第一大题（填空题共 **10** 道，每道 **5** 分，共 **50** 分.请同学们把自己会做的题做对）

1. $\frac{1}{4}\times\left(4.85\div\frac{5}{18}-3.6+6.15\times3\frac{3}{5}\right)+\left[5.5-1.75\times\left(1\frac{2}{3}+\frac{19}{21}\right)\right]=$________________

答案：**10**

提示：本题注意到除以 $\frac{5}{18}$ 相当于乘以 3.6 则公因数就出来了。

2. 一个自然数除 **429**、**791**、**500** 所得的余数分别是 $a+5$、$2a$、a，则这个自然数是_____________

答案：**19**

提示：将这些数转化成被该自然数除后余数为 $2a$ 的数：$(429-5)\times2=848$，791、$500\times2=1000$，这样这些数被这个自然数除所得的余数都是 $2a$，故同余.

3. 已知十位数 $\overline{2013a04b29}$ 既是 **9** 的倍数，又是 **11** 的倍数.那么，两位数 $\overline{ba}$ 是______________

答案：**69**

提示：**99** 的整除特点是什么？从末位开始每两位隔开即可。

4. 早晨，小张骑车从甲地出发去乙地．下午 **1** 点，小王开车也从甲地出发，前往乙地．下午 **2** 点时两人之间的距离是 **15** 千米．下午 **3** 点时，两人之间的距离还是 **l5** 千米．下午 **4** 点时小王到达乙地，晚上 **7** 点小张到达乙地．那么小张是早晨_________时_________分出发.

答案：**10** 时 **0** 分

提示：从题中可以看出小王的速度比小张块．下午 2 点时两人之间的距离是 l5 千米．下午 3 点时，两人之间的距离还是 l5 千米，所以下午 2 点时小王距小张 15 千米，下午 3 点时小王超过小张 15 千米，可知两人的速度差是每小时 30 千米．由下午 3 点开始计算，小王再有 1 小时就可走完全程，在这 1 小时当中，小王比小张多走 30 千米，那小张 3 小时走了 15 30 45=+ 千米，故小张的速度是 45 ÷3 =15 千米/时，小王的速度是 15 + 30 =45 千米/时．全程是 45 ×3 =135 千米，小张走完全程用了 135 + 15=9 小时，所以他是上午 10 点出发的。

5. 4 名运动员参加一项比赛，赛前，甲说：“我肯定是最后一名．”乙说：“我不可能是第一名，也不可能是最后一名．”丙说：“我绝对不会得最后一名．”丁说：“我肯定得第一名．”赛后，发现他们 4 人的预测中只有一人是错误的．那么_____________的预测是错误的.

答案：丁

提示：假设甲的预测是错的，那么其他三人的预测都是对的，那么甲不是最后一名，乙和丙也不是最后一名，丁是第一名，这样的话没有人是最后一名，矛盾．所以甲的预测是对的，甲是最后一名，那么丙的预测也是对的．如果乙的预测是错的，那么乙是第一名，而丁的预测是对的，丁也是第一名，矛盾．所以乙的预测是对的，丁的预测是错的.

6. 有 **64** 个边长为 **1** 厘米的同样大小的小正方体，其中 **34** 个为白色的，**30** 个为黑色的．现将它们拼成一个 $4\times4\times4$ 的大正方体，在大正方体的表面上白色部分最多可以是________________平方厘米

答案：**74**

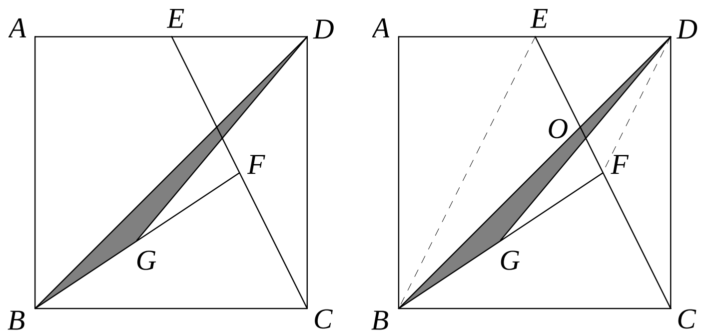
提示：要使大正方体的表面上白色部分最多，相当于要使大正方体表面上黑色部分最少，那么就要使得黑

色小正方体尽量不露出来.

在整个大正方体中，没有露在表面的小正方体有$(4-2)^3=8$(个)，用黑色的；在面上但不在边上的小正方体有$(4-2)^2\times6=24$(个)，其中$30-8=22$个用黑色.

这样，在表面的$4\times4\times6=96$个1×1的正方形中，有22个是黑色，$96-22=74$(个)是白色，所以在大正方体的表面上白色部分最多可以是74平方厘米.

7. 如图，已知正方形$ABCD$的边长为**10**厘米，E为AD中点，F为CE中点，G为BF中点，则三角形BDG的面积是____________



答案：**6.25**平方厘米

提示；设BD与CE的交点为O，连接BE、DF.

由蝴蝶定理可知$EO:OC=S_{\triangle BED}:S_{\triangle BCD}$，而$S_{\triangle BED}=\frac{1}{4}S_{\square ABCD}$，$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$，

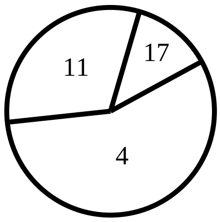
所以$EO:OC=S_{\triangle BED}:S_{\triangle BCD}=1:2$，故$EO=\frac{1}{3}EC$.

由于F为CE中点，所以$EF=\frac{1}{2}EC$，故$EO:EF=2:3$，$FO:EO=1:2$.

由蝴蝶定理可知$S_{\triangle BFD}:S_{\triangle BED}=FO:EO=1:2$，所以$S_{\triangle BFD}=\frac{1}{2}S_{\triangle BED}=\frac{1}{8}S_{\square ABCD}$，

那么$S_{\triangle BGD}=\frac{1}{2}S_{\triangle BFD}=\frac{1}{16}S_{\square ABCD}=\frac{1}{16}\times10\times10=6.25$（平方厘米）.

8. 在新年联欢会上，某班组织了一场飞镖比赛．如右图，飞镖的靶子分为三块区域，分别对应17分、11分和4分．每人可以扔若干次飞镖，脱靶不得分，投中靶子就可以得到相应的分数．若恰好投在两块(或三块)区域的交界线上，则得两块(或三块)区域中分数最高区域的分数．如果比赛规定恰好投中120分才能获奖，要想获奖至少需要投中________次飞镖.



答案：**10**

提示：假设投中17分、11分、4分的次数分别为x次、y次和z次，那么投中飞镖的总次数为$(x+y+z)$次，而总得分为$17x+11y+4z$分，要想获奖，必须$17x+11y+4z=120$.

由于$17x<120$，得到$x\le6$．当x的值一定后，要使$(x+y+z)$最小，必须使y尽可能大.

若 $x=6$，得到 $11y+4z=18$，此时无整数解；
若 $x=5$，得到 $11y+4z=35$，此时 $y=1$， $z=6$， $x+y+z=5+1+6=12$；
若 $x=4$，得到 $11y+4z=52$，此时 y 最大为 4，当 $y=4$ 时 $z=2$，这种情况下 $x+y+z=10$；
若 $x=3$，得到 $11y+4z=69$，此时 $y=3$， $z=9$， $x+y+z=3+3+9=15$；
若 $x=2$，得到 $11y+4z=86$，此时 y 最大为 6，当 $y=6$ 时 $z=5$，这种情况下 $x+y+z=13$；
若 $x=1$，得到 $11y+4z=103$，此时 y 最大为 9，当 $y=9$ 时 $z=1$，这种情况下 $x+y+z=11$；
若 $x=0$，得到 $11y+4z=120$，此时 y 最大为 8，当 $y=8$ 时 $z=8$，这种情况下 $x+y+z=16$.
经过比较可知 $(x+y+z)$ 的值最小为 10，所以至少需要投中 10 次飞镖才能获奖.

9. 一根 1.8 **米长的木棍，从左段开始每隔 5 厘米画一个红色刻度，每隔 8 厘米画一个蓝色刻度，然后沿着刻度把木棍截断，那么一共可以截成__________段小木棍.**
答案：44
提示：红色记号有 35 个，蓝色记号有 22 个，重合的记号有 4 个，所以段数是 $35+22-4+1=44$ 。

10. **由于天气逐渐冷起来，牧场上的草不仅不生长，反而以固定的速度在减少．已知某块草地上的草可供 20 头牛吃 5 天，或可供 15 头牛吃 6 天．照此计算，可以供__________头牛吃 10 天.**
答案：5
提示：设 1 头牛 1 天的吃草量为“1”，那么每天自然减少的草量为：$(20\times5-15\times6)\div(6-5)=10$，原有草量为：$(20+10)\times5=150$；10 天吃完需要牛的头数是：$150\div10-10=5$（头）.

第二大题（解答题共 4 道，其中两题为必做题，两题为附加题选做.请同学们把解题过程写清楚）

1. **（10 分）8 个人站队，冬冬必须站在小悦和阿奇的中间（不一定相邻），小慧和大智不能相邻，小光和大亮必须相邻，满足要求的站法一共有多少种？**
答案：2400
提示：冬冬要站在小悦和阿奇的中间，就意味着只要为这三个人选定了三个位置，中间的位置就一定要留给冬冬，而两边的位置可以任意地分配给小悦和阿奇.
小慧和大智不能相邻的互补事件是小慧和大智必须相邻
小光和大亮必须相邻，则可以将两人捆绑考虑
只满足第一、三个条件的站法总数为：

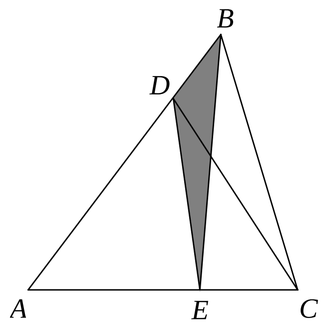
$C_7^3\times P_2^2\times C_4^1\times P_2^2\times P_3^3=3360$（种）

同时满足第一、三个条件，并且满足小慧和大智必须相邻的站法总数为：

$C_6^3\times P_2^2\times P_3^2\times P_2^2\times P_2^2=960$（种）

因此同时满足三个条件的站法总数为：
$3360-960=2400$（种）。

2. **（10 分）如图所示，在三角形** ABC **中，已知** $S_{\Delta ADE}=99$，$S_{\Delta DCE}=27$，$S_{\Delta BCD}=56$，**那么三角形** DBE **的面积是多少？**



答案：$19\frac{7}{9}$

提示：根据题意可知，$S_{\Delta ADC}=S_{\Delta ADE}+S_{\Delta DCE}=89+28=117$，

所以 $BD:AD=S_{\Delta BDC}:S_{\Delta ADC}=26:117=2:9$，

那么 $S_{\Delta DBE}:S_{\Delta ADE}=BD:AD=2:9$，

故 $S_{\Delta DBE}=89\times\frac{2}{9}=(90-1)\times\frac{2}{9}=20-\frac{2}{9}=19\frac{7}{9}$.

3. （附加题选做，**10** 分）有一个正方体水箱，在某个侧面相同高度的地方开有 3 个大小相同的出水孔，用一个进水管给空水箱灌水.如果 3 出水孔全关闭，需要 30 分钟将水箱注满；如果打开 1 个出水孔，需要多用 2 分钟将水箱注满；如果打开 2 个出水孔，则需要 35 分钟将水箱注满.请问：当 3 个出水孔全开的时候，多少分钟可以将水箱注满？

答案：**40** 分钟

提示：

4. （附加题选做，**10** 分）在同一路线上有 4 个人**:**第一个人坐汽车，第二个人开摩托车，第三个人乘助力车，第四个人骑自行车，各种车的速度是固定的，坐汽车的 12 时追上乘助力车的，14 时遇到骑自行车的，而与开摩托车的相遇是 16 时．开摩托车的遇到乘助力车的是 17 时，并在 18 时追上骑自行车的，问骑自行车的几时遇见乘助力车的？

答案：**15** 点 **20** 分钟

提示：

第三大题（信息题 **2** 道，共计 **30** 分，请同学们认真学习题中相关知识点和举例，然后作答）

【代数部分】

对数函数：

材料 **1**：一般地，n 个相同的因数 a 相乘：$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{n个}$，记为 a^n，如 $2^4=16$，

材料 2：在等式 $2^4=16$ 中，4 叫做以 2 为底 16 的**对数**，记为 $\log_2 16$（即 $\log_2 16=4$）

一般地，若 $a^n=b$（$a>0$ 且 $a\neq 1$，$b>0$），则 n 叫做以 a 为底 b 的**对数**，

记为 $\log_a b$（即 $\log_a b=n$）

例题：

（1）计算：$a^m\cdot a^n$（m、n 为自然数）

【解析】$a^m\cdot a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{n个}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{m个}=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{(m+n)个}=a^{m+n}$

（2）猜想 $\log_2 4$、$\log_2 16$、$\log_2 64$ 之间满足怎样的关系式？

$\log_a(M\cdot N)$、$\log_a N$、$\log_a M$（$a>0$，且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$）之间又满足怎样的关系式？ 并证明.

【解析】$\log_2 4+\log_2 16=\log_2 64$，　$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$，

设 $\log_a M=p$，$\log_a N=q$，根据对数的定义，可得 $M=a^p$，$N=a^q$

由 $MN=a^p\cdot a^q=a^{p+q}$

∴ $\log_a(MN)=p+q=\log_a M+\log_a N$

1、（4 分）填空：（1）$\dfrac{a^m}{a^n}=$__________（$m>n$、且均为自然数）；

（2）$\left(a^m\right)^n=$__________（m、n 为自然数）.

答案：$\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$；$\left(a^m\right)^n=a^{mn}$

2、（4 分）证明：$\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$（$a>0$，且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$）

答案：设 $\log_a M=p$，$\log_a N=q$，根据对数的定义，可得 $M=a^p$，$N=a^q$

由 $\dfrac{M}{N}=\dfrac{a^p}{a^q}=a^{p-q}$

∴ $\log_a\dfrac{M}{N}=p-q=\log_a M-\log_a N$

3、（3 分）填空：$2^{\log_2 4}=$__________；$2^{\log_2 16}=$__________；$2^{\log_2 64}=$__________.

答案：4、16、64

4、（5 分）设 $\log_a 2=m$，$\log_a 3=n$，求 a^{2m+n} 的值.

答案：由 $\log_a 2=m$，$\log_a 3=n$，得 $a^m=2$，$a^n=3$．所以，$a^{2m+n}=(a^m)^2a^n=2^2\times3=12$.

【几何部分】

①规定了方向的线段叫做有向线段."有向线段 AB"以 A 为起点、B 为终点，用符号表示为"$\overrightarrow{AB}$".

②既有大小、又有方向的量叫做向量.向量的大小也叫做向量的长度.

③向量可以用有向线段表示，有向线段的长度就是表示向量的长度，有向线段的方向就表示向量的方向.也可以说，有向线段是向量的几何直观表示.

④方向相同且长度相等的两个向量叫做相等的向量；方向相反且长度相等的两个向量叫做互为相反的向量；方向相同或相反的两个向量叫做平行向量.

⑤求两个向量的和向量的运算叫做向量的加法.一般地，求不平行的两个向量的和向量时，只要把第二个向量与第一个向量首尾相接，那么以第一个向量的起点为起点，第二个向量的终点为终点的向量就是和向量.这样的规定叫做向量加法的三角形法则.

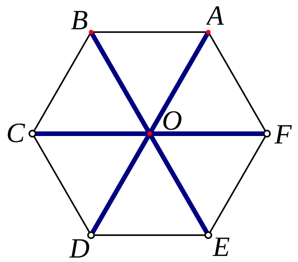
⑥向量的加法满足交换律和结合律.多个首尾相连的向量相加及其运算：$\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+\cdots+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}=\overrightarrow{A_1A_n}$.

⑦向量的减法：减去一个向量等于加上这个向量的相反向量.

例如：在上方左图中 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$；在上方右图中 $\overrightarrow{DO}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 是相等向量，$\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{CB}$ 是相反向量，$\overrightarrow{DO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$.

根据上述计算规则，回答下列问题：

①（**4** 分）如图所示，正六边形三条对角线交于 O 点，那么计算 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{CB}$ 得到的结果应该用哪条有向线段来表示？答案是________________________.

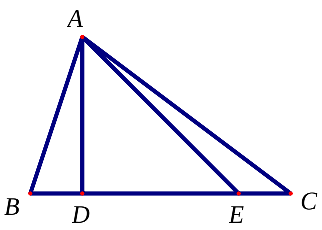


答案：$\overrightarrow{AE}$

②（**5** 分）平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 和 BD 交于点 O.若 $\overrightarrow{CD}=\vec{a}$， $\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，如果用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 来表示向量 $\overrightarrow{AC}$，那么 $\overrightarrow{AC}=$______________.

答案：$\vec{b}-2\vec{a}$

③（**5** 分）如图所示， D,E 在线段 BC 上，且 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$.求证 BD 和 CE 长度相等.



证明：因为 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$， $\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CE}$，又根据题目条件知 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}$，所以 $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{CE}$，所以 BD 和 CE 长度相等。