

尤溪一中 2018-2019 高一数学周测 (十一) 答案解析

第 1 题答案 A

第 1 题解析

(1)是假命题,相等向量若起点相同,则终点必相同.

(2)是假命题,有可能 $AB \parallel CD$.

(3)是假命题,当 $\vec{b} = \vec{0}$ 时,命题不成立.

(4)是假命题.当两者中有个零向量时不成立.

第 2 题答案 B

第 2 题解析

作为基底的条件是两不共线的向量,

因为 B 中 $3e_1 - 2e_2$ 和 $44e_2 - 6e_1$ 平行,不能作为一组基底.

第 3 题答案 B

第 3 题解析

由 $\vec{b} \parallel \vec{a}$, 得 $1 \times m = 2 \times (-2)$, 即 $m = -4$.

$$2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(1, 2) + 3(-2, -4) = (-4, -8).$$

第 4 题答案 B

第 4 题解析

解: $\because \vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$

$$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \text{ (即: } \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0)$$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -9$$

$$\therefore \vec{b} \text{ 在 } \vec{a} \text{ 方向上的投影为: } \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} = -3.$$

第 5 题答案 B

第 5 题解析

$$\text{因为 } \vec{BD} = \vec{BC} - \vec{CD} = \vec{a} + 5\vec{b},$$

所以 $\vec{BD} = \vec{AB}$, 即 A、B、D 三点共线.

第 6 题答案 A

第 6 题解析

$$\because \vec{AC} = (-3, 3), \vec{AB} = (1, 1),$$

$$\therefore \vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0.$$

第 7 题答案

D

第 7 题解析

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = 5 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \dots \textcircled{1};$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = 5 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \dots \textcircled{2},$$

将②代入①得: $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 6, \therefore |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{6} \dots$

第8题答案 B

第8题解析

$$\text{解: } \because \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA},$$

$$\therefore \vec{OB} \cdot (\vec{OA} - \vec{OC}) = 0 \Rightarrow \vec{OB} \cdot \vec{CA} = 0 \Rightarrow \vec{OB} \perp \vec{CA}.$$

同理可得 $\vec{OA} \perp \vec{BC}$, $\vec{OC} \perp \vec{AB}$, 故点O是 $\triangle ABC$ 的垂心.

第9题答案 D

第9题解析

$$\because \text{点} B, M, F \text{三点共线, 则存在实数} t, \text{使} \vec{AM} = (1-t)\vec{AB} + t\vec{AF},$$

$$\text{又} \vec{AB} = 2\vec{AE}, \vec{AF} = \frac{1}{3}\vec{AC}, \text{则} \vec{AM} = 2(1-t)\vec{AE} + \frac{t}{3}\vec{AC}.$$

$$\because \text{点} C, M, E \text{三点共线, 则} 2(1-t) + \frac{t}{3} = 1, \therefore t = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore x = \frac{4}{5}, y = \frac{3}{5}.$$

第10题答案 D

第10题解析

作CO的延长线交AB于点D, 作BC的延长线交AC于点E,

$$\text{则} \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OD}, \vec{OA} + \vec{OC} = 2\vec{OE},$$

$$\text{点O是边长为1的等边三角形ABC的中心, 则} OD = OE = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{且OD与OE的夹角为} 120^\circ, \text{则} (\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OA} + \vec{OC}) = 4|\vec{OD}|^2 \times (-\frac{1}{2}) = 4 \times \frac{3}{36} \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{6}.$$

第11题答案 梯形

第11题解析

由 $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$, 对应的两条边平行, 又 $|\vec{AB}| \neq |\vec{CD}|$, 对应两条边不等, 则得四边形ABCD的形状是梯形.

第12题答案 $k = -1$

第12题解析

$$(k\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{a} \text{ 则 } (k\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{a} = 0, \text{ 即 } k|\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 0. \text{ 又 } |\vec{a}| = \sqrt{2}, \vec{a} \cdot \vec{b} = -1, \therefore$$

$$2k + 2 = 0, \therefore k = -1.$$

第13题答案

1

2

第13题解析

设 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ ,

$$\text{则 } (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b}^2$$

$$= 2\vec{a}^2 - |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta - \vec{b}^2 = -4,$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2}.$$

第 14 题答案

1:1

第 14 题解析

设 G 为 BC 的中点, 由题意知 O 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $S_{AOB} : S_{ABG} = 2 : 3$, 同理 $S_{AGC} : S_{AOC} = 3 : 2$. 而 $S_{ABG} = S_{ACG}$, 故 $S_{AOB} : S_{AOC} = 1 : 1$.

第 15 题答案

$$(1) \overrightarrow{CD} = 2(\vec{b} - \vec{a}), \quad (2) |\overrightarrow{CD}| \in [2\sqrt{3}, 2\sqrt{7}].$$

第 15 题解析

(1) 连接 AB , 则 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$, $\because A, B$ 分别是线段 CE, ED 的中点, $\therefore \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, 则

$$\overrightarrow{CD} = 2(\vec{b} - \vec{a}).$$

$$(2) |\overrightarrow{CD}| = 2\sqrt{|\vec{b} - \vec{a}|^2} = 2\sqrt{|\vec{b}|^2 + |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = 2\sqrt{|\vec{b}|^2 + |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos q}, \text{ 将 } |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2 \text{ 代入,}$$

$$\text{则 } |\overrightarrow{CD}| = 2\sqrt{1 + 4 - 2 \times 2 \cos q} = 2\sqrt{5 - 4 \cos q}. \because q \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right],$$

$$\therefore \cos q \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \text{ 则 } 5 - 4 \cos q \in [3, 7],$$

$$\text{故 } |\overrightarrow{CD}| \in [2\sqrt{3}, 2\sqrt{7}].$$

第 16 题答案

$$(1) \frac{\pi}{4}; \quad (2) k = 0.$$

第 16 题解析

$$(1) \because \vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (1, -1),$$

$$\therefore 2\vec{a} + \vec{b} = (3, 3), \vec{a} - \vec{b} = (0, 3),$$

$$\therefore |2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3,$$

$$\therefore (2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = (3, 3) \cdot (0, 3) = 9,$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|2\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{9}{3 \times 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\because \theta \in [0, \pi], \therefore \theta = \frac{\pi}{4};$$

$$(2) \because \vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (1, -1),$$

$$\therefore 2\vec{a} + \vec{b} = (3, 3), k\vec{a} - \vec{b} = (k-1, 2k+1),$$

$$\therefore (2\vec{a} + \vec{b}) \perp (k\vec{a} - \vec{b}), \therefore (2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (k\vec{a} - \vec{b}) = 0,$$

$$\therefore 3(k-1) + 3(2k+1) = 0, \text{ 解得 } k = 0.$$

第 17 题答案

(1) $y = 5 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$;

(2) $[-\frac{\pi}{6} - k\pi, \frac{\pi}{3} - k\pi], k \in \mathbb{Z}$;

(3) $-\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

第 17 题解析

(1) $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}, \therefore T = \pi, A = 5,$

$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2, \text{由 } \omega \times \frac{\pi}{12} + \phi = 0 \text{ 得 } \phi = -\frac{\pi}{6}.$

$\therefore y = 5 \sin(2x - \frac{\pi}{6}).$

(2) 要求函数的增区间, 则: $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < 2x - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2} - 2k\pi,$

$\therefore -\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} - k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

\therefore 函数的增区间为 $[-\frac{\pi}{6} - k\pi, \frac{\pi}{3} - k\pi], k \in \mathbb{Z}.$

(3) $5 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) < 0, \therefore -\pi + 2k\pi < 2x - \frac{\pi}{6} < 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

$\therefore -\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} - k\pi, k \in \mathbb{Z}.$