

2017~2018学年广东广州高一下学期期末数学试 卷铁一、广大附、广外

一、选择题：每题5分,共60分

1 设全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - x - 6 > 0\}$ ， $B = \{x \in \mathbf{R} | \log_2(2x - 1) > 0\}$ ， $(\complement_U A) \cap B = ()$.

A. $\{x \in \mathbf{R} | x > 3\}$

B. $\{x \in \mathbf{R} | x \geq -2\}$

C. $\{x \in \mathbf{R} | 1 < x \leq 2\}$

D. $\{x \in \mathbf{R} | 1 < x \leq 3\}$

2 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前3项和 $S_3 = 7$ ，若 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列，则 $a_2 = ()$.

A. 2

B. 4

C. 8

D. 16

3 设实数 $a = \log_{\frac{1}{2}} 5$ ， $b = \left(\frac{1}{5}\right)^{0.2}$ ， $c = 2^{\frac{1}{5}}$ ，则 a, b, c 的大小顺序为() .

A. $a > b > c$

B. $c > b > a$

C. $c > a > b$

D. $b > a > c$

4 在 $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，则 $\triangle ABC$ 是() .

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 无法确定

5 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3^n + a$ ，则 a 等于() .

A. -3

B. -1

C. 3

D. 1

6 设 $x > 0, y > 0$ ，若 $x + y - 1 = 0$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值为() .

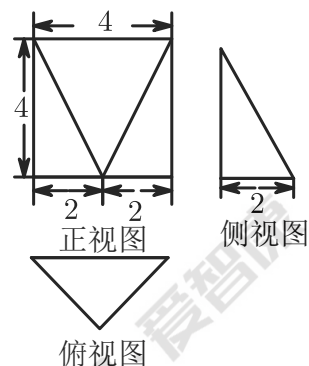
A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

7 如图是某个几何体的三视图，则这个几何体外接球的表面积为 () .

A. 28π B. 32π C. 36π D. 48π

8 将函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ 的图象向左平移 a ($a > 0$) 个单位后，得到函数 $g(x)$ 的图象若函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{24}$ 对称，则实数 a 的最小值为 () .

A. $\frac{5\pi}{24}$ B. $\frac{7\pi}{24}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{12}$

9 已知等差数列 $5, 4\frac{2}{7}, 3\frac{4}{7}, \dots$ 的前 n 项和为 S_n , 则使得 S_n 最大的序号 n 的值为 () .

A. 7

B. 8

C. 7或8

D. 8或9

10 直线 $x + 2y - 5 + \sqrt{5} = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 截得的弦长为 () .

A. 1

B. 2

C. 4

D. $4\sqrt{6}$

11 设实数 x, y 满足 $3 \leq xy^2 \leq 8, 4 \leq \frac{x^2}{y} \leq 9$, 则 $\frac{x^2}{y^4}$ 的最大值为 () .

A. 72

B. 64

C. 32

D. 27

12 已知相异两点 O, H 分别为 $\triangle ABC$ 的外心与垂心, 且 $\overrightarrow{OH} = m(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, 则实数 $m = ()$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 不确定

二、填空题：每题5分,共20分

13 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120° , $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$, 则 $|\vec{b}| =$ _____.

14 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = -\frac{2}{3}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

15 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y - 1 \geq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \\ 3x - 6y - 4 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{x + y - 1}{x + 1}$ 的最大值为_____.

16 若关于 x 的方程 $\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x - a = 0$ 在 $(0, \pi)$ 内有两相异实根 α, β , 则 $\alpha + \beta =$ _____.

三、解答题：共6小题,共70分

17 已知向量 $\vec{a} = (-2 \cos x, 1)$, $\vec{b} = (\cos x, \sqrt{3} \sin 2x + 1)$.

(1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求 $\frac{1}{\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x}$ 的值.

(2) 设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} (x \in \mathbf{R})$, 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间.

18 分数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $a_n \neq 0$, 且 $a_n a_{n+1} = 4S_n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 证明： $a_{n+2} - a_n = 4$.

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_n}{2^n} = \frac{S_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前2018项和 T_{2018} .

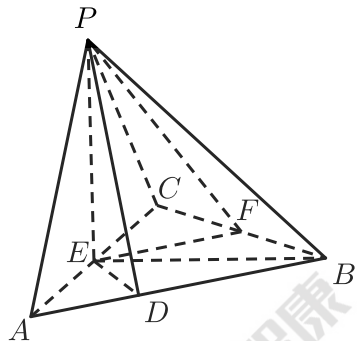
19 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $a = 4$, $a \cos B = (2c - b) \cos A$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的周长的最大值.

20

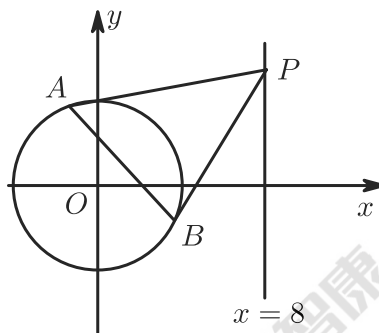
如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $\triangle PAC$ ， $\triangle ABC$ 都是正三角形， $AC=2$ ， E ， F 分别是 AC ， BC 的中点，且 $PD \perp AB$ 于 D ，平面 $PAC \perp$ 平面 ABC 。



- (1) 证明： $EF \perp ED$ 。
- (2) 求点 F 到平面 PAB 的距离。

21 已知圆 C 的圆心为坐标原点 O ，且与直线 $x + y + 4\sqrt{2} = 0$ 相切。

- (1) 求圆 C 的方程。
- (2) 如图，动点 P 在直线 $x = 8$ 上，过 P 点引圆 C 的两条切线 PA 、 PB ，切点为 A 、 B ，探究直线 AB 是否经过定点，若是，求出定点坐标；若经过定点，请说明理由。



22 已知函数 $f(x) = x|x - a| (x \in \mathbf{R})$ 。

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性。
- (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间。
- (3) 令 $g(x) = f(x) - b (b \in \mathbf{R})$ ，若对任意的 $a \in [2, 4]$ ，函数 $g(x)$ 恒有3个零点，求实数 b 的取值范围。