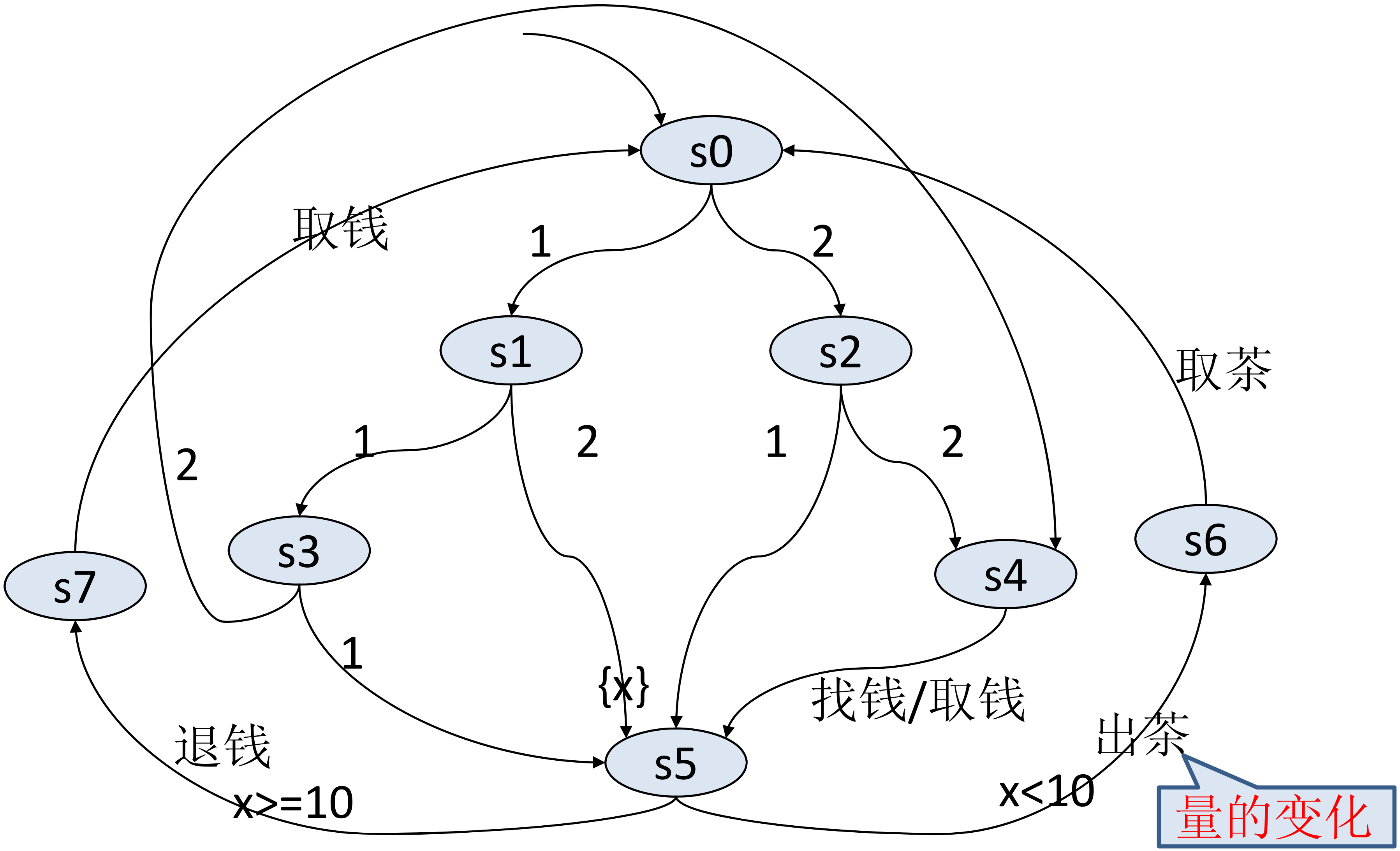
时间迁移系统

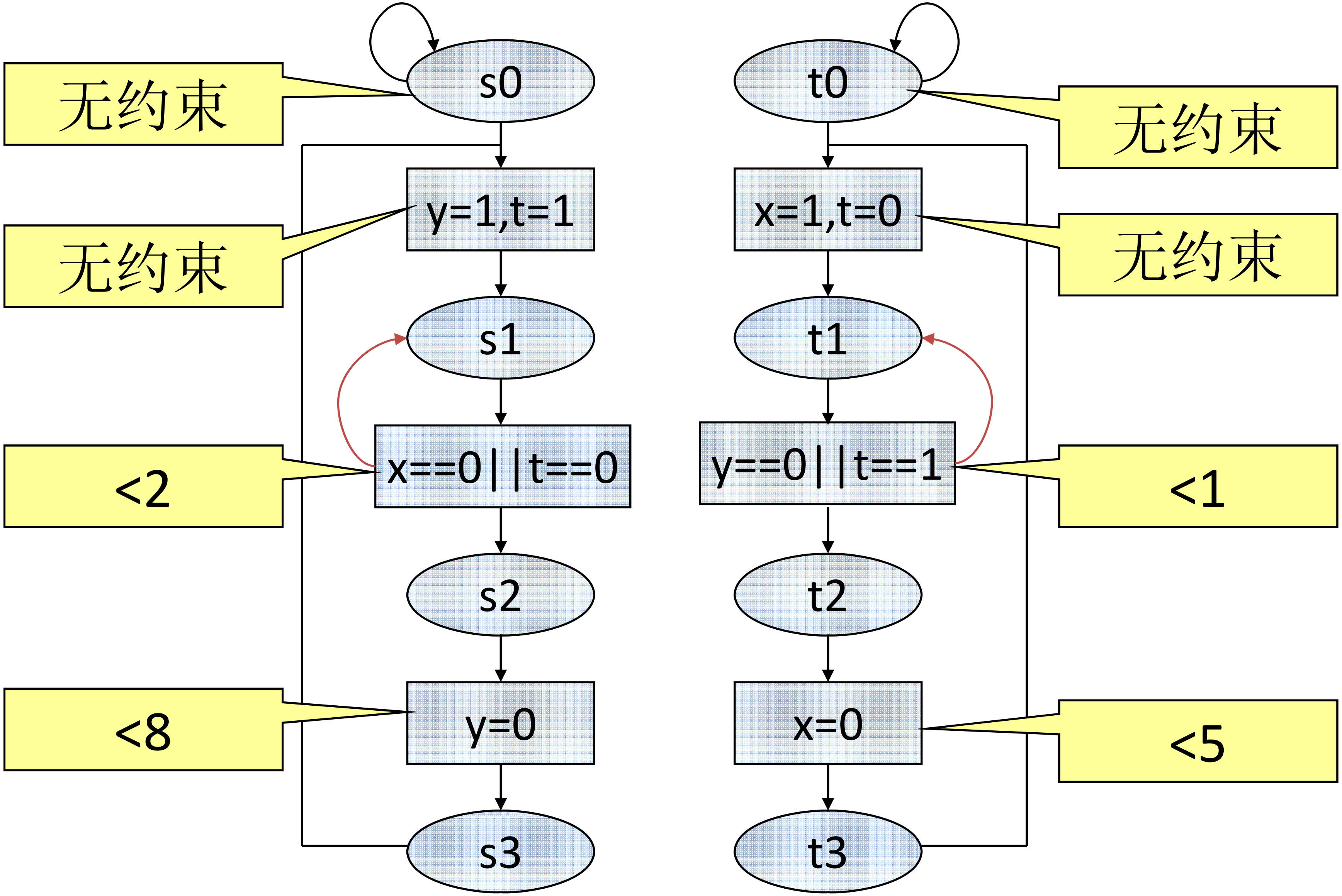
中国科学院软件研究所
张文辉
http://lcs.ios.ac.cn/~zwh/pv

自动售茶机



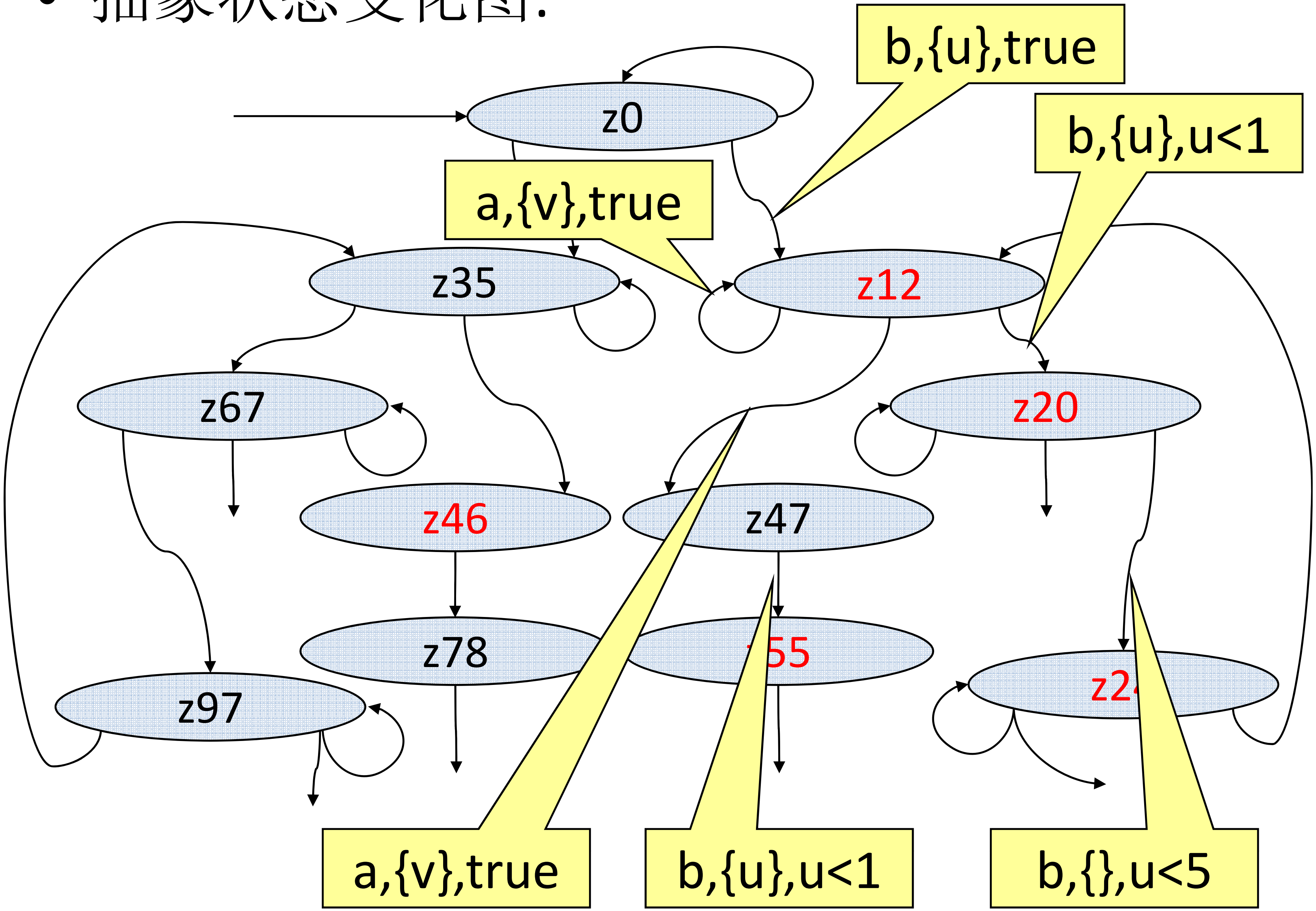
时间迁移系统

系统运行过程描述：例子



无约束
s0
t0
无约束
无约束
y=1,t=1
x=1,t=0
无约束
s1
t1
<2
x==0||t==0
y==0||t==1
<1
s2
t2
<8
y=0
x=0
<5
s3
t3

- 抽象状态变化图:


b,{u},true
b,{u},u<1
z0
a,{v},true
z35
z12
z67
z20
z46
z47
z78
z97
a,{v},true
b,{u},u<1
b,{},u<5

时间变化

5.0	5.1	5.7	5.9	10.4
b	a	a	b	b
z0 → z12	→ z12	→ z12	→ z20	→ z24

u=5.0,u=0.1 u=0.7 u=0.9 u=4.5

u=0.0,u=0.1 u=0.7 u=0.0 u=4.5

v=5.0 v=5.1 v=0.6 v=0.2 v=4.7

v=5.0 v=0.0 v=0.0 v=0.2 v=4.7

时间迁移系统

• 动作信息	符号
• 系统状态	抽象状态
• 时钟变量	变量集合
• 状态变化	五元组
• 初始状态	状态集合

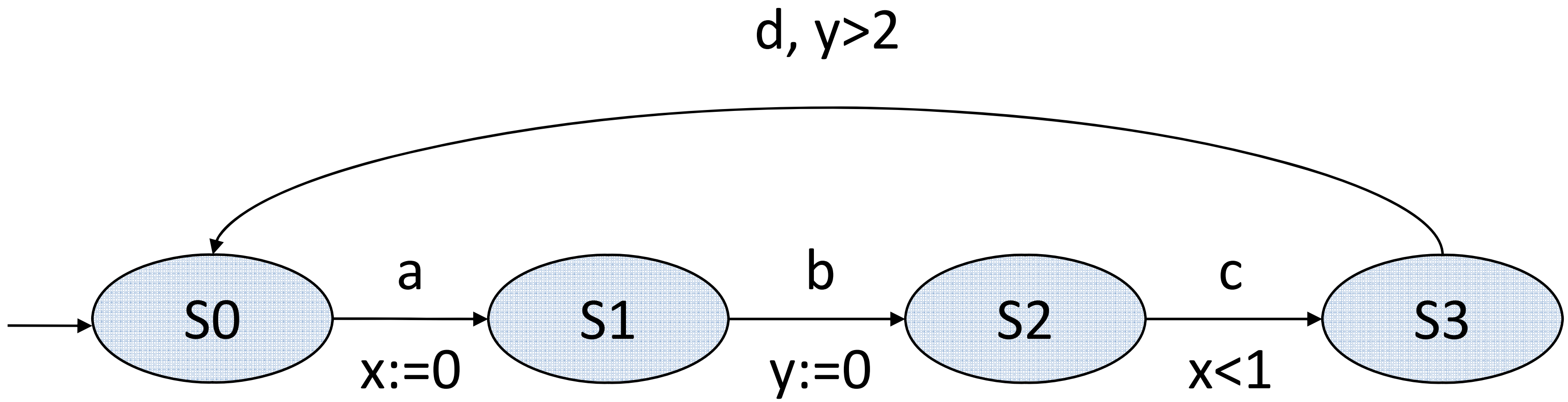
时间迁移系统

时间迁移系统：例子

- 标号集合： { a, b }
- 状态集合： { z0, z1, z2, z3, … }
- 时钟变量集合： { u, v }
- 迁移关系： { (z0,a,{v},true,z12), … }
- 初始状态集： { z0 }

时钟变量相关公式

时间迁移系统：例子



时间迁移系统：例子

$A = \langle \Sigma, S, \Delta, I \rangle$ 其中

$\Sigma = \{a, b, c, d\}$ 。

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。

$\Delta = \{$

$(s_0, a, \{x\}, true, s_1)$, $(s_2, c, \{\}, x < 1, s_3)$,

$(s_1, b, \{y\}, true, s_2)$, $(s_3, d, \{\}, y > 2, s_0)$

$\}$ 。

$I = \{s_0\}$ 。

时间迁移系统：运行

给定一个时间字符串

$$(a, 2) \to (b, 2.7) \to (c, 2.8) \to (d, 5) \cdots\cdots$$

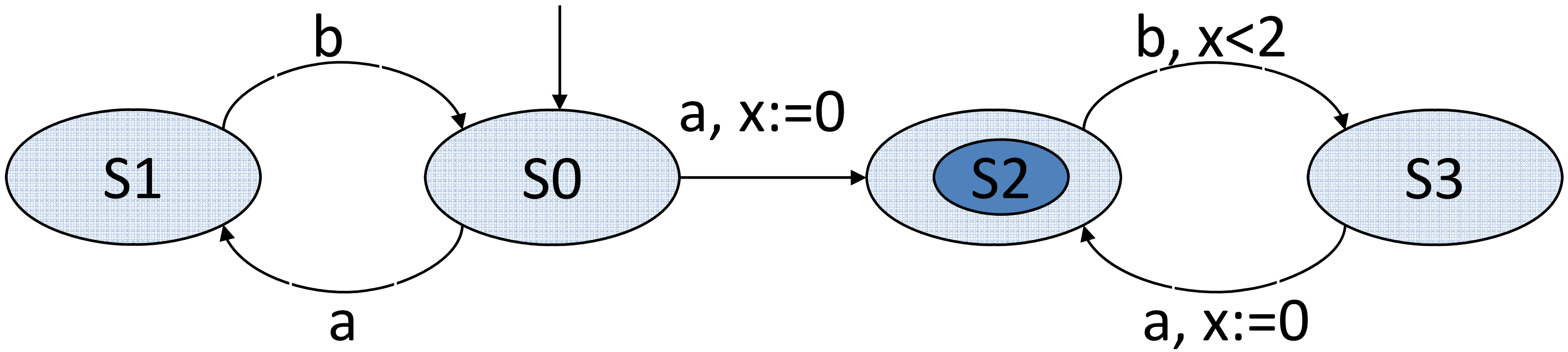
其运行为

$$\begin{aligned}
&(s_0, [0, 0]) \xrightarrow{a,2} \\
&(s_1, [0, 2]) \xrightarrow{b,2.7} \\
&(s_2, [0.7, 0]) \xrightarrow{c,2.8} \\
&(s_3, [0.8, 0.1]) \xrightarrow{d,5} \\
&(s_0, [3, 2.3]) \cdots\cdots
\end{aligned}$$

迁移系统的运行集合上的时间字符串为

$$\{((abcd)^\omega, \tau) \mid \forall j.((\tau_{4j+3} < \tau_{4j+1} + 1) \wedge (\tau_{4j+4} > \tau_{4j+2} + 2))\}$$

时间Buchi自动机1



时间Buchi自动机1

$A = \langle \Sigma, S, \Delta, I, F \rangle$ 其中

$\Sigma = \{a, b\}$ 。

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。

$$
\begin{aligned}
\Delta = \{ \\
& (s_0, a, \{\}, true, s_1),\ (s_0, a, \{x\}, true, s_2), \\
& (s_1, b, \{\}, true, s_0),\ (s_2, b, \{\}, x < 2, s_3), \\
& (s_3, a, \{x\}, true, s_2) \\
\}
\end{aligned}
$$
。

$I = \{s_0\}$ 。

时间Buchi自动机1：运行/语言

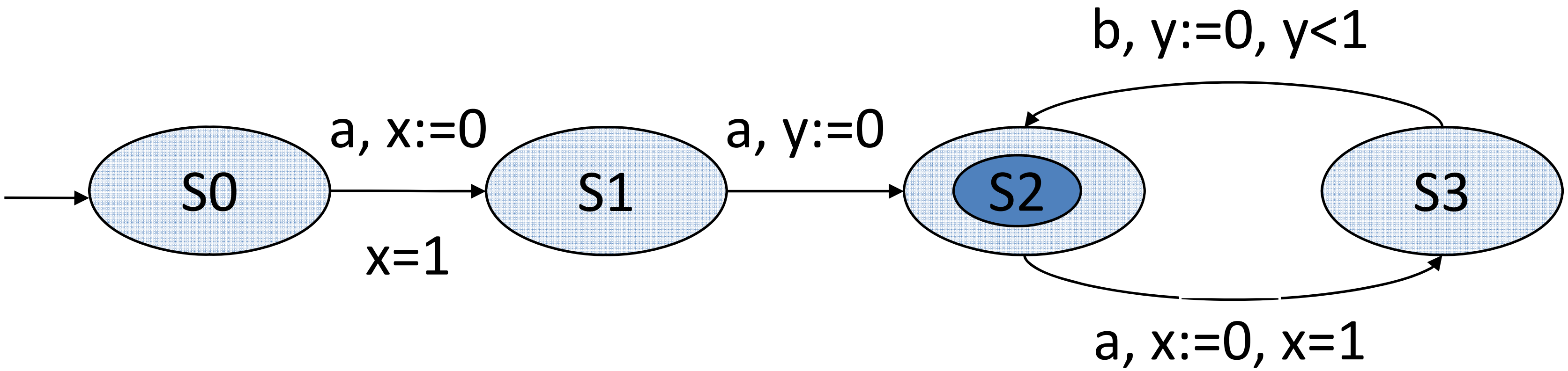
其运行的集合上的时间字符串为

$$\{(((ab)^\omega, \tau)) \mid \forall j.(\tau_j < \tau_{j+1})\}$$

其语言为

$$\{(((ab)^\omega, \tau) \mid \exists i.\forall j \geq i.(\tau_{2j} < \tau_{2j-1} + 2)\}$$

时间Buchi自动机2



时间Buchi自动机2

$A = \langle \Sigma, S, \Delta, I, F \rangle$ 其中

$\Sigma = \{a, b\}$ 。

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。

$$
\begin{aligned}
\Delta = \{ & \\
& (s_0, a, \{x\}, x = 1, s_1),\ (s_2, a, \{x\}, x = 1, s_3), \\
& (s_1, b, \{y\}, true, s_2), \quad (s_3, b, \{y\}, y < 1, s_2) \\
& \}
\end{aligned}
$$
。

$I = \{s_0\}$ 。

$F = \{s_2\}$ 。

时间Buchi自动机2：运行/语言

其运行的集合上的时间字符串与其语言为

$$\{((ab)^{\omega}, \tau) \mid \forall j.((\tau_{2j-1} = j) \wedge (\tau_{2j} - \tau_{2j-1} > \tau_{2j+2} - \tau_{2j+1}))\}$$

其一个句子为

$$(a, 1) \rightarrow (b, 1.5) \rightarrow (a, 2) \rightarrow (b, 2.25) \rightarrow (a, 3) \rightarrow (b, 3.125) \rightarrow \cdots$$

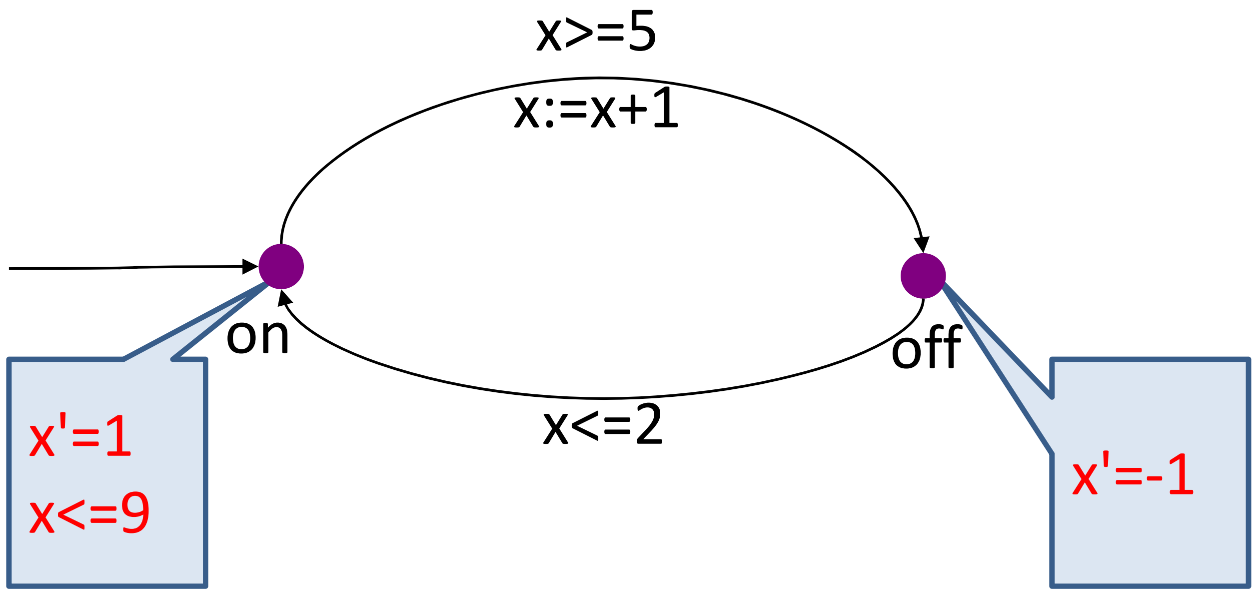
其一个性质为

$$\lim_{j \rightarrow \inf} (\tau_{j+2} - \tau_j) = 1$$

混成迁移系统/混成自动机

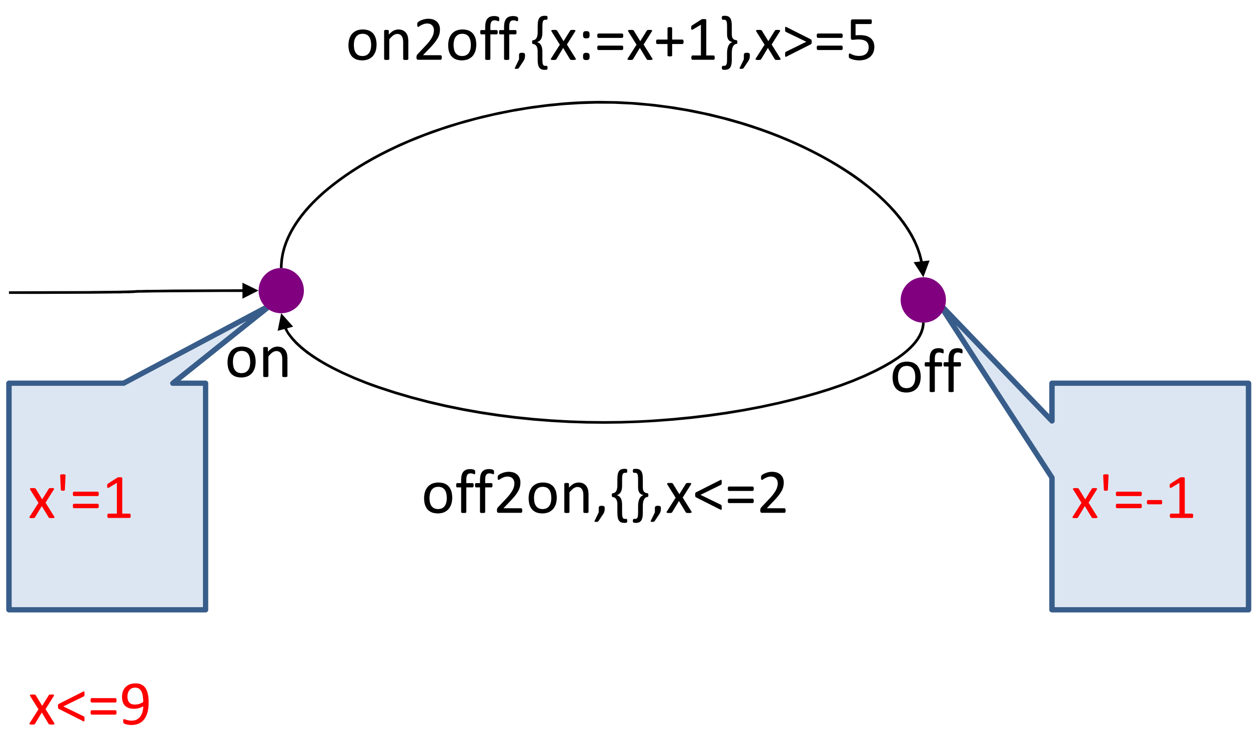
混成迁移系统/混成自动机

- 水箱



混成迁移系统/混成自动机

- 水箱



混成迁移系统/混成自动机

• 动作信息	符号
• 系统状态	抽象状态
• 变量状态	变量集合
• 状态变化	五元组
• 初始状态	混合状态集合

→ 混成自动机

混成自动机

$A = \langle \Sigma, S, X, \Delta, I, flow \rangle$ 其中

$\Sigma = \{on, off\}$ 。

$S = \{on2off, off2on\}$ 。

$X = \{x\}$ 。

$$\Delta = \{ \quad (on, on2off, \{x := x + 1\}, x \geq 5, off), \\ (off, off2on, \{\}, x \leq 2, on) \\ \}$$ 。

$I = \{(on, [0.0])\}$ 。

$flow:$

$$flow(on) = (x' = 1)$$

$$flow(off) = (x' = -1)$$

混成自动机

给定一个时间字符串（行不通）

$$(on2off, 2) \rightarrow (off2on, 2.7) \rightarrow (on2off, 2.8) \rightarrow (off2on, 5) \cdots\cdots$$

给定一个时间字符串

$$(on2off, 5) \rightarrow (off2on, 10) \rightarrow (on2off, 15) \rightarrow (off2on, 20) \cdots\cdots$$

其运行为 $(on, [0]) \xrightarrow{on2off, 5}$

$(off, [6]) \xrightarrow{off2on, 10}$

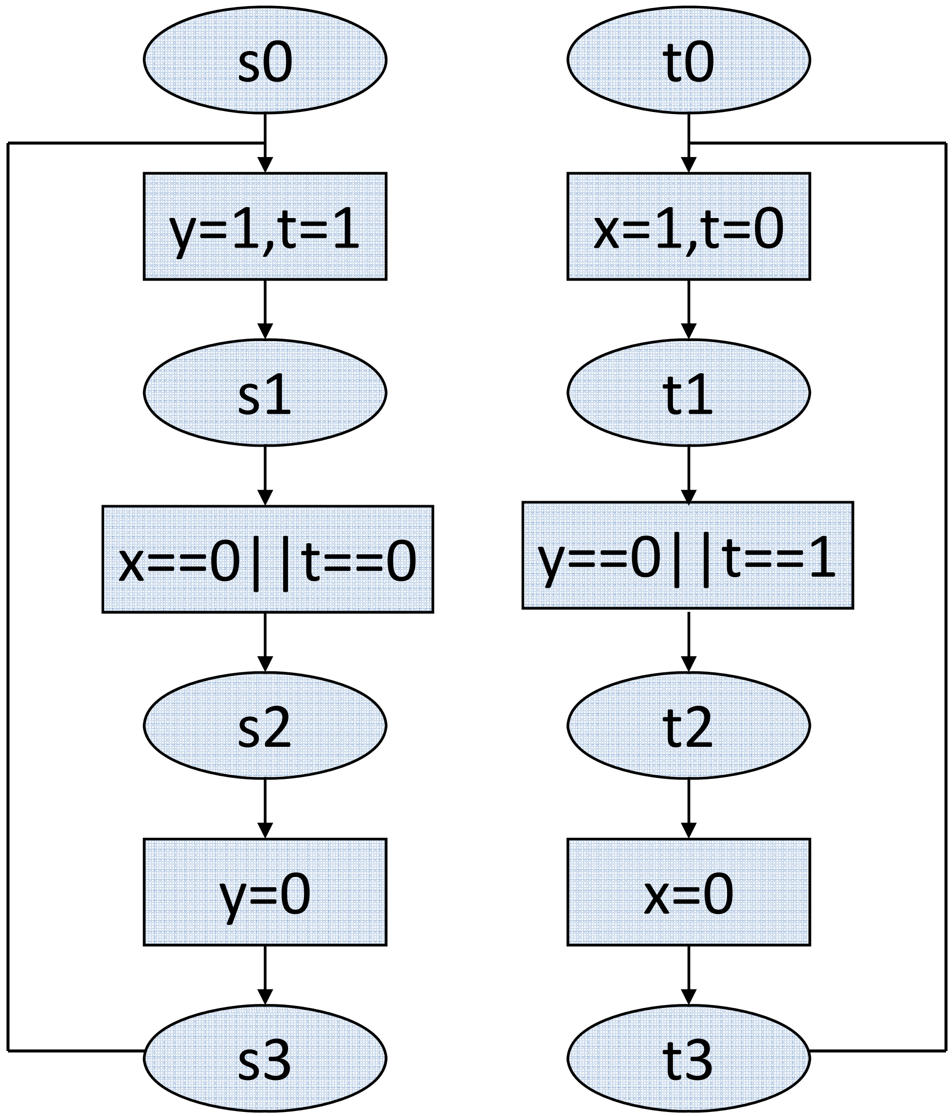
$(on, [1]) \xrightarrow{on2off, 15}$

$(off, [7]) \xrightarrow{off2on, 20}$

$(on, [2]) \cdots\cdots$

Petri网

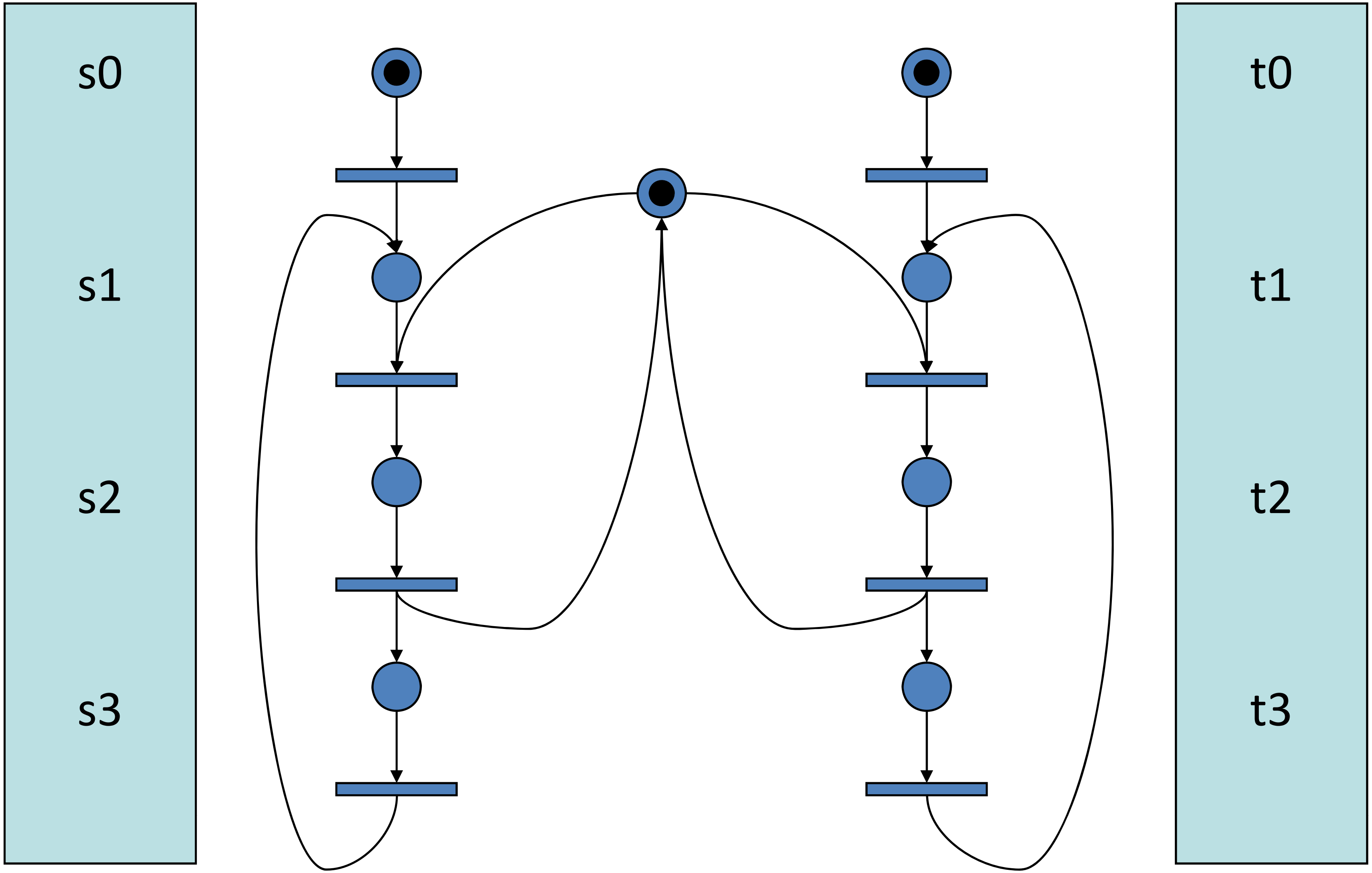
系统运行过程描述：例子



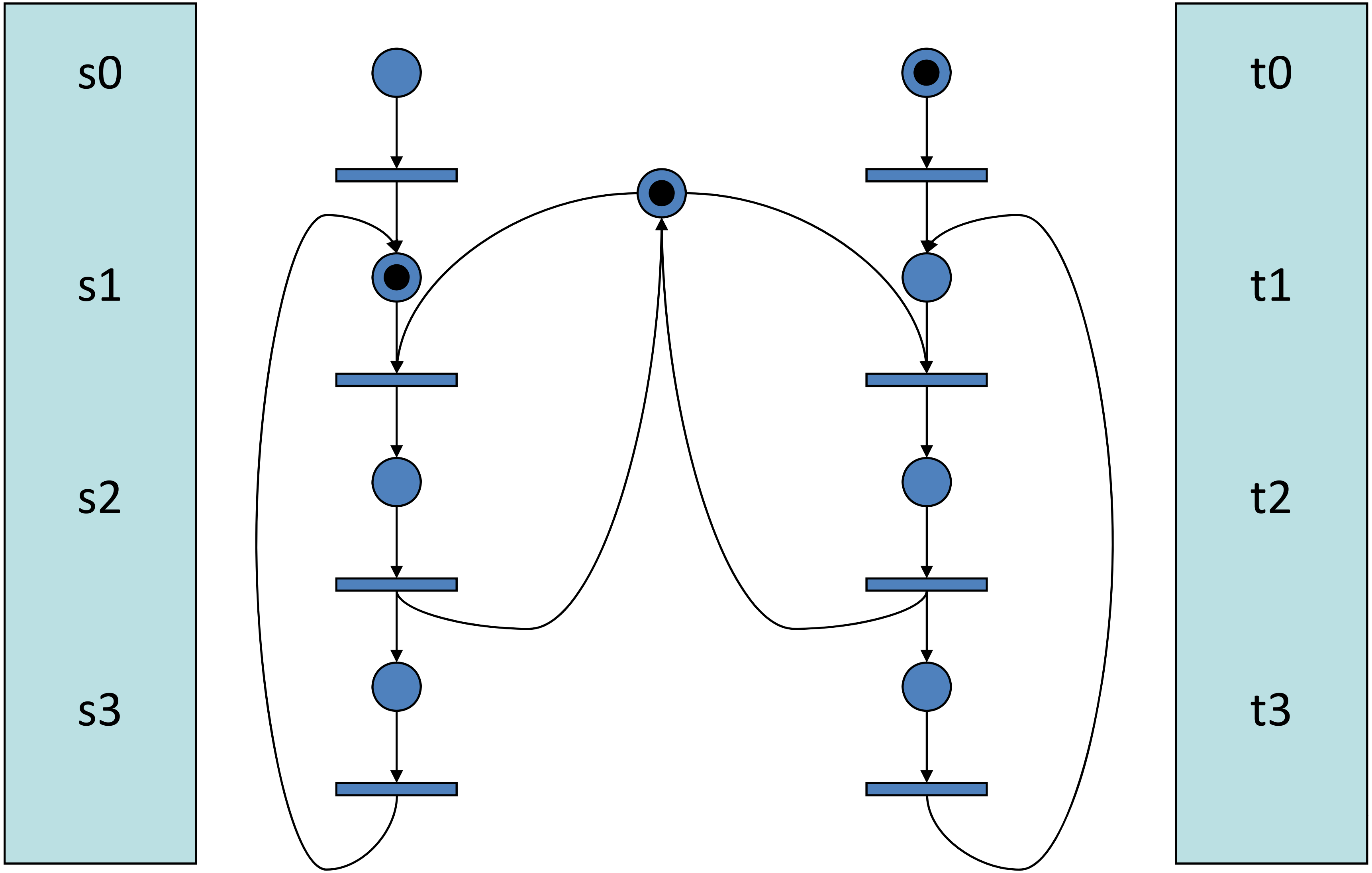
初始状态

s0
t0
x=0
y=0
t=0

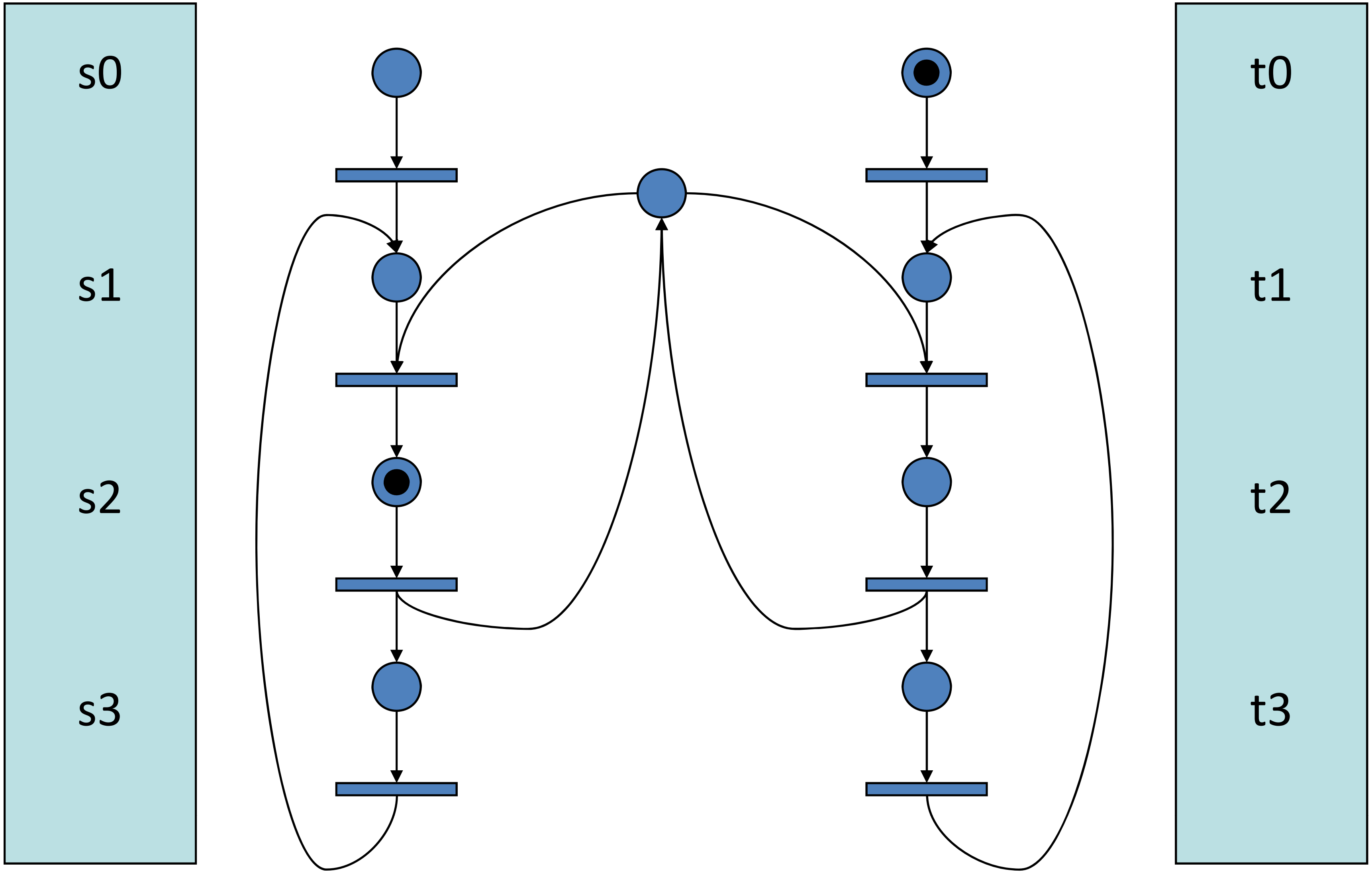
系统资源模型



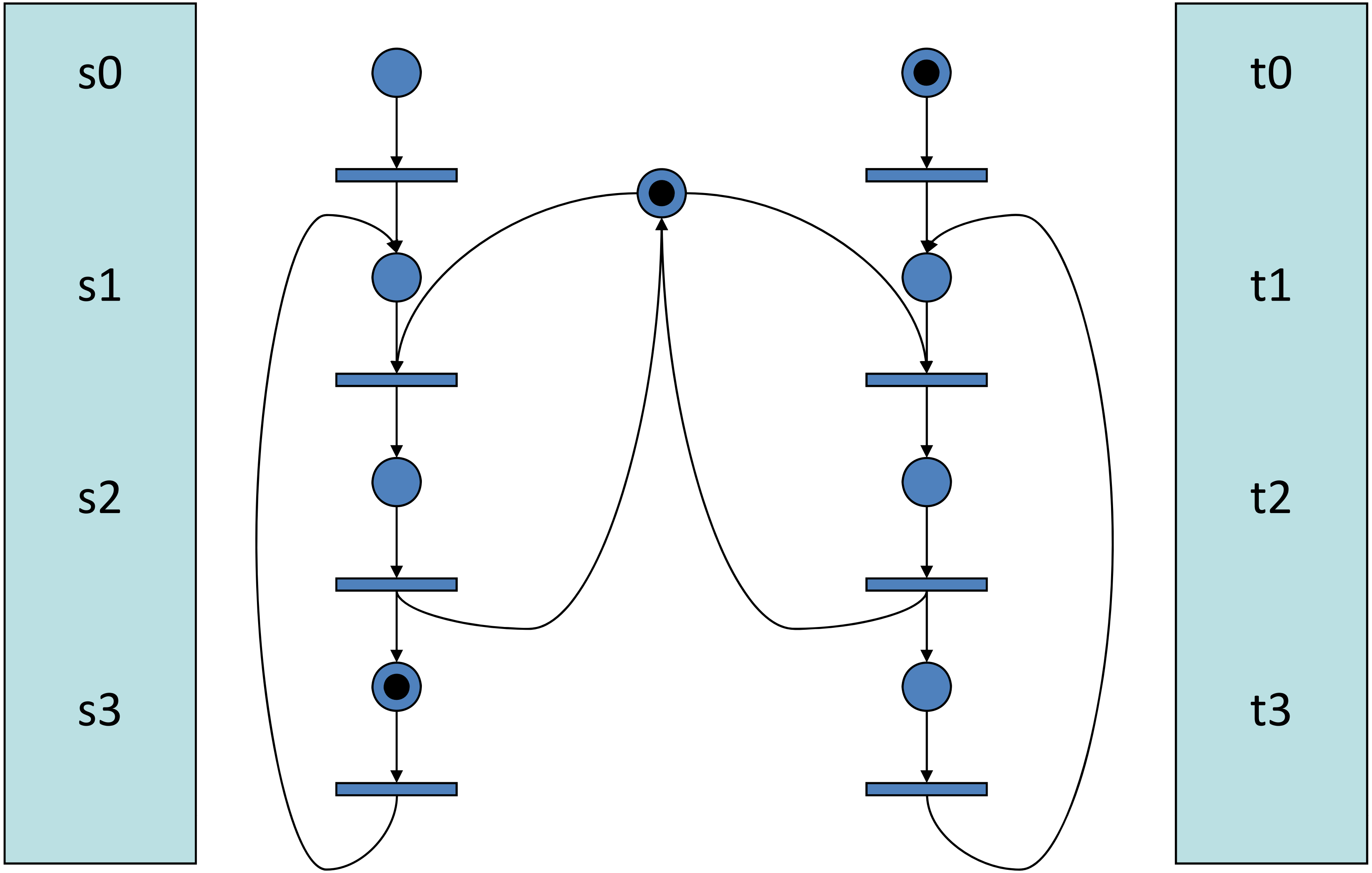
系统资源模型



系统资源模型



系统资源模型

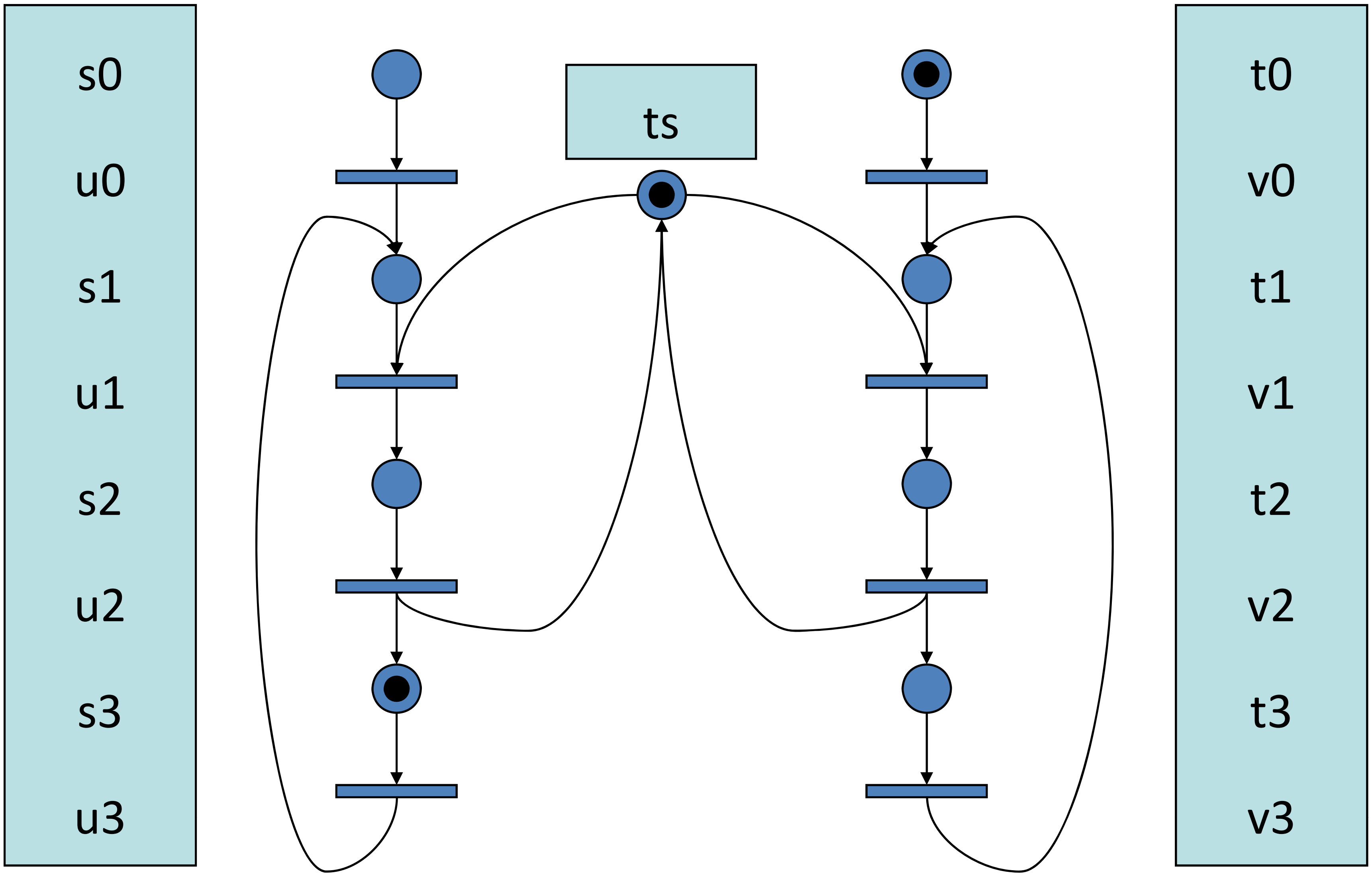


Petri网

• 位置	抽象元素
• 迁移	抽象元素
• 状态变化描述	边（两种）
• 初始状态	位置标号

Petri网

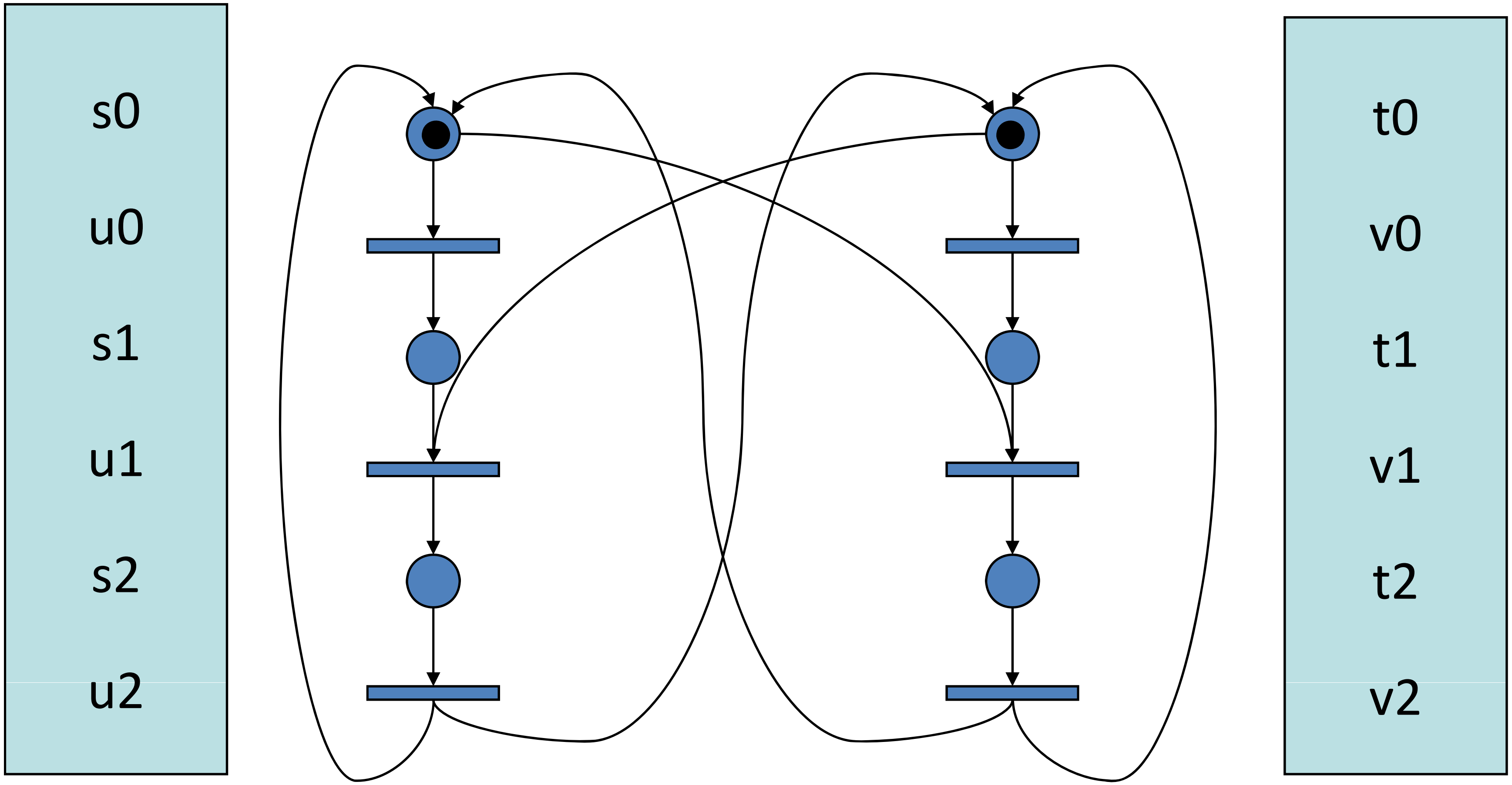
系统资源模型



Petri网：例子

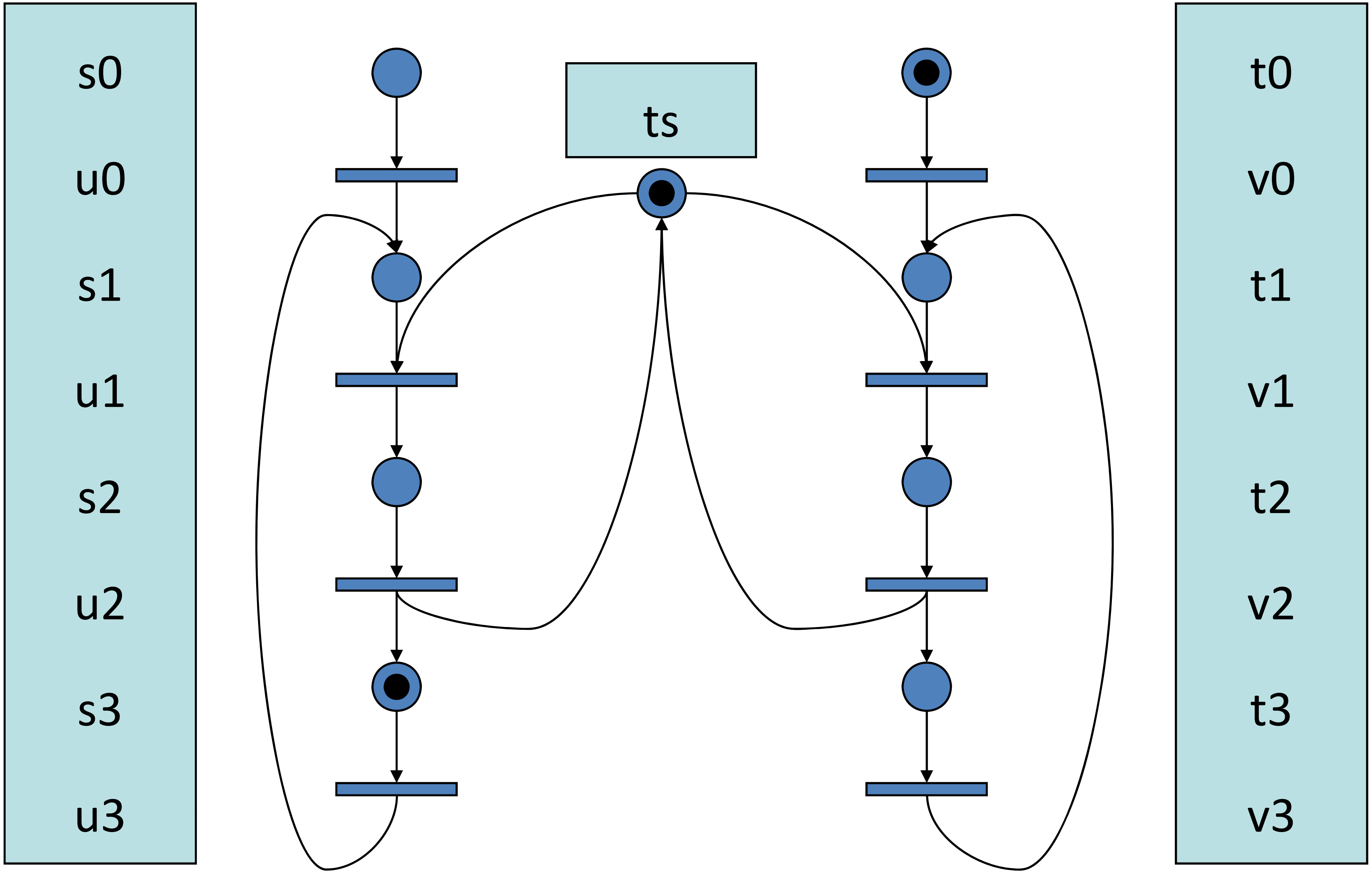
- 位置集合： { s0,...,s3,t0,...,t3, ts }
- 迁移集合： { u0,...,u3,v0,...,v3 }
- 边的集合： { (s0,u0),(u0,s1),(s1,u1),(ts,u1),...}
- 初始状态： M: M(s0)=1,M(s1)=0,M(s2)=0,...

有问题的系统资源模型

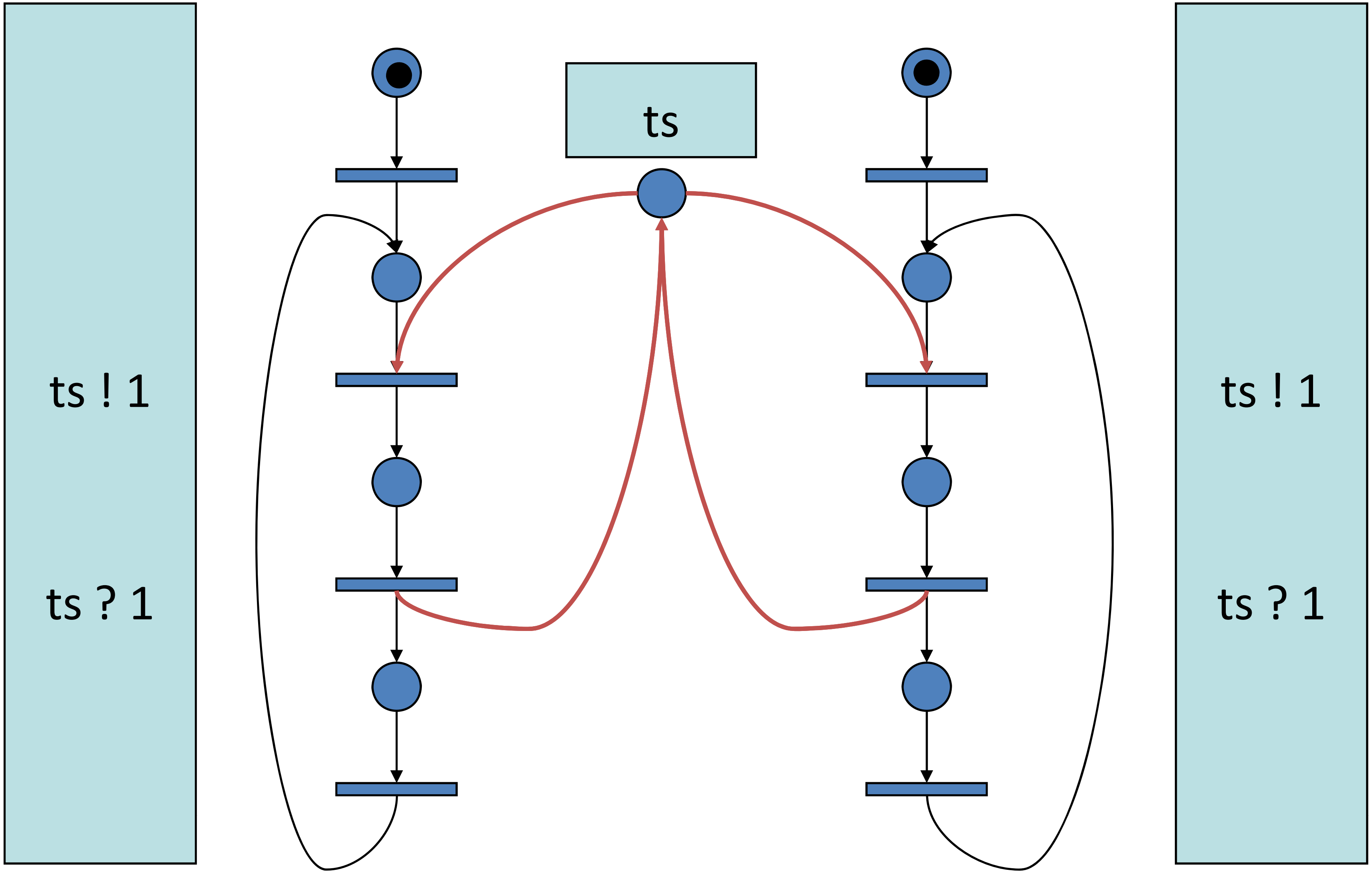


通信系统

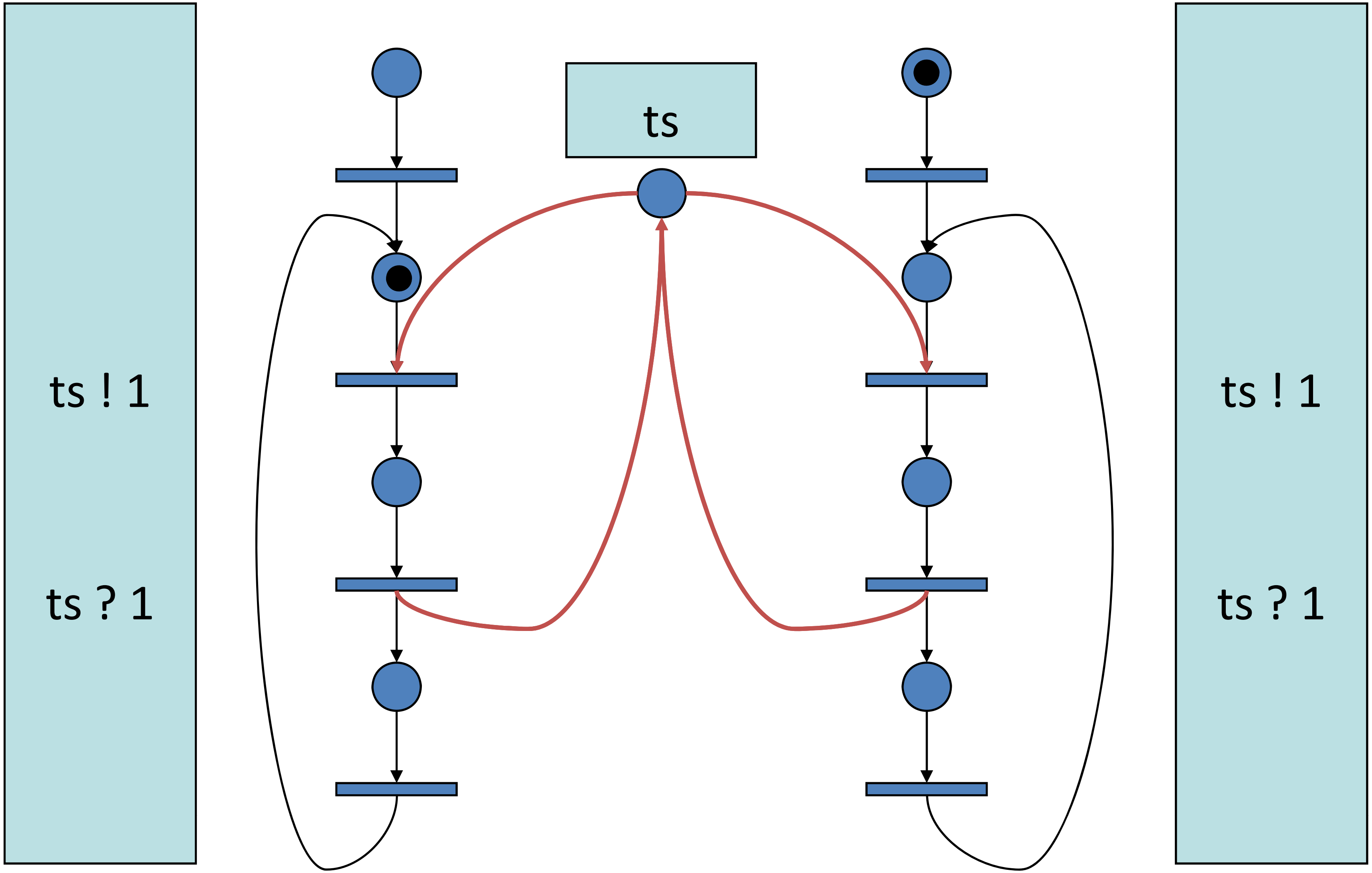
系统资源模型



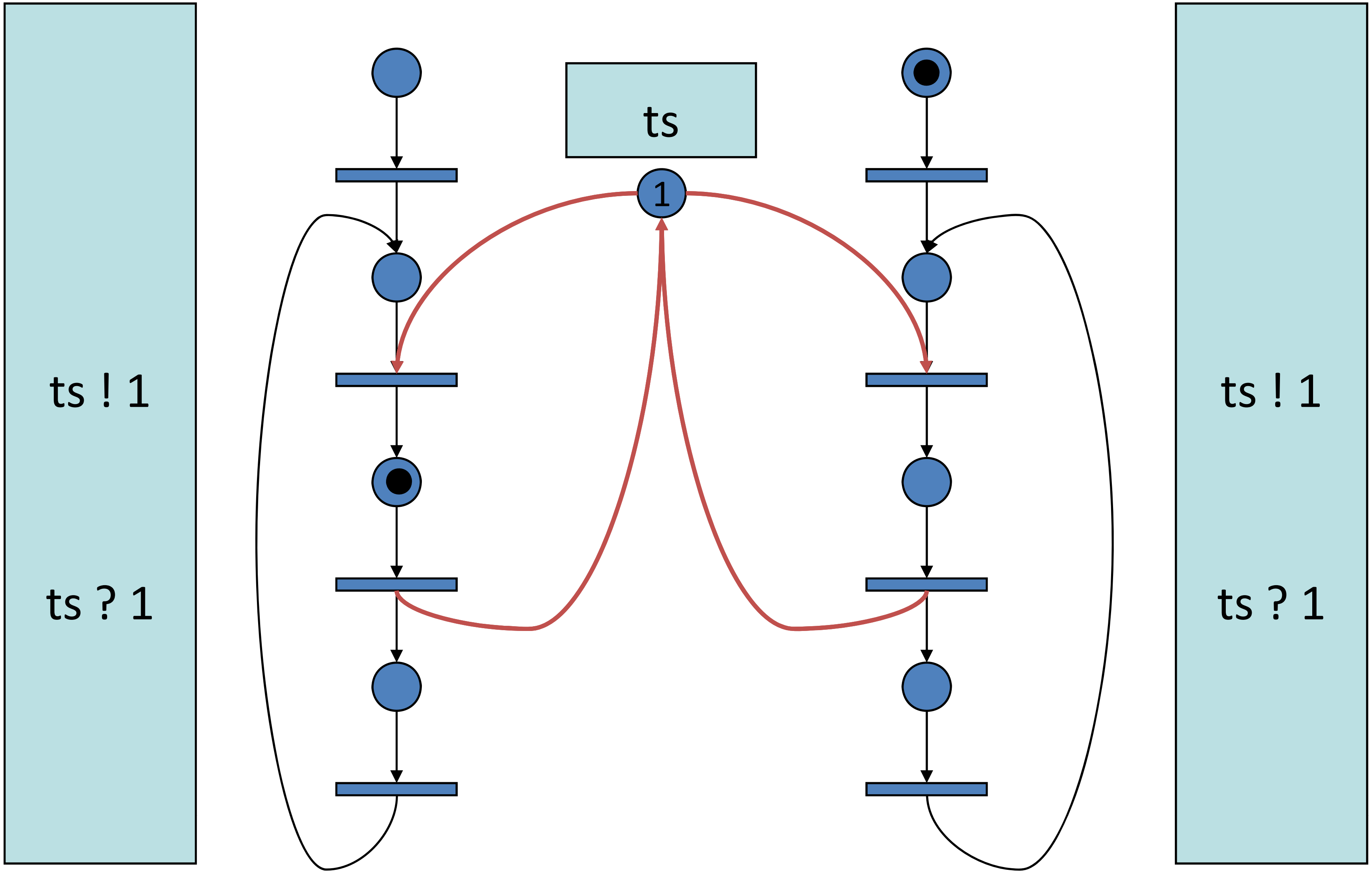
系统资源模型



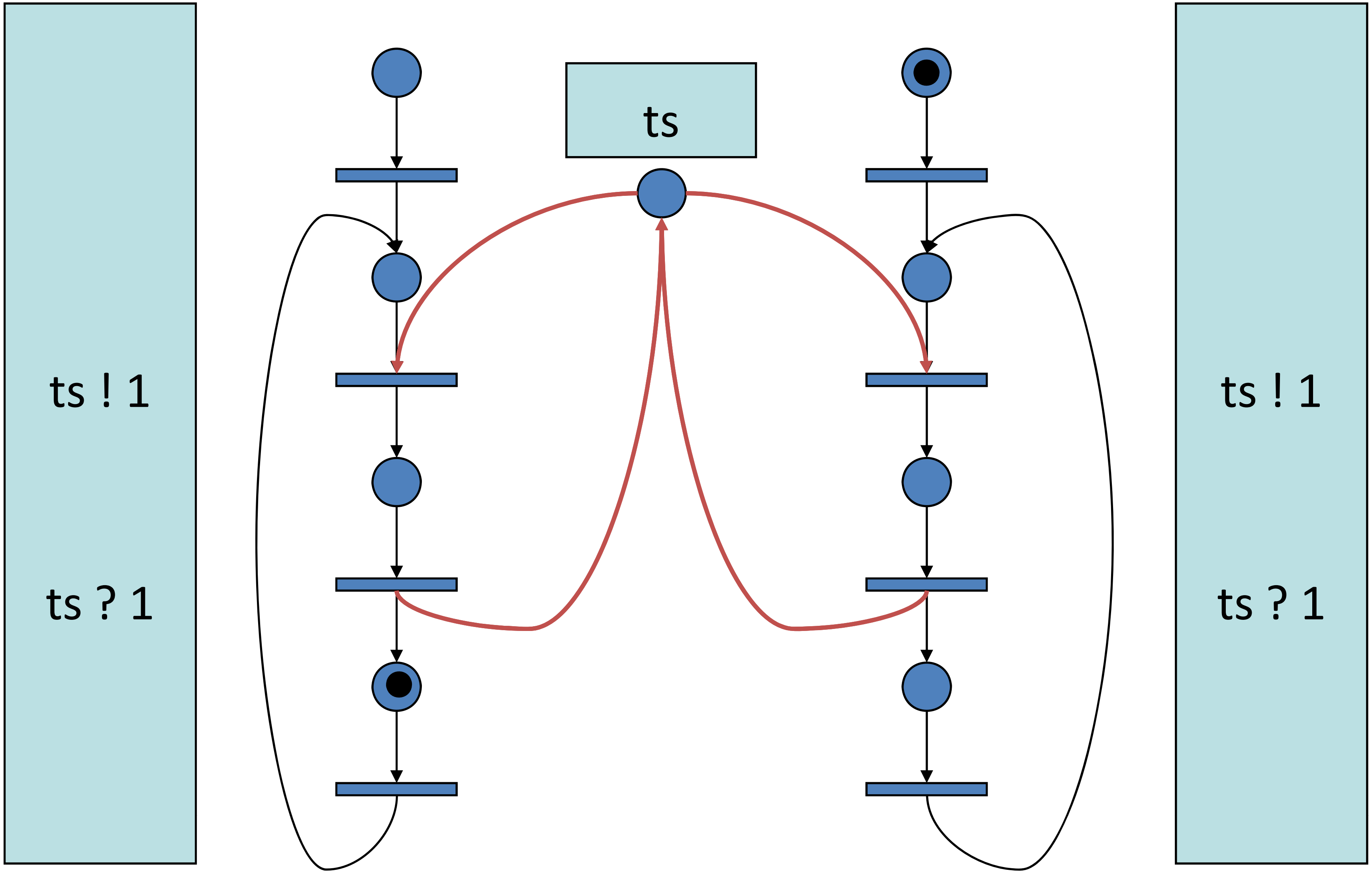
系统资源模型



系统资源模型



系统资源模型

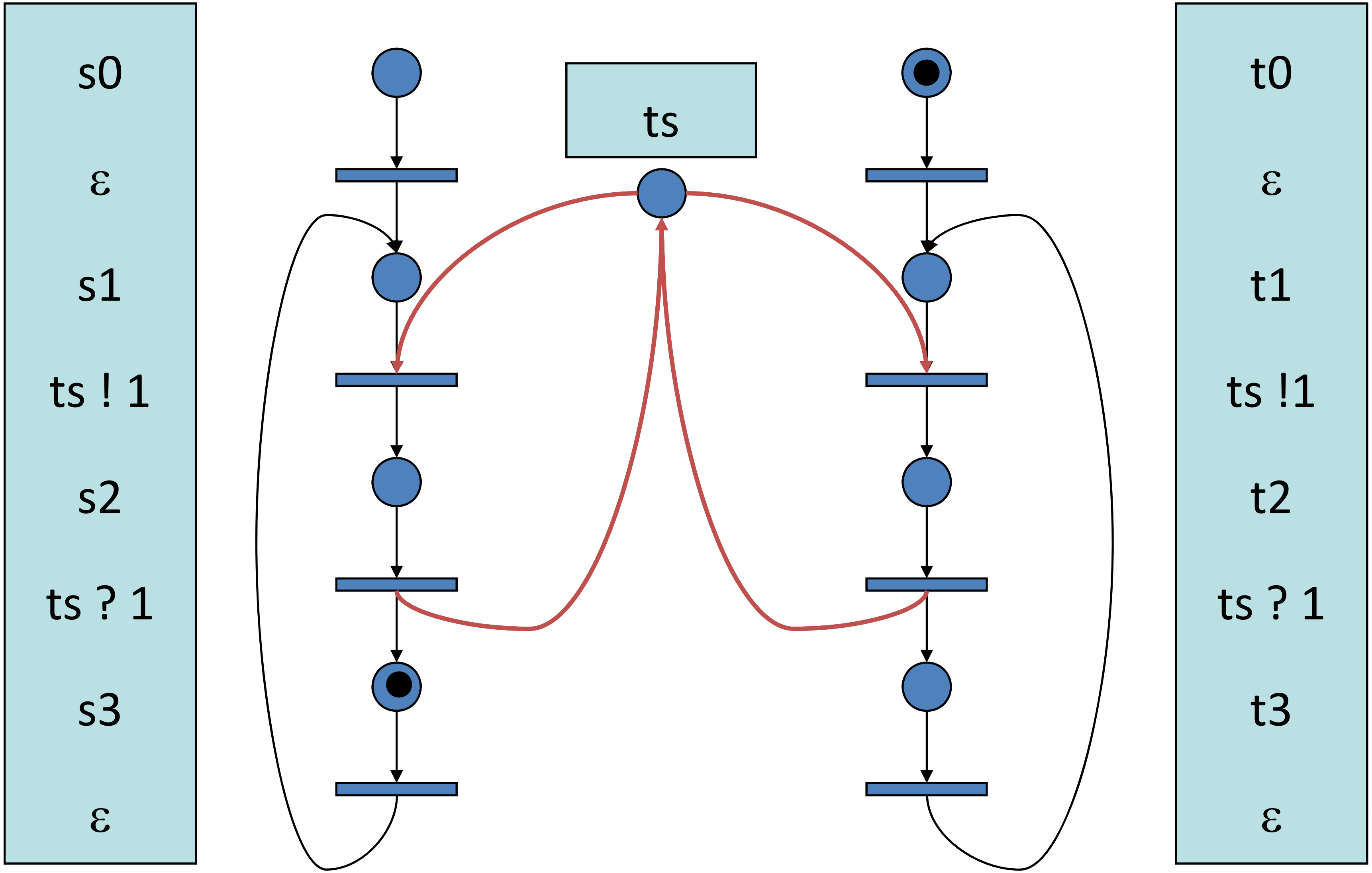


通信系统

• 状态	抽象状态
• 通道	二元组
• 状态变化	三元组
• 初始状态	给定状态

通信系统

系统资源模型

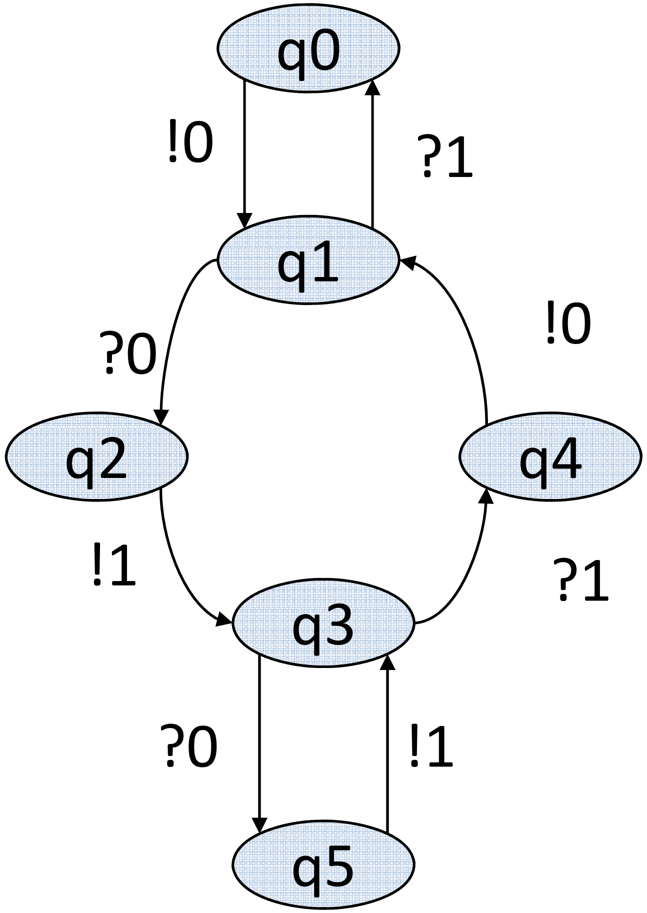


通信单元：例子

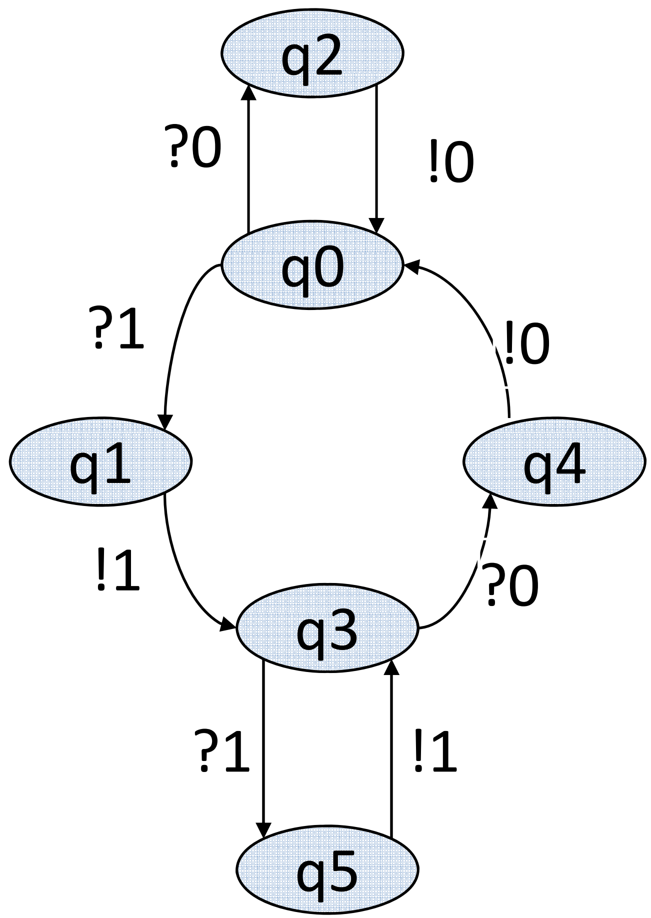
- 状态集合：{ s0,…,s3 }
- 通道集合：{ ts:<{0,1},1>}
- 迁移关系：{ (s0,ε,s1),(s1,ts?1,s2),… }
- 初始状态：s0

通信系统：通信单元的组合

通信系统：例子

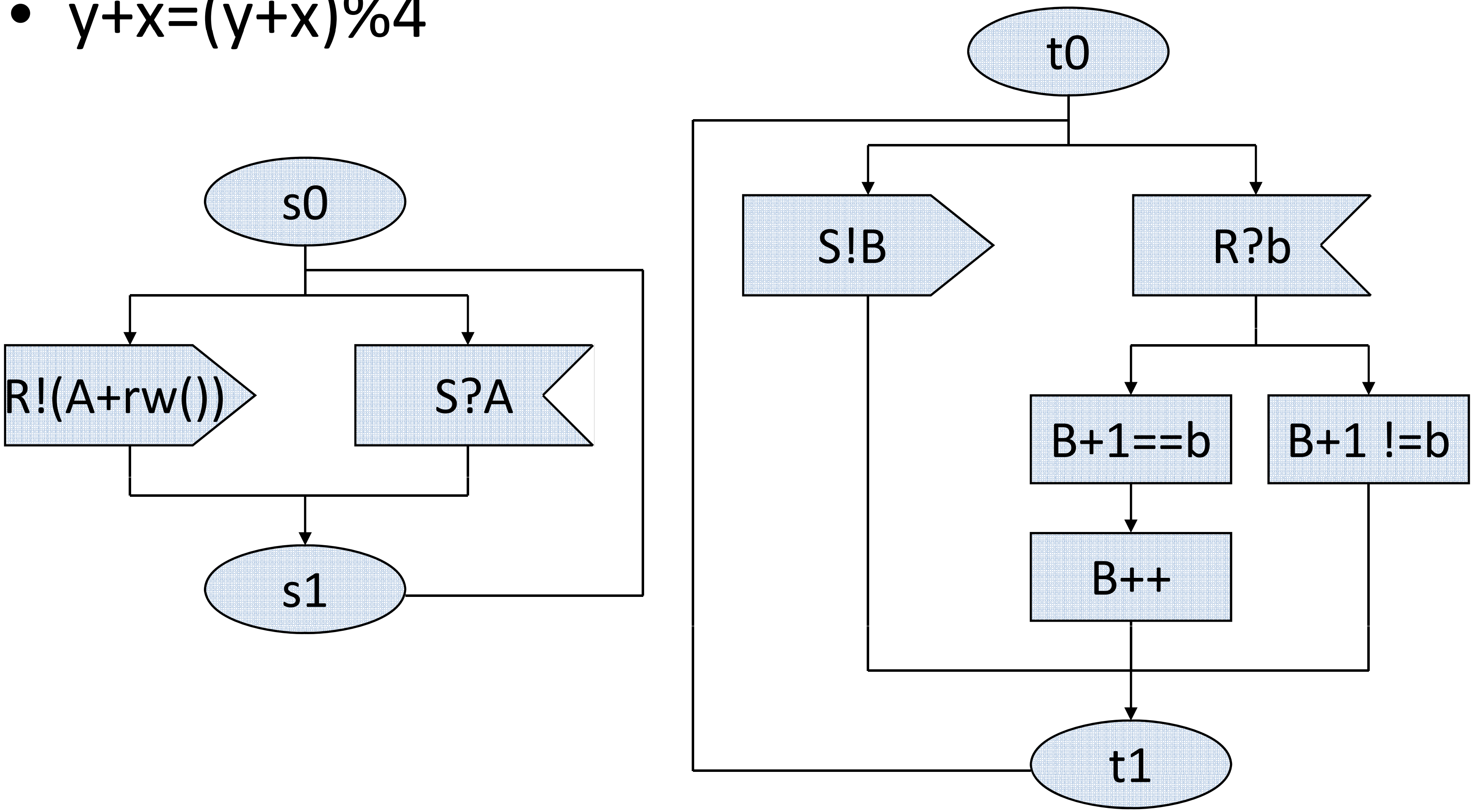


通信系统：例子

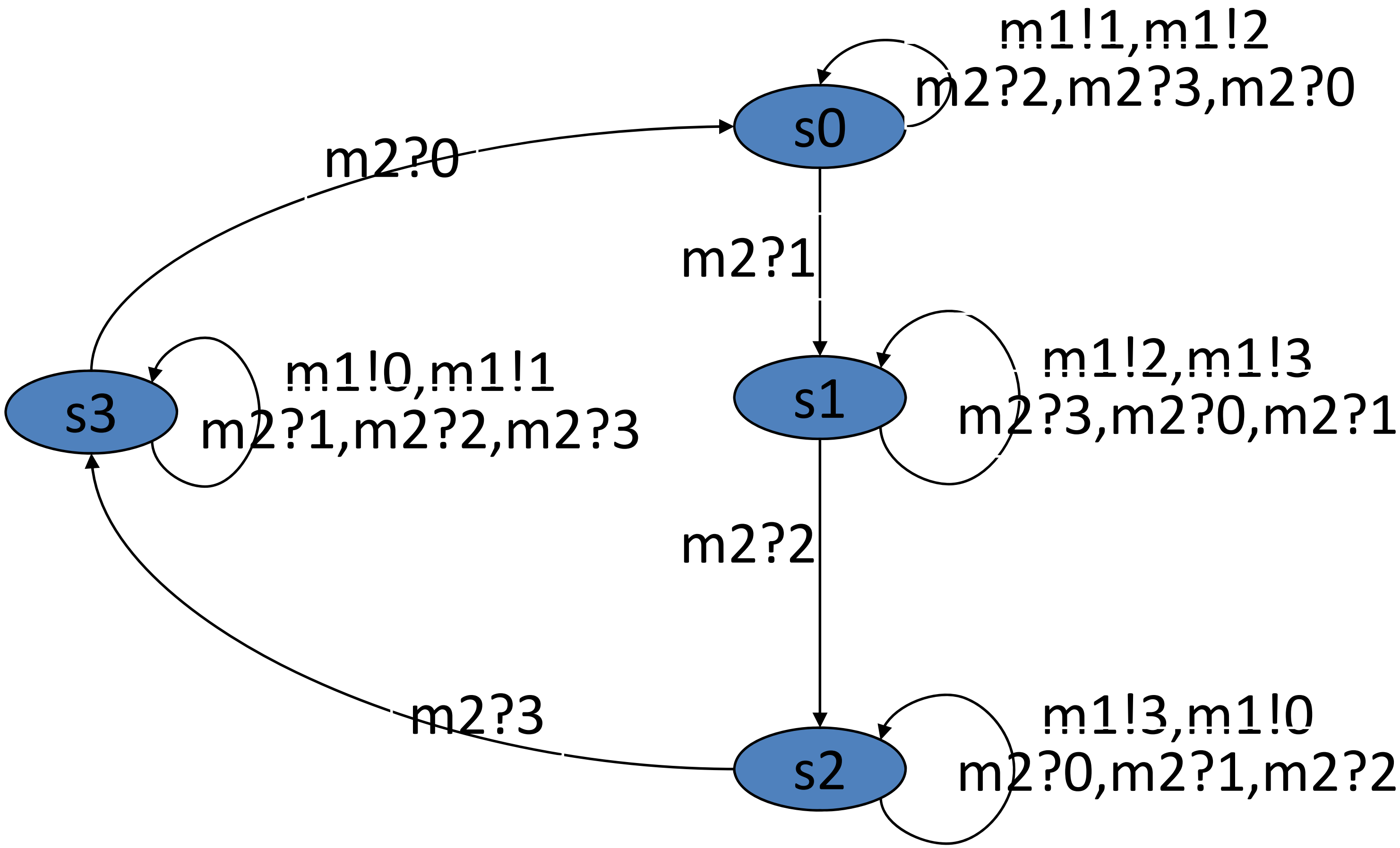


通信系统：例2

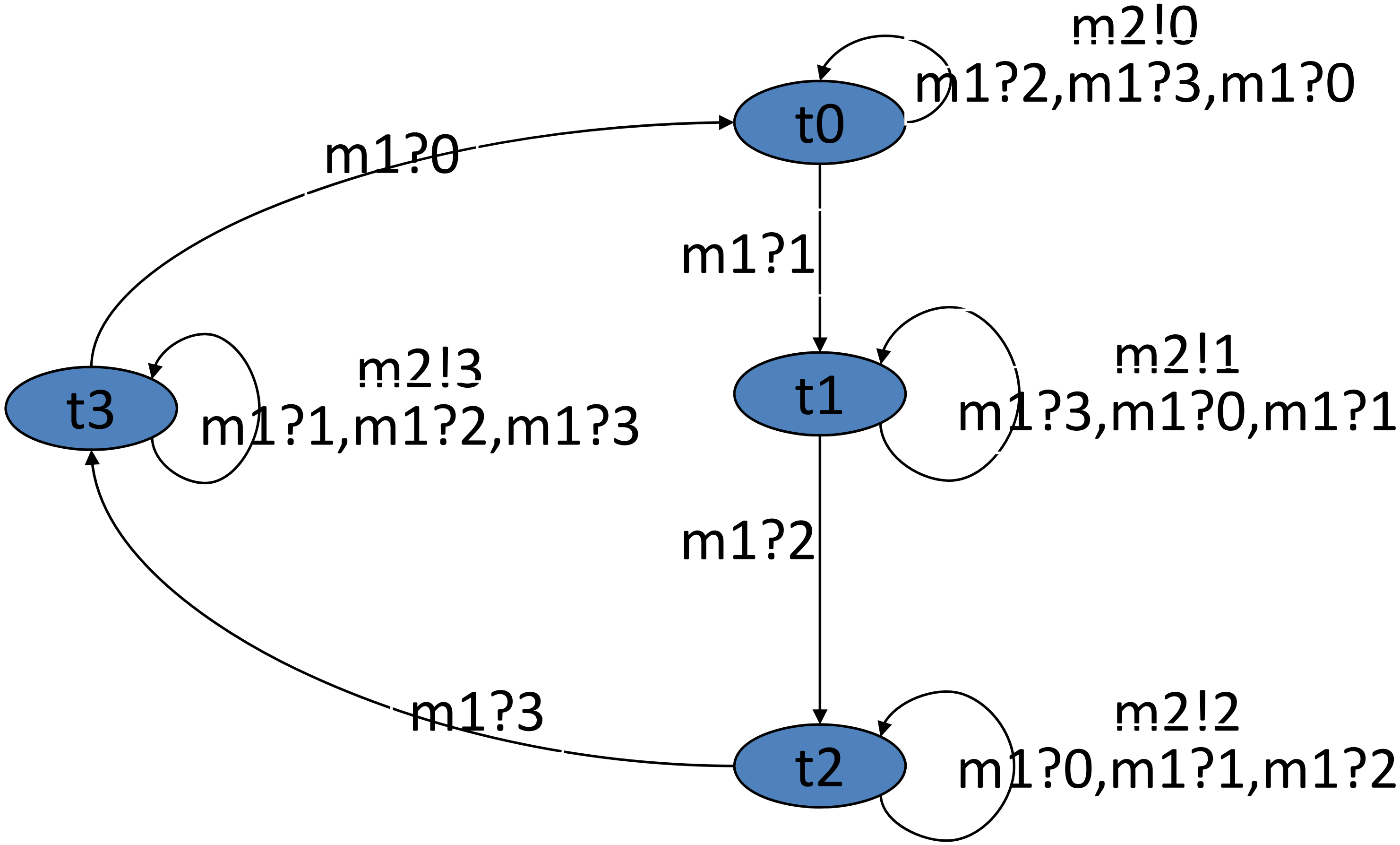
- rw()={1,2}
- y+x=(y+x)%4



通信系统：例2

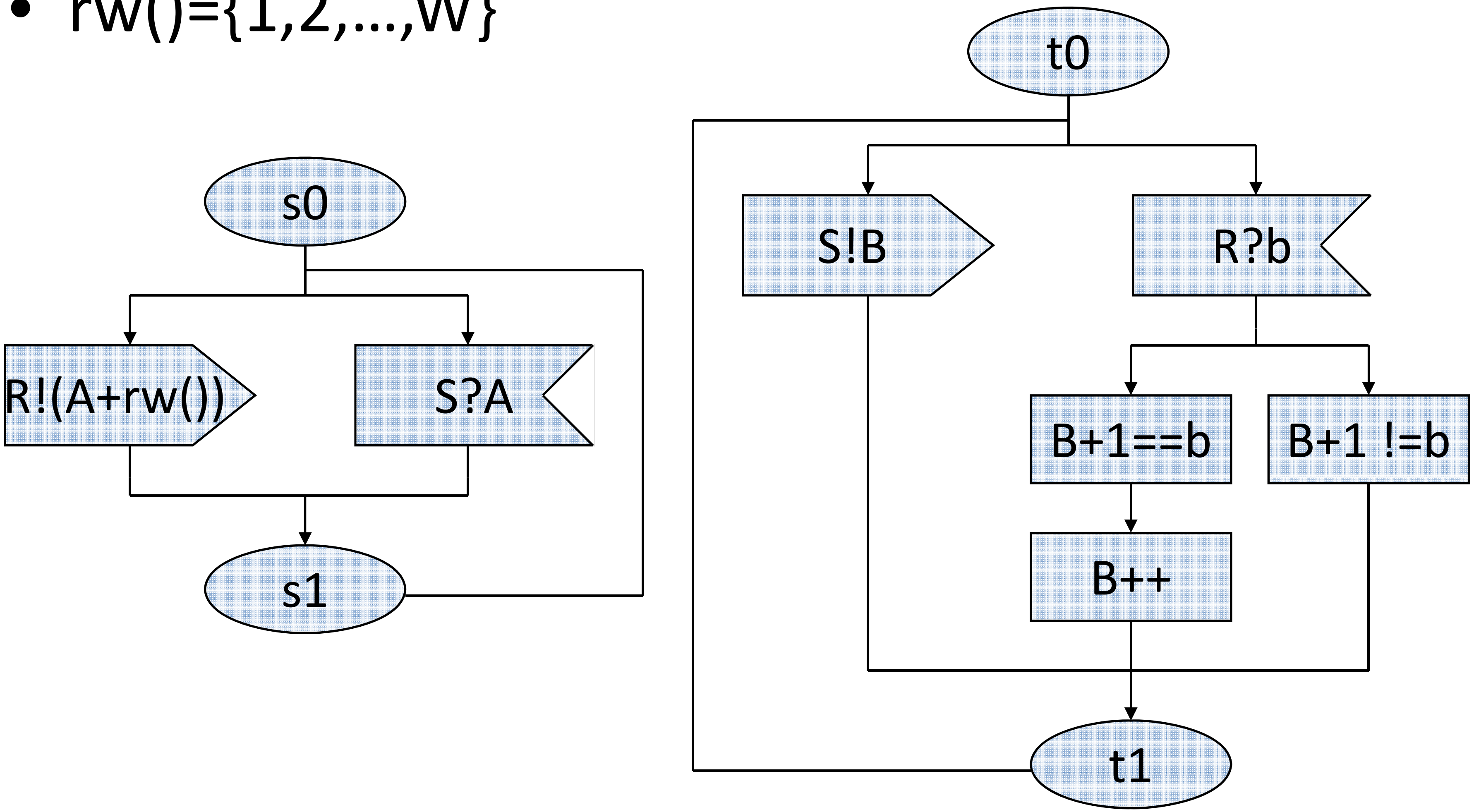

m1!1,m1!2
m2?2,m2?3,m2?0
s0
m2?0
m2?1
s3
m1!0,m1!1
m2?1,m2?2,m2?3
s1
m1!2,m1!3
m2?3,m2?0,m2?1
m2?2
m2?3
s2
m1!3,m1!0
m2?0,m2?1,m2?2

通信系统：例2


m2!0
m1?2,m1?3,m1?0
t0
m1?0
m1?1
t1
m2!1
m1?3,m1?0,m1?1
t3
m2!3
m1?1,m1?2,m1?3
m1?2
m1?3
t2
m2!2
m1?0,m1?1,m1?2

通信系统：例2

- rw()={1,2,…,W}



通信系统：例2

- Window Protocol Invariant
- $B - W < R[i] \leq B + W$ for $1 \leq i \leq r$

通信系统：例2

- Window Protocol Invariant
- $B - W < R[i] \le B + W$ for $1 \le i \le r$

- 引理1：$A \le S[1] \le \dots \le S[s] \le B$

- 引理2：
- 设 $R[0]=B$, $R[r+1]=A+1$
- 则 $R[i] < R[j] + W$ for $0 \le i \le r$, $i<j \le r+1$

有限状态变量与自动机