2018年四川成都武侯区初三一模数学试卷

一、A卷（共100

第Ⅰ卷（选择题，共30）

一、选择题（每小题3分，共30，每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求）

1 $\cos 30^\circ$的值是（ ）．

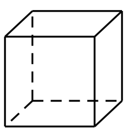
A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

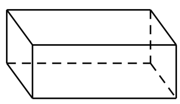
答案 C

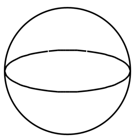
解析 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$．

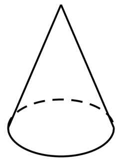
考点
一三角形
　├锐角三角函数
　　├特殊角的三角函数值
　　　└求特殊角三角函数值

2 下列四个几何体中，主视图是三角形的是（ ）．

A.


B.


C.


D. 

答案 D

解析 A选项主视图是正方形，B选项主视图是长方形，C选项主视图是圆．

考点 ─投影与视图
　├视图
　│└简单几何体的三视图

3 反比例函数$y=\dfrac{4}{x}$的图象经过的象限是（ ）．

A. 第一、二象限　B. 第一、三象限　C. 第二、三象限　D. 第二、四象限

答案 B

解析 反比例函数解析式中，$k>0$，

∴反比例函数的图像经过的象限是第一、三象限．

考点 ─函数
　├反比例函数
　│├反比例函数的性质
　││└根据反比例函数系数确定函数图象

4 一元二次方程$2x^2+5=7x$的根的情况是（ ）．

A. 有两个不相等的实数根　B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 无法判断

答案 A

解析 化简方程得$2x^2-7x+5=0$,

$\therefore\Delta=b^2-4ac=49-40=9>0$,

∴方程有两个不相等的实数根.

考点 方程与不等式

一元二次方程

根的判别式

判断一元二次方程根的情况

5 下列抛物线中，与抛物线$y=-3x^2+1$的形状、开口方向完全相同，且顶点坐标为$(-1,2)$的是（ ）.

A. $y=-3(x+1)^2+2$

B. $y=-3(x-1)^2+2$

C. $y=-3(3x+1)^2+2$

D. $y=-(3x-1)^2+2$

答案 A

解析 与抛物线$y=-3x^2+1$的形状、开口方向完全相同,

$\therefore a=3$，排除C、D，

B选项顶点坐标为$(1,2)$,

故选A.

考点 函数

二次函数

二次函数的性质

二次函数顶点

└二次函数图象与系数的关系

6 已知某斜坡的坡角为12，坡度4，则$\sin\alpha$的值为（ ）.

A. $\frac{3}{4}$　B. $\frac{3}{5}$　C. $\frac{4}{3}$　D. $\frac{4}{5}$

答案 B

解析 $\because$坡度4，

$\therefore \tan\alpha=\frac{3}{4}$,

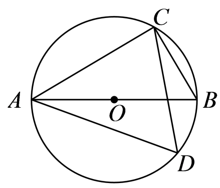
$\therefore \sin\alpha=\frac{3}{5}$.

考点 —三角形

　├锐角三角函数

　　└解直角三角形的应用：坡度坡角问题

7 如图，AE是$\odot O$的直径，若$\angle BAC=30^\circ$，则$\angle D$的度数是（ ）.



A. 30°　B. 45°　C. 60°　D. 75°

答案 C

解析 $\therefore\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore\angle ABC=60^\circ$,

$\therefore\angle D=\angle ABC=60^\circ$.

考点 —圆

—圆的基础知识

—圆周角定理

└圆周角定理

8 已知关于x的一元二次方程$x^2-kx-6=0$的一个根为$x=3$，则另一个根为（ ）.

A. $x=-2$　　B. $x=-3$　　C. $x=2$　　D. $x=3$

答案 A

解析 将F代入方程中得，$3^2-3k-6=0$，

解得，$k=1$，

所以原方程为，$x^2-x-6=0$，

所以另一个根为$x=-2$.

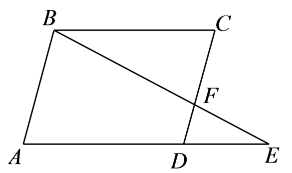
考点 —方程与不等式

—一元二次方程

—根与系数的关系

└韦达定理应用

9 如图，点F在平行四边形$ABCD$的边CD上，且$\dfrac{CF}{AB}=\dfrac{2}{3}$，连接$BF$并延长交$AD$的延长线于点$E$，则$\dfrac{DE}{BC}$的值是（ ）.



A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{2}{5}$

答案 C

解析 $\therefore \dfrac{CF}{AB}=\dfrac{2}{3}$,

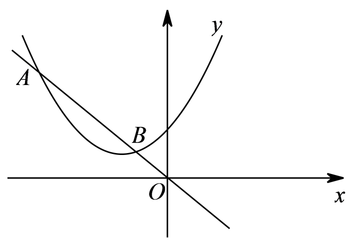
$\therefore \dfrac{DF}{CF}=\dfrac{1}{2}$,

$\because \triangle BCF \backsim \triangle EDF$,

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{DF}{CF}=\dfrac{1}{2}$.

考点
- 三角形
  - 相似三角形
    - 相似三角形的性质
    - 相似三角形的判定
- 四边形
  - 平行四边形
    - 平行四边形的性质

10 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）与直线$y=-x$相交于A，B两点，则下列说法正确的是（ ）.



A. $ac<0$，$(b+1)^2-4ac<0$

B. $ac<0$，$(b+1)^2-4ac>0$

C. $ac>0$，$(b+1)^2-4ac<0$

D. $ac>0$，$(b+1)^2-4ac>0$

答案 D

解析 $\because a>0$，$c>0$，

$\therefore ac>0$，

联立两个函数解析式得，$ax^2+bx+c=-x$，

由图像可知，$\Delta=(b+1)^2-4ac>0$.

考点 一函数

├二次函数

└二次函数与一次函数综合

第Ⅱ卷（非选择题，共70）

二、填空题（每小题4分，共16）

11 李明同学利用影长测学校旗杆的高度，某一时刻身高1.8米的李明的影长为1米，同时测得旗杆的影长为7米，则学校的旗杆的高为 ______ 米.

答案 12.6

解析 设旗杆的高度为x米，利用相似三角形的性质可得$\dfrac{1}{1.8}=\dfrac{7}{x}$，

解得，$x=12.6$米.

考点 一三角形

├相似三角形

└相似三角形的应用

12 若$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{3}{4}$（$b+d\neq 0$），则$\dfrac{a+c}{b+d}=$ ______ .

答案 $\dfrac{3}{4}$

解析 $\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{3}{4}$，

$\therefore a=\frac{3}{4}b$，$c=\frac{3}{4}d$，

$\therefore \frac{a+c}{b+d}=\frac{\frac{3}{4}b+\frac{3}{4}d}{b+d}=\frac{3}{4}$．

考点

—三角形
  —相似三角形
    └比例的性质

13 在平面直角坐标系中，已知反比例函数$y=-\frac{3}{x}$的图象经过$A\left(-5\frac{1}{2},y_1\right)$，$B(-2,y_2)$两点，则$y_1$ ______ y_2．（选填“>”，“< ”或“=”）．

答案 $<$

解析 $\because k=-3<0$，

$\therefore$函数在每一个象限内，y随着x的增大而增大，

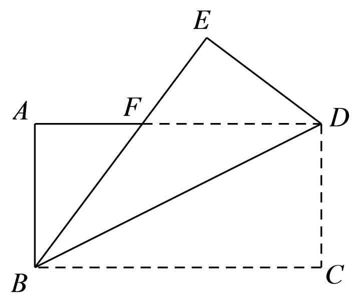
$\because -5\frac{1}{2}<-2$，

$\therefore y_1<y_2$．

考点

—函数
  —反比例函数
    —反比例函数的性质
      └反比例函数每个分支的增减性

14 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=4$，$BC=8$，将矩形沿对角线BD折叠，使点C落在点E处，BE交AD于点F，则BF的长为 ______ ．



答案 5

解析 根据折叠图形的性质可知，

$AB=DE$，$\angle A=\angle E$，

$\because \angle AFB=\angle EFD$，

$\therefore \triangle AFB\cong\triangle EFD$，

$\therefore FB=FD=8-AF$，

$\therefore 4^2+AF^2=(8-AF)^2$，

解得，$AF=3$，

$\therefore BF=5$.

考点 几何变换

- 图形的对称
  - 翻折变换（折叠问题）
    - 翻折问题与勾股定理
    - 翻折与全等

三、解答题（本大题共6个小题，共54）

15 计算：$\sqrt{12}-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}+(-2018)^0+|2\sin 60^\circ-2|$.

答案 3.

解析　原式=$2\sqrt{3}-\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}=3$.

考点　一数
　　└实数
　　　　└实数的运算
　　　　　　└实数的计算

16 解方程：$3x^2+2x-5=0$.

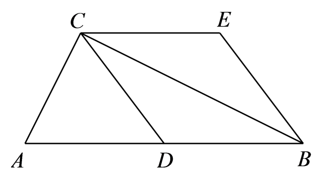
答案　$x_1=-\frac{5}{3}$，$x_2=1$.

解析　原方程为$(3x+5)(x-1)=0$，

$\therefore x_1=-\frac{5}{3}$，$x_2=1$.

考点　一方程与不等式
　　└一元二次方程
　　　　└解一元二次方程：因式分解
　　　　　　└AB=0型方程

17 已知：如图，CD是$\mathrm{Rt}\triangle ABC$的斜边AB上的中线，分别过C，B作$CE//AB$，$BE//CD$，且CE与BE相交于点E．求证：四边形$CDBE$是菱形．



答案　证明见解析．

解析 由已知条件$CE//AB$，$BE//CD$，

$\therefore$四边形$CDBE$是平行四边形，

$\because CD$是$\mathrm{Rt}\triangle ABC$的斜边AB上的中线，

$\therefore CD=BD=AD$，

$\therefore$四边形$CDBE$是菱形．

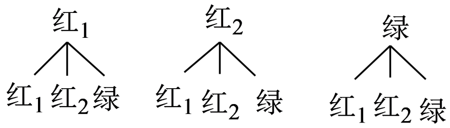
考点
- 三角形
  - 直角三角形
    - 直角三角形斜边上的中线
      - 斜边中线性质
- 四边形
  - 平行四边形
    - 平行四边形的判定
  - 菱形
    - 菱形的判定

18 小明和小颖商量采取以下规则决定谁将获得仅有一张科普报告入场券：在不透明的布袋里装有除颜色之外均相同的2个红球和1个绿球，小明先取出一个球，记住颜色后放回，然后小颖再取出一个球．若两次取出的球都是红球，则小明获得入场券，否则小颖获得入场券．你认为这个规则对双方公平吗？请用画树状图或列表的方法说明理由．

答案 不公平．

解析 小明和小颖都取红球时，小明赢，则小明赢的概率为$P=\dfrac{4}{9}$，

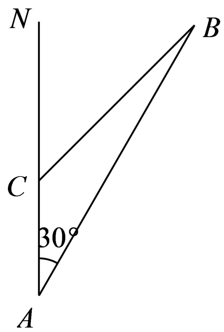
小颖赢的概率为$1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}>\dfrac{4}{9}$，故该规则不公平．



考点

- 统计与概率
  - 概率
    - 概率公式

19 钓鱼岛自古以来是我国的固有领土，随着我们国家综合国力的强盛，国家对钓鱼岛的巡航已常态化．2017年9月11日，中国海警2401号船在A地测得钓鱼岛B在北偏东$30°$方向，现该海警船继续从A地出发以30海里/小时的速度向正北方向航行2小时后到达C地．



（1） 若$\angle B = 15°$，求钓鱼岛B在C地的北偏东多少度?

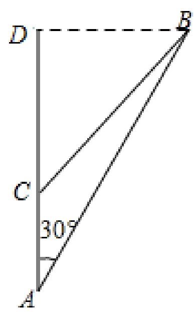
（2） 在（1）的基础上，求海警船与钓鱼岛的距离CB的长．（结果保留根号）

答案

（1） $45°$．

（2） $30\sqrt{6} + 30\sqrt{2}$．

解析



（1） 如图所示，过点B作$BD \perp AD$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，$\angle DAB = 30°$，

$\therefore \angle DBA = 60°$，

已知$\angle CBA = 15°$，$\angle CBA + \angle DBC = 60°$，

$\therefore \angle DBC = 45°$，

又$\because \angle BDC = 90°$，

$\therefore \angle DCB = 45^\circ$，

即B在C地北偏东45°处．

（2）据题意，$AC = 2 \times 30 = 60$（海里），设DC长为x，

则$DB = x$，$BC = \sqrt{2}x$，$AD = 60 + x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDA$中，$\tan\angle DBA = \tan 60^\circ = \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{60+\sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$，

解得，$x = 30(\sqrt{3}+1)$，故$BC = \sqrt{2}x = 30 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3}+1) = 30\sqrt{6} + 30\sqrt{2}$（海里）．

考点

—三角形

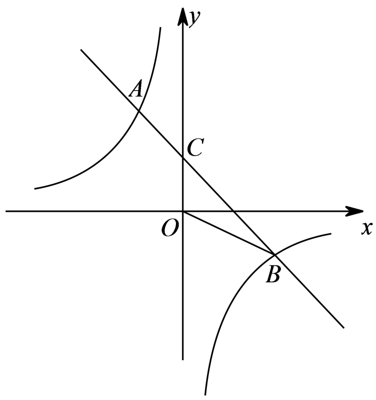
—三角形基础

└—三角形的外角性质

—锐角三角函数

└—解直角三角形的应用：方位角问题

20 如图，一次函数$y = kx + bk \neq 0$的图象与反比例函数$y = -\dfrac{3}{x}$的图象相交于点$A(-1,m)$，$B(n,-1)$两点，直线AB与y轴交于C点，连接OB．



（1）求一次函数的表达式．

（2）在x轴上找一点P，连接BP，使$\triangle BOP$的面积等于$\triangle BOC$的面积的2倍，求满足条件的点P的坐标．

答案

（1） $y=-x+2$.

（2） $(-12,0)$或$(12,0)$.

解析 （1） 由题， $y=-\frac{3}{x}$过$A(-1,m)$，$B(n,-1)$ ，

$\therefore m=3$，$n=3$，

$\therefore A(-1,m)$，$B(n,-1)$，

$\because y=kx+bk\neq 0$过A，B，

$\therefore \begin{cases}3=-k+b\\-1=3k+b\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=2\end{cases}$，

$\therefore y=-x+2$.

（2） $y=-x+2$与y轴交于C点，

$\therefore C(0,2)$，

$\therefore |OC|=2$，

$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}|OC|\,|x_B|=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$，

$\therefore S_{\triangle BOP}=2S_{\triangle BOC}=6$，

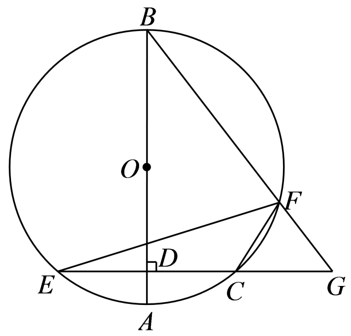
$\therefore \frac{1}{2}|OP|\,|y_B|=6$，

$\therefore |OP|=6\times 2=12$，

$\therefore P(-12,0)$或$(12,0)$.

考点 —函数
- 一次函数
  - 一次函数与坐标轴交点
  - 求一次函数解析式
    - 已知两点求一次函数解析式
  - 一次函数综合题
    - 一次函数与三角形面积
- 反比例函数
  - 反比例函数与一次函数
    - 反比例函数与一次函数的解析式综合

21 如图，AB为$\odot O$的直径，C，F为$\odot O$上两点，过C作$CE\perp AB$于点D，交$\odot O$于点E，延长EC交BF的延长线于点C，连接CF，EF．



（1） 求证：$\angle BFE=\angle CFG$．

（2） 若$FG=4$，$BF=6$，$CF=3$．

① 求EF的长．

② 若$\tan\angle GFC=2\sqrt{2}$，求$\odot O$的半径．

答案 （1） 证明见解析．

（2） ① $EF=8$．

② $\frac{9}{8}\sqrt{10}$．

解析 （1） 连接BE，

$\because \angle CFG=\angle BEC$，

而$CE\perp AB$，AB为直径，

$\therefore \overset{\frown}{EB}=\overset{\frown}{CB}$，

$\therefore \angle BEC=\angle BFE$，

$\therefore \angle BFE=\angle CFG$．

（2） ① 连接BC，有

$\angle BFC=\angle EFG$，

又$\because \angle FEC=\angle FBC$，

$\therefore \triangle BFC\backsim\triangle EFG$，

$\therefore \dfrac{EF}{BF}=\dfrac{FG}{FC}$,

$\therefore EF=\dfrac{4}{3}\times 6=8$.

② 由$\tan\angle GFC=2\sqrt{2}$，则$\tan\angle BCD=2\sqrt{2}$,

令$DC=a$，则$BD=2\sqrt{2}a$，$BC=3a$，$DE=a$,

又$\because \dfrac{BC}{EG}=\dfrac{FC}{FG}$,

$\therefore EG=4a$,

$\therefore CG=2a$,

由$CG\cdot EG=FG\cdot BG$,

$\therefore a=\sqrt{5}$,

又有$DE\cdot DC=DA\cdot DB$,

$\therefore DA=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$,

$\therefore AB=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a+2\sqrt{2}a=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}a=\dfrac{9}{4}\sqrt{10}$,

$\therefore$半径为$\dfrac{9}{8}\sqrt{10}$.

考点 —圆

- 圆的基础知识
  - 垂径定理
    - 垂径定理
  - 圆周角定理
    - 圆周角定理
- 圆与三角形
  - 圆与三角函数
  - 圆中的相似三角形
- 圆与四边形
  - 圆内接四边形

二、B卷（共50分）

一、填空题（每小题4分．共20分）

22 已知C，D分别是线段AB上的两个黄金分割点，且$AB=4$，则$CD=$______．

答案 $4\sqrt{5}-8$

解析 由于C，D分别是线段AB上的两个黄金分割点，

则$AD=BC=4-4\times\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=6-2\sqrt{5}$，

$\therefore CD=4-AD-BC=4-2\times(6-2\sqrt{5})=4\sqrt{5}-8$．

考点
- 三角形
  - 相似三角形
    - 黄金分割

23 已知x_1，x_2是关于x的一元二次方程$x^2-5x+a=0$的两个实数根，且$|x_1-x_2|=\sqrt{5}$，则$a=$

______．

答案 5

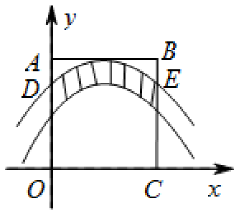
解析 由两根关系得$x_1+x_2=5$，$x_1x_2=a$，

$(x_1-x_2)^2=|x_1-x_2|^2=5$，$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=5$，

$\therefore a=5$．

考点
- 方程与不等式
  - 一元二次方程
    - 根与系数的关系
      - 韦达定理应用

24 如图，抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+x+c$的顶点是正方形$ABCO$的边AB的中点，点A，C在坐标轴上，抛物线分别与AO，BC交于D，E两点，将抛物线向下平移1个单位长度得到如图所示的阴影部分．现随机向该正方形区域投掷一枚小针，则针尖落在阴影部分的概率$P=$______．



答案 $\frac{1}{4}$

解析 ∵抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+x+c$对称轴为$x=2$，

顶点是正方形$ABCO$的边AB的中点，

$\therefore AB=BC=4$，

∵阴影部分宽为1，

∴阴影部分面积为$1\times4=4$，

$P=\frac{4}{4\times4}=\frac{1}{4}$.

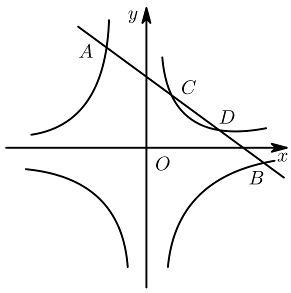
考点
- 函数
  - 二次函数
    - 二次函数图象与几何变换
      - 二次函数平移变换
- 四边形
  - 正方形
    - 正方形的性质

—统计与概率

　　—概率

　　　　└概率公式

25 如图，直线$y=-x+b$与双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k<0)$，$y=\dfrac{m}{x}(m>0)$分别相交于点A、B、C、D，已知点A的坐标为$(-1,4)$，且$AB:CD=5:2$，则$m=$______．



答案 $\dfrac{5}{4}$

解析 ∵点A的坐标为$(-1,4)$，

代入直线$y=-x+b$与双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k<0)$得$b=3$，$k=-4$.

∴直线AB的解析式为$y=-x+3$，双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k<0)$的解析式为$y=-\dfrac{4}{x}$.

联立$\begin{cases}y=-x+3\\ y=-\frac{4}{x}\end{cases}$得$B$点坐标为$(4,-1)$.

∴$AB=5\sqrt{2}$.

设C点坐标为(x_1,y_1)，D点坐标为(x_2,y_2).

联立$\begin{cases}y=-x+3\\ y=\frac{m}{x}\end{cases}$得$x^2-3x+m=0$.

∴$x_1+x_2=3,x_1\cdot x_2=m$.

又因为$y_1=-x_1+3$，$y_2=-x_2+3$，

∴$y_1-y_2=(-x_1+3)-(-x_2+3)$,

$=-(x_1-x_2)$.

∴$CD=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$,

$=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(x_1-x_2)^2}$,

$=\sqrt{2[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$,

$= \sqrt{18-8m}$.

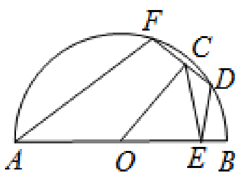
$\therefore \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{18-8m}} = \dfrac{5}{3}$,

$\therefore m = \dfrac{5}{4}$.

考点

一函数
- 平面直角坐标系
  - 坐标与距离
    - 两点间距离公式
- 反比例函数
  - 反比例函数与一次函数
    - 反比例函数与一次函数的解析式综合

26 如图．$\odot O$的直径AB的长为12，长度为4的弦DF在半圆上滑动，$DE\perp AB$于E，$OC\perp DF$于C，连接CE，AF，则$\sin\angle AEC$的值是 ______ ，当CE的长取得最大值时AF的长是 ______ .



答案

1:$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

2:$4\sqrt{3}$

解析

①如图1，连结OF，OD，则$OF=OD$，$CF=CD=2$.

$\therefore CO=\sqrt{OD^2-CD^2}=4\sqrt{2}$,

又$\because \angle OCD+\angle OED=180^\circ$，

$\therefore O$，C，D，E四点共圆，

$\therefore \angle CEO=\angle CDO$.

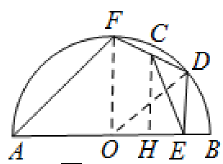


图1

$\therefore \sin\angle AEC = \sin\angle ODC = \dfrac{OC}{OD} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

②如图2过C点作$CH \perp OE$于点H，则$\sin\angle HEC = \dfrac{CH}{CE} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore CE = CH \cdot \dfrac{1}{\sin\angle HEC} = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}CH$.

当CE取得最大值时，CH也取得最大值，此时H点与O点重合，

$CH = CO$.

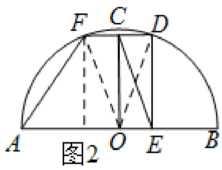


图2

过F点作$FM \perp AO$于点M，则$FM = OC = 4\sqrt{2}$，

$AM = AO - MO = 4$，

$\therefore AF = \sqrt{AM^2 + OF^2} = 4\sqrt{3}$.

考点

- 圆
  - 圆的基础知识
    - 垂径定理
      - 垂径定理
  - 圆与三角形
    - 圆与三角函数
    - 圆中的直角三角形
  - 圆与四边形
    - 四点共圆

二、解答题（本大题共3个小题，共30分）

27 某种蔬菜每千克售价y_1（元）与销售月份x之间的关系如图1所示，每千克成本y_2（元）与销售月份x之间的关系如图2所示，其中图1中的点在同一条线段上，图2中的点在同一条抛物线上，且抛物线的最低点的坐标为$6,1$.

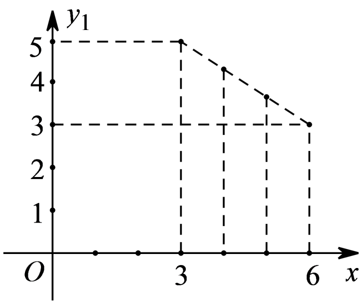


图1

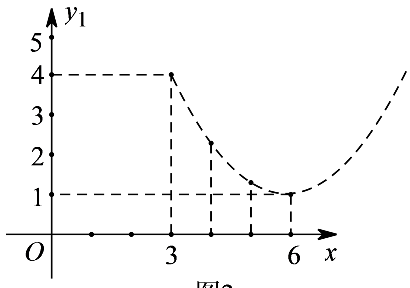


图2

（1） 求出y_1与x之间满足的函数表达式，并直接写出x的取值范围．

（2） 求出y_2与x之间满足的函数表达式．

（3） 设这种蔬菜每千克收益为w元，试同在哪个月出售这种蔬菜将取得最大值？并求出此最大值．（收益=售价−成本）．

答案

（1） $y_1=-\frac{2}{3}x+7$，$(3\leqslant x\leqslant 6)$.

（2） $y_2=\frac{1}{3}(x-6)^2+1=\frac{1}{3}x^2-4x+13$.

（3） 当$x=5$时，w取得最大值$\frac{7}{3}$.

解析

（1） 如图1，设$y_1=kx+b$过$(3,5)$，$(6,3)$，

$\begin{cases}5=3k+b\\3=6k+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=-\frac{2}{3}\\b=7\end{cases}$，

$\therefore y_1=-\frac{2}{3}x+7$，$(3\leqslant x\leqslant 6)$.

（2） 令$y_2=a(x-h)^2+k$，顶点为$(6,1)$，

$\therefore\begin{cases}h=6\\k=1\end{cases}$，

$\therefore y_2=a(x-6)^2+1$，

又$\because y_2=a(x-h)^2+k$过$(3,4)$，

$\therefore 4=a(3-6)^2+1$，

$a=\frac{1}{3}$，

$\therefore y_2=\frac{1}{3}(x-6)^2+1=\frac{1}{3}x^2-4x+13$.

（3） $w=y_1-y_2=-\frac{2}{3}x+7-(\frac{1}{3}x^2-4x+13)=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x-6=-\frac{1}{3}(x-5)^2+\frac{7}{3}$

，

$\therefore$当$x=5$时，w取得最大值$\frac{7}{3}$.

考点 ─函数

├一次函数

├求一次函数解析式

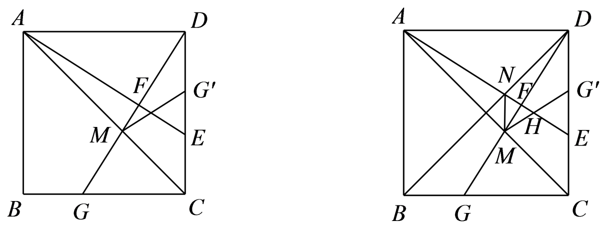
└已知两点求一次函数解析式

├二次函数

└待定系数法求二次函数解析式

└二次函数的应用

28 如图，点E为正方形$ABCD$的边CD上一点，$DF\perp AE$于F，交AC于M，交BC于G，在CD上取点G'，使$CG'=CG$，连接MG'．



（1）求证：$\angle AED=\angle CG'M$．

（2）连接BD交AE于点N，连接MN，MG'交AE于点H．

① 试判断MN与CD的位置关系，并说明理由．

② 若$AB=12$，$DG'=G'E$，求AH的长．

答案 （1）证明见解析．

（2）① $MN//CD$．

② $AH=3\sqrt{13}$．

解析 （1）$\because\triangle DFE\backsim\triangle DCG$，

$\therefore\angle AED=\angle DGC$，

又$\triangle MCG\cong\triangle MCG'$，

$\therefore \angle DGC = \angle CG'M$,

$\therefore \angle AED = \angle CG'M$.

（2） ① $MN//CD$,

$$\because \begin{cases} \angle AON = \angle DOM \\ AO = DO \\ \angle OAN = \angle ODM = 90^\circ - \angle DNE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AON \cong \triangle DOM$,

$\therefore OM = ON$，$\triangle ONM \cong \triangle ODC$,

$\therefore MN//CD$.

② $\because \triangle ABN \backsim \triangle DEN$,

$\therefore \dfrac{AN}{NE} = \dfrac{AB}{DE}$，$AE = 4\sqrt{13}$,

又$AD^2 + DE^2 = AE^2$,

在$\triangle AOM$中，有$AO^2 + ON^2 = AN^2$，又$AO = 6\sqrt{2}$,

$\therefore ON = OM = \dfrac{6\sqrt{2}}{5}$，$MN = \dfrac{12}{5}$,

又$\because \triangle MNH \backsim \triangle G'EH$,

$$\begin{cases} \dfrac{MN}{G'E} = \dfrac{NH}{HE} \\ G'E = \dfrac{1}{2}DE \end{cases},$$

$\therefore HE = \sqrt{13}$,

即可得$AH = AE - HE = 3\sqrt{13}$.

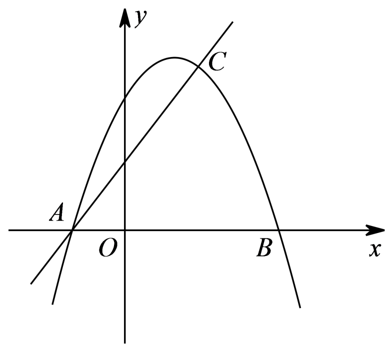
考点

- 几何初步
  - 角
    - 余角和补角
      - 互余与互补
  - 相交线与平行线
    - 平行线的判定
    - 平行线的性质
- 三角形

- 全等三角形
  - 全等三角形的性质
  - 全等三角形的判定
- 直角三角形
  - 勾股定理
- 相似三角形
  - 平行线分线段成比例
    - 平行线分线段成比例定理的应用
  - 相似三角形的性质
  - 相似三角形的判定

四边形
- 正方形
  - 正方形的性质

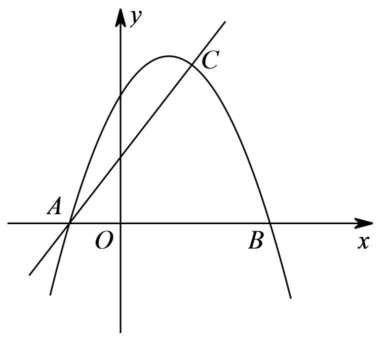
29 如图抛物线$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+c$与$x$轴交于$A$，$B$两点（点$A$在点$B$的左侧），过点$A$的直线$y=\frac{3}{2}x+3$与抛物线交于另一点$C$，且点$C$的纵坐标为6．



（1） 求抛物线的函数表达式．

（2） 点D是抛物线上的一个动点，若$\triangle ACD$的面积为4，求点D的坐标.

（3） 在（2）的条件下，过直线AC上方的点D的直线与抛物线交于点E，与x轴正半轴交于点F，若$AE=EF$，求$\tan\angle EAF$的值.



答案 （1） $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+5$.

（2） 点$D(0,5)$或$(2\sqrt{2},3\sqrt{2}+1)$或$(-2\sqrt{2},1-3\sqrt{2})$.

（3） $\tan\angle EAF=\frac{1}{2}$.

解析 （1） $\because y_C=6$，

$\therefore 6=\frac{3}{2}x+3$，$x=2$，

$\therefore$点$C(2,6)$，

将点$C(2,6)$代入$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+c$中得，

$c=5$，

$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+5$.

（2） $0=\frac{3}{2}x+3$，$x=-2$，

$\therefore A(-2,0)$，

设点$D(m,-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+5)$，

$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\left|y_D-(\frac{3}{2}m+3)\right|\times|x_A-x_C|$，

$4=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+5-\frac{3}{2}m-3\right|\times|-2-2|$，

$\therefore\left|-\frac{1}{2}m^2+2\right|=2$，

$\therefore -\frac{1}{2}m^2+2=2$或$-\frac{1}{2}m^2+2=-2$，

$\therefore m=0$或$m=2\sqrt{2}$或$m=-2\sqrt{2}$，

代入抛物线解析式中得：

点$D(0,5)$或$(2\sqrt{2},3\sqrt{2}+1)$或$(-2\sqrt{2},1-3\sqrt{2})$.

（3） 设点$F(n,0)$，$n>0$，

$\because$点D在AC上方，

$\therefore$取点D为$(0,5)$，

$\because AE=EF$，

$\therefore x_E=\dfrac{n-2}{2}$，

设$y_{DF}=kx+5$，将$F(n,0)$代入得，

$0=nk+5$，$k=-\dfrac{5}{n}$，

$\therefore y_{DF}=-\dfrac{5}{n}x+5$，

则$-\dfrac{5}{n}x+5=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+5$，

解得，$x\left(x-\dfrac{10}{n}-3\right)=0$，

解得，$x=0$（舍去），

$x_E=\dfrac{10}{n}+3$，

$\therefore \dfrac{10}{n}+3=\dfrac{n-2}{2}$，

$\therefore n=10$或$n=-2$（舍去），

$\therefore x_E=4$，

$y_E=-\dfrac{1}{2}\times 4^2+\dfrac{3}{2}\times 4+5=3$，

$\therefore$点$E(4,3)$，

$\therefore \tan\angle EAF=\dfrac{3}{2+4}=\dfrac{1}{2}$.

考点

- 函数
  - 一次函数
    - 一次函数的应用
  - 二次函数
    - 待定系数法求二次函数解析式
    - 二次函数与面积问题
    - 二次函数综合题
- 三角形

- 锐角三角函数
  - 锐角三角函数的定义