $f(x) = x \ln x + \frac{1}{2}x^2$ ,  $x_0$  是函数  $f(x)$  的极值点, 给出以下几个命题:

- ①  $0 < x_0 < \frac{1}{e}$ ; ②  $x_0 > \frac{1}{e}$ ; ③  $f(x_0) + x_0 < 0$ ; ④  $f(x_0) + x_0 > 0$ ;

其中正确的命题是 \_\_\_\_\_ (填出所有正确命题的序号)

**三、解答题 (第 17 题 12 分, 第 18 题 12 分, 第 19 题 12 分, 第 20 题 12 分, 第 21 题 12 分, 第 22 题 10 分, 共 6 小题 70 分)**

17、已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边,  $b^2 = 3ac$ .

(1) 若  $a = b$ , 求  $\cos B$ ;

(2) 设  $B = 120^\circ$ , 且  $a = \sqrt{2}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18、在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  的对边, 已知  $2a \sin A = (2b + c) \sin B + (2c + b) \sin C$

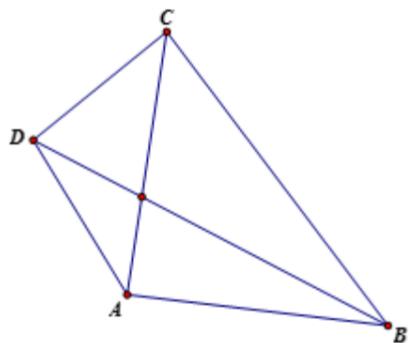
(1) 求  $A$  的值;

(2) 若  $a = 3$ , 求  $b + c$  的最大值.

19、如图, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $AB = 2\sqrt{3}, AC = 2, \angle ADC = \angle CAB = 90^\circ$ , 设  $\angle DAC = \theta$ .

(1) 若  $\theta = 60^\circ$ , 求  $BD$  的长度;

(2) 若  $\angle ADB = 30^\circ$ , 求  $\tan \theta$ .



20、已知函数  $f(x) = (2-m) \ln x + \frac{1}{x} + 2mx$ .

(1) 当  $f'(1) = 0$  时, 求实数  $m$  值及曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 讨论函数  $f(x)$  的单调性.

21、设  $f(x) = x \ln x - ax^2 + (2a - 1)x, a \in \mathbb{R}$ .

(1) 令  $g(x) = f'(x)$ , 求  $g(x)$  的单调区间;

(2) 已知  $f(x)$  在  $x = 1$  处取得极大值, 求正实数  $a$  的取值范围.

22、在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + 2\cos \phi \\ y = 2\sin \phi \end{cases}$  ( $\phi$  为参数,  $0 \leq \phi \leq \pi$ ), 曲线  $C_2$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 5 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 求  $C_1$  的普通方程并指出它的轨迹;

(2) 以  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 射线  $OM: \theta = \frac{\pi}{4}$  与半圆  $C$  的交点为  $O, P$ , 与直线  $l$  的交点为  $Q$ , 求线段  $PQ$  的长.