

一种协方差矩阵的多尺度量子谐振子算法

安俊秀¹, 陆志君¹, 王 鹏^{2†}

(1. 成都信息工程大学 软件工程学院, 成都 610103; 2. 西南民族大学 计算机科学与技术学院, 成都 610225)

摘 要: 针对多尺度量子谐振子算法在处理高维全局优化问题时难以收敛的问题, 提出一种协方差矩阵的多尺度量子谐振子优化算法, 并给出新算法的核心数学模型. 所提算法改进了多元正态分布评估算法中的协方差矩阵生成方式, 保留了之前采样点的记忆, 加入动态迭代步长加快了新协方差矩阵的更新速度. 实验结果表明, 所提算法的性能远超原算法, 与 4 种经典优化算法相比, 在收敛精度、收敛速度和鲁棒性上也具有优势.

关键词: 全局优化; 量子谐振子; 多元正态分布; 协方差矩阵

中图分类号: TP273

文献标志码: A

A covariance-matrix multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm

AN Jun-xiu¹, LU Zhi-jun¹, WANG Peng^{2†}

(1. School of Software Engineering, Chengdu University of Information and Technology, Chengdu 610225, China;

2. School of Computer Science and Technology, Southwest University for Nationalities, Chengdu 610225, China)

Abstract: For global optimization problems with high dimension, the multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm is hard to converge. For this problem, a covariance-matrix multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm is proposed, and the mathematical model of core part is given, which improves the method of generating covariance matrix from the estimation of multivariate normal algorithm and reserves the memory of old sampling points. Moreover, dynamic iteration steps are intraduced to accelerate updating of the new covariance matrix. The experimental results show that the performance of the proposed algorithm is far better than that of the original algorithm, and it's obviously superior to four classic optimization algorithms on convergence precision, convergence rate and robustness.

Keywords: global optimization; quantum harmonic oscillator; multivariate normal; covariance matrix

0 引 言

优化问题普遍存在于工业设计、控制决策、自动化等应用科学中, 许多基于群体的优化算法被广泛采用, 国内外也有众多学者改进了基本算法以提高优化性能^[1-2]. 多尺度量子谐振子算法(MQHOA)^[3]是近年提出的一种新的全局优化算法, 文献[4]把MQHOA与模拟退火算法(SA)、量子退火算法(QA)、量子粒子群算法(QPSO)作了对比, 得出MQHOA具有更稳定的性能和良好的计算精度. 另外, MQHOA还可用来解决机器学习和多峰优化问题. 文献[5]提出了一种基于量子谐振子模型的聚类中心选取算法来处理聚类中心选择问题; 文献[6]提出一种基于划分的多峰优化方法, 且具有很好的查全率和准确率. 此外, MQHOA还可用来处理组合优化问题, 改进蚁群算法的性能^[7-8]. 然而, 在高维度下, MQHOA求解复杂函

数时不容易收敛.

目前的研究对MQHOA的优化性能没有大的改进, 为了克服MQHOA的不足, 解决其在高维函数时性能不佳、不容易收敛的情况, 本文重点分析MQHOA收敛的两个过程, 提出一种协方差矩阵的多尺度量子谐振子算法(CM-MQHOA), 并将其应用于复杂高维函数求解. 为了解决MQHOA收敛中的量子谐振子收敛过程问题, 引入并改进了文献[7]中的EMNA(Estimation of multivariate normal algorithm)协方差矩阵生成方式; 为了解决多尺度收敛问题, 加入动态衰减机制, 利用动态迭代步长保证重要维度采样信息的同时加速收敛; 通过实验, 比较CM-MQHOA与MQHOA的性能区别, 与选取的4个经典优化算法对比, 说明了改进算法的优化性能.

收稿日期: 2016-11-07; 修回日期: 2017-02-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71673032, 60702075); 国家社会科学基金项目(12XSH019).

作者简介: 安俊秀(1971—), 女, 教授, 从事社会计算、智能优化算法等研究; 陆志君(1991—), 男, 硕士生, 从事智能优化算法、分布式计算的研究.

†通讯作者. E-mail: wp002005@163.com

1 MQHOA算法

量子谐振子是量子力学重要的物理模型之一。MQHOA基于这个模型近似模拟分子运动规律,利用微粒动态振动时在振子平衡位置达到势能最低点来解决全局优化问题。在理论上利用量子谐振子波函数的概率解释构造算法核心,凭借量子隧道效应保证全局最优区域采样数目足够大,以避免陷入局部最优位置。通过与其他算法进行对比实验^[3],进一步说明其具有更好的计算速度和计算精度。

MQHOA算法的核心是利用量子谐振子的薛定谔方程的解得到如下概率密度函数:

$$|\psi_n(x)|^2 = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}} |H_n(\alpha x)|^2. \quad (1)$$

其中: ψ 表示波函数, m 表示粒子的广义质量, ω 表示粒子的振动频率, \hbar 表示普朗克常量, H 表示哈密顿算符, n 表示能级数。式(1)中,随着能级的减少,量子谐振子从高能态到低能态逐渐收敛,直到收敛到基能态 $\psi_0(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{1/4}} e^{-\alpha^2(x-x_0)^2/2}$ 。因此,定义MQHOA算法在尺度 σ_s 下的波函数为 k 个以 k_i 为中心的高斯概率密度函数的迭加,即

$$\psi_{\text{QHO}}(x) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{(x-k_i)^2}{2\sigma_s^2}}. \quad (2)$$

ψ_{QHO} 近似代表了目标函数以 k 个最优解为中心的目标函数在可行域上的概率分布,通过引入多尺度优化函数二进信息采样模型,把高斯函数作为二进小波尺度函数,按照不同尺度和不同精度要求进行聚焦搜索,可以保证信息的不遗漏采样,从而获得全局最优解。

文献[4]把MQHOA的收敛过程划分为两个过程,即在同一尺度向量 σ_s 下的量子谐振子收敛过程(QHO收敛)和多尺度收敛过程(M收敛)。前者可以理解是横向收敛过程,后者是纵向收敛过程。QHO收敛过程实现对搜索空间的逐步收缩定位,M收敛过程实现对采样精度的逐步提高。研究发现,MQHOA虽然在低维下收敛速度快,结果精确,但当维度升高(大于10维)后就很难收敛。原因在于,QHO收敛过程中随机迭代算法所固有的“无记忆性”不能将迭代过程中的优良个体有效保留,另一方面M收敛过程直接采用尺度减半的固定方式会导致在某些重要维度上搜索的细节缺失,而这些重要维度对适应度函数值的影响至关重要,不应与其他维度上的搜索同等对待。

2 CM-MQHOA算法

下面根据协方差矩阵分别对MQHOA的两个收敛过程加以改进,以增强算法性能。为了使描述便于

理解,先给出以下概念:如果一个随机样本 $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 的概率分布密度函数有如下形式:

$$f(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |C|^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m})' C^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}) \right\}.$$

其中: \mathbf{x} 为任意样本点; C 为 $n \times n$ 正定矩阵,满足 $\text{cov}(X) = C$; $\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_n)$ 为样本均值向量。则称 X 服从 n 元正态分布,记作 $X \sim N_n(\mathbf{m}, C)$ 。对于任意常数 $c \geq 0$, X 的概率分布密度函数的几何表示为曲面 $(\mathbf{x} - \mathbf{m})' C^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}) = c$,称之为 X 的等密度曲面,在 \mathbf{R}^n 空间是以 μ 为中心的超椭圆。

由线性代数正定矩阵概念可以推出如下定理。

定理1 设 C_s 是来自正态总体 $N_n(\mathbf{m}, C)$ 的样本协方差矩阵,样本数为 λ , C_s 为正定矩阵的充要条件为 $\lambda > n$ 。

文中默认所有的样本协方差矩阵都满足定理1。如果 C 正定,则可以通过矩阵正交分解得到规范正交基 $B = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_n]$,特征值构造的对角矩阵记作 D^2 ,其对应的特征值 $d_1^2, d_2^2, \dots, d_n^2 > 0, d_1, d_2, \dots, d_n > 0$,其正交分解可以表示为

$$C = BD^2B^T, \quad (3)$$

同样定义 C 的均方根

$$C^{\frac{1}{2}} = BDB^T = B \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) B^T, \quad (4)$$

也很容易推出

$$C^{-\frac{1}{2}} = BD^{-1}B^T = B \text{diag} \left(\frac{1}{d_1}, \frac{1}{d_2}, \dots, \frac{1}{d_n} \right) B^T. \quad (5)$$

最终多元正态分布 $N(\mathbf{m}, c)$ 可以写为

$$\begin{aligned} N(\mathbf{m}, C) &\sim \mathbf{m} + N(\mathbf{0}, C) \sim \\ &\mathbf{m} + C^{\frac{1}{2}} N(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \sim \\ &\mathbf{m} + BDB^T N(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \sim \\ &\mathbf{m} + BDN(\mathbf{0}, B^T \mathbf{I} B) \sim \\ &\mathbf{m} + BN(\mathbf{0}, D^2), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 \mathbf{I} 为单位矩阵式。式(6)的几何意义描述了等密度超椭圆面的形态,其中心点为 \mathbf{m} , D 对角线各元素表示这个超椭圆面的轴长,对于二元正态分布而言,对应椭圆的长轴和短轴。 B 表示超椭圆面的旋转矩阵,对于二元正态分布而言,对应椭圆逆时针旋转角度大小,但对于高维超椭圆面旋转变得复杂,旋转程度不再由角度来刻画,其中一个元素的变化将影响多个平面子空间。

2.1 改进的QHO收敛过程

原QHO过程的采样搜索点根据多元正态分布生成, λ 个采样搜索点均满足

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &\sim N(\mathbf{m}, D^2) \sim \mathbf{m} + N(0, D^2), \\ k &= 1, 2, \dots, \lambda. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $D = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n)$, σ_i 为第*i*维的标准差; $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_n)$, m_i 为第*i*维的均值. 当*D*上对角线各元素值相等时, QHO采样点的等密度曲面为高维球面; 不相等时, 其等密度曲面为高维椭球面. 绘制其等密度曲线, 如图1所示. 其中: 灰色曲线为某二维椭球面 $z = f_{\text{elli}}(x, y)$ 在一定区域内的等高线, 黑点为均值向量 \mathbf{m} 所在位置, 即中心点.

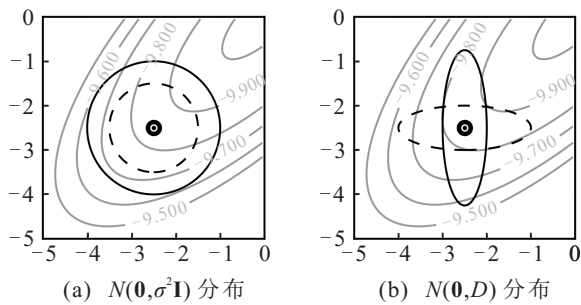


图1 2种二维高斯分布等密度曲线

可以看到, 图1(a)中的两条曲线为圆形, 图1(b)中的两条曲线为以坐标轴为轴的椭圆, 图1(a)为图1(b)长轴和短轴相等的特例. 如前所述, 轴长与*D*的对角线元素对应, 图1(a)中*D*各元素相等, 均等于某个 σ 值, 图1(b)中的*D*具有不同的 σ . MQHOA初始化*D*后, QHO的收敛过程依赖于*D*, 在没有到达QHO收敛条件的情况下, *D*始终不变, 即在各维度上没有动态尺度变化.

多元相关性的分布估计算法(EDA)在连续域内有一种类似QHO收敛过程的EMNA(Estimation of multivariate normal algorithm)算法, 其同样采用多元正态模型表示采样搜索点的概率分布. 在进化过程中, 每一代采用最大似然估计方法, 估计多元正态分布的均值向量和协方差矩阵^[9], 其协方差矩阵可以表示如下:

$$C_{\text{EMNA}} = \frac{1}{u} \sum_{i=1}^u (\mathbf{x}_{i:\lambda} - \mathbf{m})(\mathbf{x}_{i:\lambda} - \mathbf{m})^T. \quad (8)$$

其中: u 表示从 λ 个采样搜索点中选取的适应度值最好的点个数, $\mathbf{x}_{i:\lambda}$ 表示从 λ 个采样搜索点中选取的适应度值排在第*i*位的点, $\mathbf{m} = \frac{1}{u} \sum_{i=1}^u \mathbf{x}_{i:\lambda}$ 为均值向量. C_{EMNA} 是对变量总体的一致性估计. 以二维线性函数 $f_l = x_1 + x_2$ 为例, 利用EMNA计算最小值, 演化过程如图2所示. 图2中的散点表示EMNA的采样点,

采样点个数 $\lambda = 100$, 选择评估点数 $u = 30$, ‘+’为采样点均值向量坐标, 曲线为协方差分布等密度曲面在 $f_l = 0$ 处的投影.

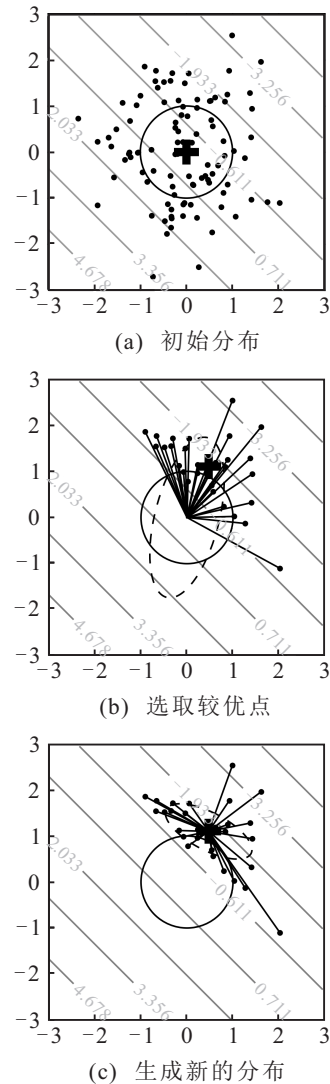


图2 C_{EMNA} 演化过程

图2(a)为初始化采样点状态图, 此时 $C_{\text{EMNA}} = \mathbf{I}$; 图2(b)通过对这100个采样点对应的评价函数值排序, 选择最好的30个点来评估下一轮的 C_{EMNA} 和均值向量 \mathbf{m} ; 图2(c)利用式(8)生成新的100个采样点. 虽然演化过程中采样均值点不断靠近最小点, 但由图2可知, 在梯度方向上采样均值中心点的移动步长不断减小, 这容易导致其过早收敛. 对此, 本文提出新的协方差矩阵 C_{qho} 以及均值向量的生成模型

$$C_{\text{qho}} = \sum_{i=1}^u \omega_i (\mathbf{x}_{i:\lambda} - \mathbf{m}_{\text{old}})(\mathbf{x}_{i:\lambda} - \mathbf{m}_{\text{old}}); \quad (9)$$

$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^u \omega_i \mathbf{x}_{i:\lambda}; \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^u \omega_i = 1, \omega_1 \geq \omega_2 \geq \dots \geq \omega_u > 0. \quad (11)$$

比较式(8)与(9),最大的不同在于均值向量的选择.式(8)中的协方差矩阵使用当前样本点的均值向量产生,而式(9)使用了上一代种群样本点,这解决了原QHO过程的“无记忆性”问题.这种选择还大大增加了在梯度方向上的方差值,即扩大了梯度方向的搜索.此外,如式(10)和(11)所示,均值向量和协方差矩阵的计算方法多了加权方式,增加了种群差异性.比如可以根据典型的简单排序编码法,设置权重 $\omega_i \propto u - i + 1, i = 1, 2, \dots, u$.特别地,当 $\omega_i = \frac{1}{u}$ 时,可以发现式(8)与(9)除了均值向量选择不同外,其他都相同.为了与EMNA作对比,取 $\omega_i = \frac{1}{u}$,重复图2的算法迭代过程,结果如图3所示.

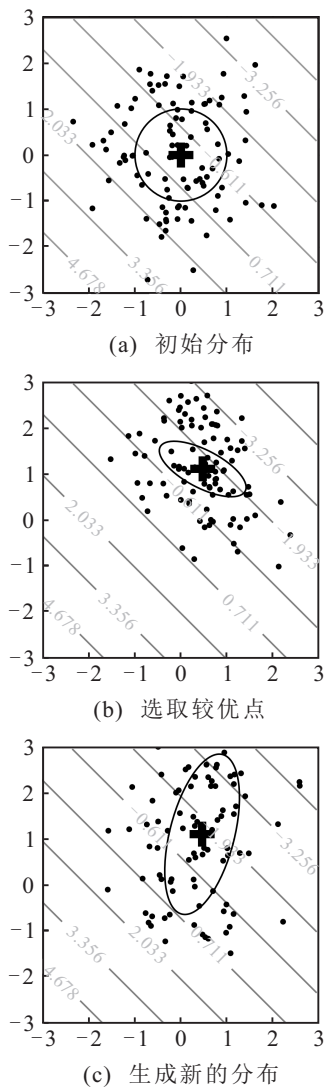


图3 改进的QHO过程演化

图3(a)与图2(a)一致,图3(b)以上一代较优采样点的均值向量构造协方差矩阵,可以看到其等密度曲面主轴在梯度方向;图3(c)相当于把图3(b)椭圆的中心点平移到最新的均值向量中去,即图3(c)中的‘+’处,很明显在梯度方向上的方差增加了,更容易找到最好点.

2.2 改进的M收敛过程

由于原M收敛过程是固定衰减,没有动态衰减机制,容易丢失重要维度的采样信息,因此这里增加动态迭代步长

$$p = \| BD^{-1}B^T(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}) \|, \quad (12)$$

其中B是C的正交矩阵.根据前面描述的几何意义可知, B^T 把向量空间变换到坐标轴上, D^{-1} 使坐标轴变化尺度相同,B重新把向量从坐标轴变换到其原本的向量空间中去,确保差向量的向量空间与原多元正态分布的超椭球等密度曲面的向量空间一致.此外, $\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}$ 越小p越小,也就是下次迭代在梯度方向上的步长越小;同样, $\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}$ 越大p越大,下次迭代在梯度方向上的步长越大.这样,当前两代的均值中心点接近时会进一步进行精确搜索,而当两代均值中心点较远时,相比上一代,搜索范围将扩大,可以减少迭代次数并加快算法收敛.快速收敛会提高算法的不稳定性,因此改进算法需要提供较多采样点以保证算法稳定性.根据式(6),式(10)也可以写成

$$p = \| C^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}) \|. \quad (13)$$

综合以上公式,可以总结出CM-MQHOA算法的采样点分布

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &\sim \mathbf{m} + pN(\mathbf{0}, C_{qho}) \sim \\ &\mathbf{m} + \| C^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}) \| N(\mathbf{0}, C_{qho}) \sim \\ &\mathbf{m} + \| BDB^T(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{old}) \| BN(\mathbf{0}, D^2). \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 改进MQHOA算法描述

算法1 CM-MQHOA算法描述.

输入: 样本数 λ , 评估点比例 α , 对应的权重向量 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_u)$, 收敛精度 σ_{crit} , 适应度函数 f ;

输出: 最优解 x^* .

$X \leftarrow \text{LHS}(\lambda)$

$u \leftarrow \alpha\lambda$

根据初始样本X生成协方差矩阵C

根据式(10)生成样本均值 \mathbf{m}_{old}

根据 $N(\mathbf{m}, C)$ 生成新样本 X'

repeat

 选取u个较好的点

 根据式(10)对 X' 生成样本均值 \mathbf{m}

 根据式(3)和(4)生成对角矩阵 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_u)$ 和旋转矩阵B

 根据式(12)生成新样本 X'

$\mathbf{m}_{old} \leftarrow \mathbf{m}$

until $\min(d_1, d_2, \dots, d_u) < \sigma_{crit}$

从 λ 个样本中选出对应适应度函数值最好的作

为 x^*

LHS(λ)为拉丁超立方体抽样(Latin hypercube sampling);初始根据适应度函数的可行域范围产生 λ 个随机点; ω 满足式(10),在实际工程应用中设置 $\omega \propto \ln \frac{u+1}{i}, i = 1, 2, \dots, u$. 为了保证算法鲁棒性,并且能在多峰函数中有更强的搜索能力,可以增大 λ 的值. 同时,对于单峰等简单问题可以适当减少 λ 的值或者设置 $\alpha = \frac{1}{4}$,这样将使算法快速收敛.

3 数值实验与分析

实验采用6个经典评测函数,前3个是多峰函数,

后3个是单峰函数,最优值均为0. 所有函数和算法均以python实现,版本为3.4.5,实验主机为MAC,处理器是2.9 GHz,酷睿i5, 8 GB RAM. 为了降低实验统计的错误率,每种测试重复运行30次.

3.1 与原算法对比

算法参数设置与文献[3]一致,即样本数120,边界为 $[-10, 10], \sigma_{crit} = 10^{-6}, \alpha = \frac{1}{4}$,初始中心点在定义域内随机选择. 最后汇总适应度函数迭代次数(NFFEes),并取平均值记录在表1,其中空白记录表示数值大于 10^6 ,即需要花费非常长的迭代时间.

表1 基于协方差的MQHOA与原算法NFFeE比较

函数名		维度								
		3	4	5	6	7	8	10	15	
Griewank ^[10]	原MQHOA	6 880	6 900	71 500	158 280					
	CM-MQHOA	1 840	2 960	3 480	510	6 560	7 540	9 020	12 360	
Rastrigrin ^[11]	原MQHOA	1 500	4 110	1 260	246 660	323 440	1 692 830			
	CM-MQHOA	2 460	2 700	352	4 720	5 620	9 840	18 220	22 760	
Levy ^[12]	原MQHOA	1 100	1 540	2 060	2 500	3 300	4 760	12 620		
	CM-MQHOA	2 020	2 520	3 140	3 700	4 680	5 540	8 040	12 840	
Zakharov ^[12]	原MQHOA	1 160	1 820	2 520	3 120	4 740	7 180	20 520		
	CM-MQHOA	1 800	2 240	2 740	3 200	4 120	4 600	7 020	12 360	
Sum Square ^[12]	原MQHOA	1 100	1 680	2 240	3 980	8 020	19 280	339 820		
	CM-MQHOA	1 820	2 240	2 620	2 400	3 840	4 640	7 240	13 940	
Sphere ^[11]	原MQHOA	1 060	1 460	1 860	2 260	2 850	3 500	6 320	100 160	
	CM-MQHOA	2 280	2 740	3 620	4 320	5 680	6 520	7 040	10 740	

由表1可知:CM-MQHOA迭代次数要远小于原MQHOA,尤其是在高维部分和复杂函数部分;而原MQHOA虽然在低维简单函数能够取得暂时的优势,但总体而言,算法的总迭代次数随着维度增长呈几何

增长,尤其对复杂多峰函数在维度较高情况下很难收敛. 对此,特用Griewank函数的比较来对这两个算法单独分析,如图4所示.

图4(a)中,由于原MQHOA的各维尺度不能动态调节,在未达到QHO收敛条件的情况下,尺度固定不变,故收敛情况呈阶梯走势. 当算法搜索到最优解附近时(图4(a)中迭代次数约为580 000),也因尺度较大无法收敛而使下次迭代过程错过最优解,而当算法搜索到最优解附近且尺度也很小时,收敛速度非常快(图4(a)最右端所示). 图4(b)中,函数各维度平滑收敛,CM-MQHOA使改进的QHO收敛过程快速定位最优解,图中可见在第1 000次迭代过程中基本锁定了最优解. 通过对比可知,CM-MQHOA能够解决原算法尺度不能动态调节的问题,加快了收敛速度.

3.2 与其他算法对比

为更好地评估本文算法,实验选择一些经典的优化算法作为对比. 这些算法分为进化和群智能两方面,有粒子群优化算法(PSO)^[11]、快速进化策略算法(FES)^[13]、人工蜂群算法(ABC)^[14]、差分进化算法(DE)^[15]. 这些算法对非线性多维空间有很好的搜索

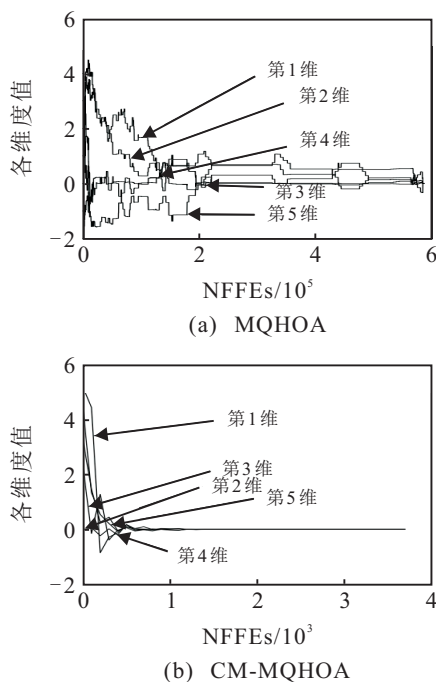


图4 两种算法对Griewank函数各维度收敛曲线比较

能力,其参数按对应文献设置,所有算法均设置样本数为 100,设置最大 NFFE 为 100 000. 分别求解 10、50 和 100 维问题,记录结果于表 2,其中最好结果用加粗

表示,并统计 30 次独立重复实验的方差. 此外,分别使用自由度为 9、49、99 的 t 双边检验来说明结果的有效性,显著性水平设为 0.05,用 † 标记统计有效性.

表 2 30 维函数的比较结果

函数	维数	CM-MQHOA		PSO		FES		ABC		DE	
		平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
Greiwank	10	6.14e-59 †	1.25e-59	6.48e-16†	2.18e-16	1.01e+02†	1.03e+02	6.93e-36†	2.20e-36	6.79e+00†	2.49e+00
	50	2.38e-37 †	3.17e-38	8.22e-09†	1.28e-09	8.46e+02	5.53e+02	1.05e-22†	6.72e-23	6.73e+00	4.49e+00
	100	7.21e-05 †	3.24e-05	2.53e-02†	1.52e-02	2.65e+03†	5.25e+02	2.52e-01†	5.31e-02	2.12e+01†	1.63e+01
Rastrigin	10	5.24e+00†	1.61e+00	5.01e+00 †	2.01e+00	7.04e+01†	4.97e+00	1.79e+01†	7.96e+00	1.68e+02†	1.07e+01
	50	1.41e+01 †	2.26e+00	2.41e+01†	1.01e+01	4.08e+02†	8.97e+01	4.97e+01†	7.96e+00	3.80e+02†	7.07e+01
	100	5.21e+00 †	1.73e+00	6.24e+01†	2.41e+01	3.63e+03	2.14e+03	2.52e+01†	8.24e+00	7.14e+02†	2.61e+02
Levy	10	1.22e-32 †	1.35e-32	2.64e-20	1.18e-20	5.86e+00†	2.15e+00	1.60e-32†	1.41e-32	6.41e-01†	1.06e-01
	50	1.35e-28†	3.63e-29	8.36e+00†	1.18e+00	3.86e+01†	2.15e+00	1.50e-30 †	1.41e-30	5.41e-01†	1.04e01
	100	1.35e-13†	5.12e-14	1.41e+01†	3.73e+00	1.41e+02†	8.21e+01	2.62e-16 †	1.41e-16	8.32e-01	7.52e-01
Zakharov	10	3.26e-55 †	4.10e-56	2.31e-01	1.03e-01	4.01e+02†	1.17e+01	1.82e-01†	5.10e-02	1.53e+01†	1.63e+01
	50	3.92e-32 †	4.10e-34	6.63e+01†	2.14e+01	1.02e+03†	3.13e+02	2.63e+01	2.10e+01	3.16e+01†	1.73e+01
	100	4.12e-12 †	7.12e-13	1.41e+02†	5.22e+01	5.31e+04†	2.23e+04	8.53e+01†	2.62e+01	6.32e+02	3.51e+02
Sum Square	10	3.23e-58 †	1.40e-58	8.54e-18†	2.03e-18	1.88e+00	1.34e+00	2.73e-56†	2.62e-57	3.64e+00†	6.23e-01
	50	1.15e-40 †	4.07e-41	2.12e-07†	4.03e-08	4.18e+01†	1.14e+01	4.84e-40†	1.77e-40	1.36e+02†	9.02e+01
	100	1.42e-08 †	4.12e-09	9.33e-01†	2.51e-01	2.53e+03	1.31e+03	6.61e-07†	2.52e-07	8.21e+02†	2.12e+02
Sphere	10	3.21e-58 †	1.40e-58	8.54e-18†	2.52e-18	1.88e+00†	1.32e+00	2.73e-56†	2.67e-57	3.46e+00†	9.02e-01
	50	5.14e-39 †	2.14e-39	1.83e-08†	2.12e-09	2.04e+00	8.23e-01	1.14e-31†	2.12e-32	1.21e+02†	2.27e+01
	100	2.63e-11 †	8.32e-12	2.41e-03†	1.12e-03	5.21e+00†	2.17e+00	3.11e-8†	1.83e-8	4.21e+03†	1.03e+03

由表 2 可知,与常用优化算法相比,CM-MQHOA 的优化结果比较好. 根据 6 个不同函数在 3 种维度下的测试,可见 CM-MQHOA 均达到收敛条件(满足固定收敛精度 10^{-6} 则认为收敛),其收敛的适应度值均非常接近 0. 与其他算法相比,10 维条件下,收敛精度超过除 PSO 外的其他算法;50 和 100 维条件下,收敛精度超过除 ABC 外的其他算法. 从函数性质来看,对比其他算法,CM-MQHOA 对单峰函数的求解效果优势更为明显. 此外,CM-MQHOA 在这 6 个函数上求解结果的标准差较小,说明其鲁棒性较强,比较稳定,尤其对多峰函数效果更加明显. 从纵向上看,在相同 NFFE 下,随着维度的增加,CM-MQHOA 的优化性能有所下降,但下降程度并不明显,得到的适应度值仍然很小.

统计这 5 种算法在 100 维的平均迭代时间,按照排名绘制成图 5.

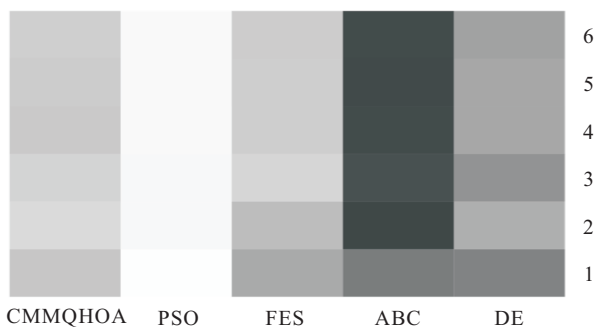


图 5 各算法时间消耗热力图

图 5 中,颜色越深代表所耗时间越多,可见 PSO 所消耗时间最少,但从表 2 可知其优化性能不如 ABC,而 ABC 相比于其他算法而言消耗时间最多. CM-MQHOA 的时间消耗与 FES 差不多,但 FES 的优化性能最差,而 CM-MQHOA 表现最优. 综合上述分析,CM-MQHOA 具有较好的寻优准确度和收敛速度.

4 结论

本文分析了 MQHOA 原理,并针对其不足提出了一种协方差的多尺度量子谐振子算法. 利用协方差矩阵和动态迭代步长等解决了原算法在 QHO 收敛和 M 收敛过程中存在的问题,使算法在各维度上能动态调节. 通过与原 MQHOA 算法的对比实验可知,CM-MQHOA 算法收敛速度更快,且适合处理高维问题. 将基于协方差矩阵的 MQHOA 算法与群体优化领域内经典算法作对比,实验结果表明 CM-MQHOA 算法在收敛精度、准确性、鲁棒性上的表现总体优于其他算法. 还有很多潜在的地方值得去挖掘和完善,以进一步提高 CM-MQHOA,比如智能调节迭代步长使得快速收敛的同时保持算法鲁棒性,这些将是今后的研究重点.

参考文献(References)

[1] 姜建国,周佳薇,郑迎春,等. 一种自适应细菌觅食优化算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2015, 42(1): 75-81.

- (Jiang J G, Zhou J W, Zheng Y C, et al. Adaptive bacterial foraging optimization algorithm[J]. J of Xidian University, 2015, 42(1): 75-81.)
- [2] Elsayed S M, Sarker R A, Essam D L. An improved self-adaptive differential evolution algorithm for optimization problems[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 89-99.
- [3] 王鹏, 黄焱, 任超, 等. 多尺度量子谐振子高维函数全局优化算法[J]. 电子学报, 2013, 41(12): 2468-2473. (Wang P, Huang Y, Ren C, et al. Multi-Scale quantum harmonic oscillator for high-dimensional function global optimization algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(12): 2468-2473.)
- [4] 王鹏, 黄焱. 多尺度量子谐振子优化算法物理模型[J]. 计算机科学与探索, 2015, 9(10): 1271-1280. (Wang P, Huang Y. Physical model of multi-scale quantum harmonic oscillator optimization algorithm[J]. J of Frontiers of Computer Science and Technology, 2015, 9(10): 1271-1280.)
- [5] 燕京京, 王鹏, 范家兵, 等. 基于量子谐振子模型的聚类中心选取算法[J]. 电子学报, 2016, 44(2): 405-412. (Yan J J, Wang P, Fan J B, et al. Clustering center selecting algorithm based on quantum harmonic oscillator model[J]. Chinese J of Electronics, 2016, 44(2): 405-412.)
- [6] 陆志君, 安俊秀, 王鹏. 基于划分的多尺度量子谐振子算法多峰优化[J]. 自动化学报, 2016, 42(2): 235-245. (Lu Z J, An J X, Wang P. Partition-based Mqhoa for Multimodal Optimization[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(2): 235-245.)
- [7] 王鹏, 黄焱, 安俊秀, 等. 多尺度量子谐振子算法在组合优化问题中的性能分析[J]. 电子科技大学学报, 2016, 45(3): 470-474. (Wang P, Huang Y, An J X, et al. Performance analysis of multi-scale quantum harmonic oscillator global optimization algorithm in combinatorial optimization problems[J]. J of University of Electronic Science and Technology of China, 2016, 45(3): 470-474.)
- [8] 秦永波, 王鹏, 肖黎彬, 等. 量子谐振子蚁群算法[J]. 计算机应用, 2011, 31(A2): 54-69. (Qin Y B, Wang P, Xiao L B, et al. Ant colony optimization of quantum harmonic oscillators[J]. J of Computer Applications, 2011, 31(A2): 54-69.)
- [9] Hauschild M, Pelikan M. An introduction and survey of estimation of distribution algorithms[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2011, 1(3): 111-128.
- [10] Zhu L, Deb K, Kulkarni S. Multi-scenario optimization using multi-criterion methods: A case study on Byzantine agreement problem[C]. Evolutionary Computation. Beijing: IEEE, 2014: 2601-2608.
- [11] Liang J J, Qin A K, Suganthan P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.
- [12] Sabat S L, Ali L, Udgata S K. Integrated learning particle swarm optimizer for global optimization[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(1): 574-584.
- [13] Beyer H G, Schwefel H P. Evolution strategies — A comprehensive introduction[J]. Natural Computing, 2002, 1(1): 3-52.
- [14] Seeley T D, Visscher P K, Schlegel T, et al. Stop signals provide cross inhibition in collective decision-making by honeybee swarms[J]. Science, 2012, 335(6064): 108-111.
- [15] Civicioglu P, Besdok E. A conceptual comparison of the Cuckoo-search, particle swarm optimization, differential evolution and artificial bee colony algorithms[J]. Artificial Intelligence Review, 2013, 39(4): 315-346.

(责任编辑: 齐 霁)

下 期 要 目

- 决策距离修正下的弱决策证据合成方法 赵 洁, 等
- 具有强解释性的贝叶斯MA型模糊系统 顾晓清, 等
- 基于变结构模型参考自适应的双绕组永磁容错电机转子位置估计算法 白洪芬, 等
- 基于RLS和EKF算法的全钒液流电池SOC估计 邱 亚, 等
- 基于认知差异的多机器人协同信息趋向烟羽源搜索方法 宋 程, 等
- 基于LMI的一体化鲁棒主动容错控制器设计 刘 聪, 等
- 一种基于密度的局部搜索NSGA2算法 栗三一, 等
- 基于参数依赖动态输出反馈鲁棒MPC的混沌系统同步 姜 伟, 等
- 箱粒子PHD演化网络群目标跟踪算法 宋骊平, 等
- 采用卡方检验的模糊自适应无迹卡尔曼滤波组合导航算法 杨 春, 等