

# 尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三文科数学周测（十）答案解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	B	C	C	D	A

9. -2      10. 6      11. 2015

第 1 题答案 B

第 1 题解析: 解得集合 A 为  $[0, 2]$  集合 B 为 y 的值域  $[-1, 0]$   $A \cup B = [-1, 2]$ , 选 B

第 2 题答案 D

第 2 题解析

命题“若  $xy=0$ , 则  $x=0$ ”的否命题为“若  $xy \neq 0$ , 则  $x \neq 0$ ”, 所以 A 错; 命题“若  $\cos x = \cos y$ , 则  $x=y$ ”为假命题, 故其逆否命题也假, 故 B 错; 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}$ , 使得  $2x^2 - 1 < 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}$ , 均有  $2x^2 - 1 \geq 0$ ”, 所以 C 错; “若  $x+y=0$ , 则  $x, y$  互为相反数”的逆命题为“若  $x, y$  互为相反数, 则  $x+y=0$ ”显然正确. 所以应选 D.

第 3 题答案 C

第 3 题解析 略

第 4 题答案 B

第 4 题解析

以正方形的一条边的两个端点为焦点, 且过另外两个顶点的椭圆的离心率为  $e_1 = \frac{t}{\sqrt{2t+t}} = \frac{1}{\sqrt{2+1}}$ ,

双曲线的离心率为  $e_2 = \frac{t}{\sqrt{2t-t}} = \frac{1}{\sqrt{2-1}}$ , 故他们的积为 1, 选 B

第 5 题答案 C

第 5 题解析

由三视图知, 商鞅铜方升由一圆柱和一长方体组合而成. 由题意得:  $(5.4-x) \times 3 \times 1 + \pi \cdot (\frac{1}{2})^2 x = 12.6$ ,  $x=1.6$

第 6 题答案 C

第 6 题解析

$F_1(-5, 0), F_2(5, 0), |F_1F_2|=10, \therefore 3|PF_1|=4|PF_2|, \therefore$  设  $|PF_2|=x$ ,

则, 由双曲线的性质知, 解得  $x=6, \therefore |PF_1|=8, |PF_2|=6, \therefore \angle F_1PF_2=90^\circ, \therefore \triangle PF_1F_2$  的面积  $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$

第 7 题答案 D

第 7 题解析

(命题立意) 考查  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  型函数的图象和性质, 会由  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象求函数解析式, 掌握三角函数的周期性、奇偶性、对称性等.

因为  $f(x)$  的图象的相邻两对称中心的距离为  $\pi$ , 所以  $\frac{T}{2} = \pi, T = 2\pi = \frac{2\pi}{\omega}$ , 所以  $\omega = 1$ .

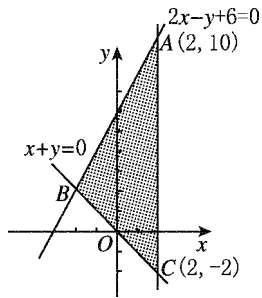
所以  $f(x) = A \sin(x + \varphi)$ . 由  $f(x + \frac{\pi}{2}) = f(-x)$ , 得  $A \sin(x + \frac{\pi}{2} + \varphi) = A \sin(-x + \varphi), \therefore x + \frac{\pi}{2} + \varphi = -x + \varphi + 2k\pi$  或  $x + \frac{\pi}{2} + \varphi = \pi - (-x + \varphi) + 2k\pi$ . 又  $|\varphi| < \frac{\pi}{4}$ , 所以选 D.

(思维拓展) 由  $f(x + \frac{\pi}{2}) = f(-x)$  求得  $\varphi$  是解答本题的关键

第 8 题答案 A

第 8 题解析

作出不等式组所对应的平面区域,如图中阴影部分所示.



由目标函数  $z = -mx + y$  得  $y = mx + z$ , 当直线  $y = mx + z$  在  $y$  轴上的截距最大时,  $z$  最大, 直线  $y = mx + z$  在  $y$  轴上的截距最小时,  $z$  最小.

$\therefore$  目标函数  $z = -mx + y$  的最大值为  $-2m + 10$ , 最小值为  $-2m - 2$ ,

$\therefore$  当直线  $y = mx + z$  经过点  $A(2, 10)$  时,  $z$  取得最大值, 经过点  $C(2, -2)$  时,  $z$  取得最小值,

$\therefore$  直线  $y = mx + z$  的斜率  $m$  不小于直线  $x + y = 0$  的斜率, 不大于直线  $2x - y + 6 = 0$  的斜率, 即  $-1 \leq m \leq 2$

第 9 题答案 - 2

第 9 题解析

函数  $f(x)$  的导函数  $f'(x) = x^3 - 3x + 2$ , 令  $x^3 - 3x + 2 = 0$ ,

即  $(x+2)(x^2 - 2x + 1) = 0$ , 解得  $x = -2$  或  $x = 1$ ,

$x = 0, x = -2$  是函数的极值点.

当  $x > 1$  时,  $f'(x) = x^3 - 3x + 2 > 0, x = 1$  不是函数的极值点

第 10 题答案 6

第 10 题解析

取  $A$  为特殊点,  $A$  取四个顶点任意一个皆可

第 11 题答案

2015

第 11 题解析

16 解析: 由已知得  $a_{n+1} - a_n$  是 4 为首项, 2 为公差的等差数列,  $a_{n+1} - a_n$  的通项公式为  $2n + 2$ ,  $a_{n+1} - a_n = 2n + 2$  ①,  $a_n - a_{n-1} = 2(n-1) + 2$  ②,  $a_{n-1} - a_{n-2} = 2(n-2) + 2$  ③

.....  $a_3 - a_2 = 6, a_2 - a_1 = 4$ ,  $n$  式累加得  $a_{n+1} - a_1 = (n+1)^2 + (n+1) - 2$ ,

所以  $a_n = n^2 + n$ ,  $[\frac{2016}{a_1} + \frac{2016}{a_2} + \dots + \frac{2016}{a_{2016}}] = [2016(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2016}})]$

$\therefore \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2016}} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{2016 \times 2017} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} +$

$\dots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017} = 1 - \frac{1}{2017}$ ,  $[2016(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2016}})]$

$= [2016(1 - \frac{1}{2017})] = 2015$

第 12 题答案

见解析

第 12 题解析

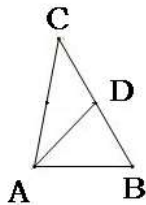
$$(1) \text{法 1: 由正弦定理得 } \sin C = \frac{c}{b} \sin B = \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

又 $\because$  在 $\triangle ABC$ 中,  $b > c$ ,  $\therefore C < B$ ,  $\therefore 0 < C < \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C} = \sqrt{1 - \frac{3}{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \therefore \cos \angle BAC = \cos(\pi - B - C) = -\cos(B + C)$$

$$= -(\cos B \cos C - \sin B \sin C)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$



法 2: 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \angle ABC$$

$$\therefore 7 = 4 + a^2 - 2 \times 2 \times a \times \frac{1}{2} \therefore (a-3)(a+1) = 0 \text{ 解得 } a = 3 \text{ (} a = -1 \text{ 已舍去)}$$

$$\therefore \cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4 + 7 - 9}{2 \times 2 \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$(2) \text{法 1: } \because \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \therefore \overrightarrow{AD}^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{1}{4}\left(4 + 7 + 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{7}}{14}\right) = \frac{13}{4} \therefore AD = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

法 2: 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle BAC$

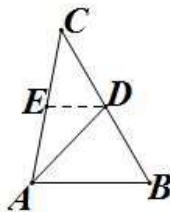
$$= 4 + 7 - 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{7}}{14} = 9 \therefore BC = 3 \therefore BD = \frac{3}{2}$$

在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理得  $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD \dots$

$$= 4 + \frac{9}{4} - 2 \times 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{4} \therefore AD = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

法 3: 设  $E$  为  $AC$  的中点, 连结  $DE$ ,

$$\text{则 } DE = \frac{1}{2}AB = 1, \quad AE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{7}$$



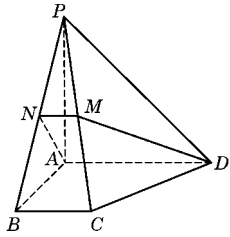
在 $\triangle ADE$ 中, 由余弦定理得  $AD^2 = AE^2 + DE^2 - 2AE \cdot DE \cdot \cos \angle AED$

$$= \frac{7}{4} + 1 + 2 \times \frac{\sqrt{7}}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{7}}{14} = \frac{13}{4} \therefore AD = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

见解析

第 13 题解析

(1)证明:因为  $N$  是  $PB$  的中点,  $PA = AB$ , 所以  $AN \perp PB$ 。



由  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 得  $PA \perp AD$ , 又  $\angle BAD = 90^\circ$ , 即  $BA \perp AD$ ,

$\therefore AD \perp$  平面  $PAB$ , 所以  $AD \perp PB$ ,  $\therefore PB \perp$  平面  $ADMN$ ,

$\therefore PB \perp DM$ 。

(2)解:由  $AD = AB = 2BC = 2$ , 得底面直角梯形  $ABCD$  的面积

$$S = \frac{BC + AD}{2} \times AB = \frac{1 + 2}{2} \times 2 = 3,$$

由  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 得四棱锥  $P - ABCD$  的高  $h = PA = 2$ ,

所以四棱锥  $P - ABCD$  的体积  $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 = 2$ 。 的体积 =

由  $M, N$  分别为  $PC, PB$  的中点, 得  $MN \parallel BC$ , 且  $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}$ ,

又  $AD \parallel BC$ , 故  $MN \parallel AD$ , 由(1)得  $AD \perp$  平面  $PAB$ , 又  $AN \subset$  平面  $PAB$ ,

故  $AD \perp AN$ ,  $\therefore$  四边形  $ADMN$  是直角梯形,

在  $Rt\triangle PAB$  中,  $PB = \sqrt{PA^2 + AB^2} = 2\sqrt{2}$ ,  $AN = \frac{1}{2}PB = \sqrt{2}$ ,

$\therefore$  截面  $ADMN$  的面积  $S = \frac{1}{2}(MN + AD) \times AN = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 2) \times \sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$

见解析

第 14 题解析

(1) 设  $M(x, y)$ ,

$$\text{由 } k_{MA} \cdot k_{MB} = -\frac{1}{2} \text{ 得 } \frac{y}{x+1} \cdot \frac{y}{x-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{化简得 } x^2 + 2y^2 = 1 (x \neq \pm 1)$$

所以动点  $M$  的轨迹  $F$  是椭圆  $x^2 + 2y^2 = 1$  (除去  $A, B$  两点)

(2) 设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$

$$\text{联立 } \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 1 \\ y = kx - 1 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 整理得 } (1 + 2k^2)x^2 - 4kx + 1 = 0$$

$$\text{由 } \Delta = 16k^2 - 4(2k^2 + 1) > 0 \text{ 且 } k \neq \pm 1$$

$$\text{得 } k \in (-\infty, -1) \cup (-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \cup (\frac{\sqrt{2}}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$\text{且 } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4k}{2k^2 + 1} \\ x_1 x_2 = \frac{1}{2k^2 + 1} \end{cases}$$

若  $PQ$  为直径的圆过原点, 则  $x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$

$$\text{即 } x_1 x_2 + y_1 y_2 = x_1 x_2 + (kx_1 - 1)(kx_2 - 1)$$

$$= (k^2 + 1)x_1 x_2 - k(x_1 + x_2) + 1 = \frac{k^2 + 1}{2k^2 + 1} - \frac{4k^2}{2k^2 + 1} + 1 = 0$$

解得  $k = \pm\sqrt{2}$ , 符合题意

所以存在以线段  $PQ$  为直径的圆过原点。

设  $N(0, -1)$

$$\text{此时 } S_{\Delta OPQ} = S_{\Delta OQN} - S_{\Delta OPR}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1 - x_2| = \frac{1}{2}\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{32}{25} - \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$