

2018-2019 学年度下学期昆明市八校初三年级联考

数学试卷参考答案及评分意见

一、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	9	1.29×10^8	-2	$2a(x+2)(x-2)$	$\frac{3}{5}$	$2\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{13}$

二、选择题（每小题 4 分，共 32 分）

题号	7	8	9	10	11	12	13	14
答案	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>B</i>

三、解答题（共 9 题，满分 70 分）

15. 解：原式= $2 - 1 - (-1) + 9 + \frac{1}{2}$ ----- 2 分
 $= 11\frac{1}{2}$ ----- 4 分

16. 证明：∵ AF=DC,
 ∴ AF+FC=FC+CD,
 ∴ AC=FD, ----- 1 分

在△ABC 和△DEF 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \\ AC = DF \end{cases}$$

∴ △ABC≌△DEF (AAS) ----- 5 分
 ∴ BC=EF. ----- 6 分

17. (1) 设捐 5 元、10 元、15 元、20 元和 30 元的人数分别为 $3x, 4x, 5x, 10x, 8x$,
 则 $8x = 16$, 解得: $x = 2$, ----- 1 分

∴ $3x + 4x + 5x + 10x + 8x = 30x = 60$ (人) . ----- 2 分

(2) 捐 5 元、10 元、15 元、20 元和 30 元的人数分别为 6, 8, 10, 20, 16.
 ∵ 20 出现次数最多, ∴ 众数为 20 元; ----- 3 分

∵ 共有 60 个数据, 第 30 个和第 31 个数据落在第四组内,

∴ 中位数为 20 元; ----- 4 分

$$\frac{5 \times 6 + 10 \times 8 + 15 \times 10 + 20 \times 20 + 30 \times 16}{60} \times 2000 = 38000 \text{ (元)} \text{----- 6分}$$

答：估算全校学生共捐款 38000 元。----- 7分

18. (1) 正数为 2，所以该球上标记的数字为正数的概率为 $\frac{1}{4}$ ；----- 2分

(2) 列表如下

	-3	-1	0	2
-3		(-3, -1)	(-3, 0)	(-3, 2)
-1	(-1, -3)		(-1, 0)	(-1, 2)
0	(0, -3)	(0, -1)		(0, 2)
2	(2, -3)	(2, -1)	(2, 0)	

----- 4分(树状图参照给分)

共有 12 种结果，每种结果出现的可能性相同 ----- 5分

(2) 点 (x, y) 位于第二象限结果有 2 种： $(-3, 2)$ 、 $(-1, 2)$ ----- 6分

$$\therefore P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{----- 7分}$$

19. (1) $\because \sqrt{4 + \frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$, 验证: $\sqrt{4 + \frac{4}{15}} = \sqrt{\frac{64}{15}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$, ----- 3分

(2) 由(1)中的规律可知 $3=2^2-1$, $8=3^2-1$, $15=4^2-1$, $\therefore \sqrt{a + \frac{a}{a^2-1}} = a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}}$,

验证: $\sqrt{a + \frac{a}{a^2-1}} = \sqrt{\frac{a^3}{a^2-1}} = a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}}$ ----- 7分

20. 解: (1) $\because y = (x-h)^2 + k$ 的对称轴是 $x=1$,

$$\therefore y = (x-1)^2 + k \text{----- 1分}$$

当抛物线经过原点,

$$\therefore \text{把}(0,0)\text{代入}y = (x-1)^2 + k \text{得}k = -1. \text{----- 3分}$$

(2) 当 $y = (x-1)^2 + k$ 经过 $(-1, 0)$ 时, $k = -4$. ----- 5分

当 $y = (x-1)^2 + k$ 经过 $(0, 0)$ 时, $k = -1$. ----- 6分

$\because y = (x-1)^2 + k$ 的图像随着 k 的变化上下平移,

当 $-1 < x < 0$ 时, 抛物线与 x 轴有且只有一个公共点, k 的取值范围是: $-4 < k < -1$. ----- 8分

21. (1) 设甲种品牌的进价为 x 元, 则乙种品牌空调的进价为 $(1+20\%)x$ 元, ----- 1 分

由题意, 得 $\frac{7200}{(1+20\%)x} = \frac{3000}{x} + 2$, ----- 2 分

解得 $x=1500$, ----- 3 分

经检验, $x=1500$ 是原分式方程的解,

乙种品牌空调的进价为 $(1+20\%) \times 1500 = 1800$ (元).

答: 甲种品牌的进价为 1500 元, 乙种品牌空调的进价为 1800 元; ----- 4 分

(2) 设购进甲种品牌空调 a 台, 则购进乙种品牌空调 $(10-a)$ 台,

由题意, 得 $1500a + 1800(10-a) \leq 16000$, ----- 5 分

解得 $\frac{20}{3} \leq a$, ----- 6 分

设利润为 w 元, 则 $w = (2500-1500)a + (3500-1800)(10-a) = -700a + 17000$, ----- 7 分

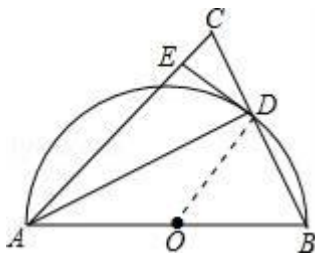
因为 $-700 < 0$,

则 w 随 a 的增大而减少,

当 $a=7$ 时, w 最大, 最大为 12100 元. ----- 8 分

答: 当购进甲种品牌空调 7 台, 乙种品牌空调 3 台时, 售完后利润最大, 最大为 12100 元 ----- 9 分

22. (1) 证明: 连接 OD , ----- 1 分



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore AD \perp BC$,

$\because AB = AC$,

$\therefore AD$ 平分 BC , 即 $DB = DC$,

$\because OA = OB$,

$\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线, ----- 2 分

$\therefore OD \parallel AC$, ----- 3 分

∵ $DE \perp AC$,

∴ $OD \perp DE$, ----- 4分

∴ DE 是 $\odot O$ 的切线; ----- 5分

(2) ∵ $\angle B = \angle C$, $\angle CED = \angle BDA = 90^\circ$,

∴ $\triangle DEC \sim \triangle ADB$, ----- 6分

∴ $\frac{CE}{BD} = \frac{CD}{AB}$, ----- 7分

∴ $BD \cdot CD = AB \cdot CE$,

∵ $BD = CD$,

∴ $BD^2 = AB \cdot CE$, ----- 8分

∵ $\odot O$ 半径为 3, $CE = 2$,

∴ $BD = \sqrt{6 \times 2} = 2\sqrt{3}$. ----- 9分

23. 解: (1) 当 $t = 3$ 时, 点 E 为 AB 的中点,

∴ $A(8, 0), C(0, 6)$.

∴ $OA = 8, OC = 6$.

点 D 为 OB 的中点,

∴ $DE \parallel OA, DE = \frac{1}{2}OA = 4$.

∵ 四边形 $OABC$ 是矩形,

∴ $OA \perp AB$,

∴ $DE \perp AB$,

$\angle OAB = \angle DEA = 90^\circ$,

又∵ $DF \perp DE$,

∴ $\angle EDF = 90^\circ$.

∴ 四边形 $DFAE$ 是矩形,

∴ $DF = AE = 3$. ----- 3分

(2) $\angle DEF$ 的大小不变; 理由如下:

作 $DM \perp OA$ 于 M , $DN \perp AB$ 于 N , 如图 2 所示:

∵ 四边形 $OABC$ 是矩形,

∴ $OA \perp AB$.

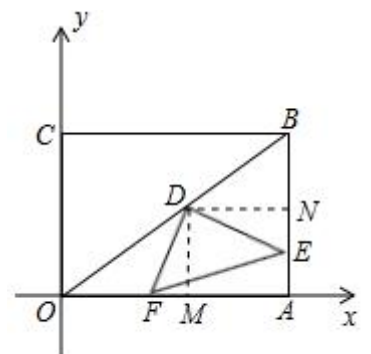


图2

∴ 四边形 $DMAN$ 是矩形,

∴ $\angle MDN = 90^\circ, DM \parallel AB, DN \parallel OA,$

$$\therefore \frac{BD}{DO} = \frac{BN}{NA}, \frac{DO}{BO} = \frac{OM}{MA},$$

∴ 点 D 为 OB 的中点,

∴ M 、 N 分别是 OA 、 AB 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AB = 3, DN = \frac{1}{2}OA = 4,$$

∴ $\angle EDF = 90^\circ,$

∴ $\angle FDM = \angle EDN,$

又 ∵ $\angle DMF = \angle DNE = 90^\circ,$

∴ $\triangle DMF \sim \triangle DNE,$

$$\therefore \frac{DF}{DE} = \frac{DM}{DN} = \frac{3}{4},$$

∴ $\angle EDF = 90^\circ,$

$$\therefore \tan \angle DEF = \frac{DF}{DE} = \frac{3}{4}; \text{----- 7 分}$$

(3) 作 $DM \perp OA$ 于 M , $DN \perp AB$ 于 N ,

若 AD 将 $\triangle DEF$ 的面积分成 1: 2 的两部分,

设 AD 交 EF 于点 G , 则点 G 为 EF 的三等分点;

① 当点 E 到达中点之前时, 如图 3 所示, $NE = 3 - t,$

$$\text{由 } \triangle DMF \sim \triangle DNE \text{ 得: } MF = \frac{3}{4}(3 - t),$$

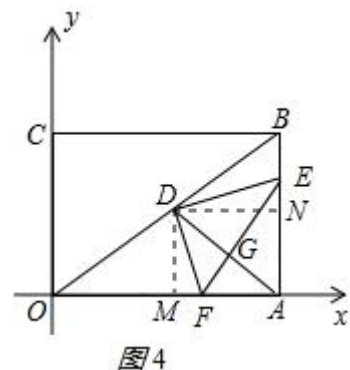
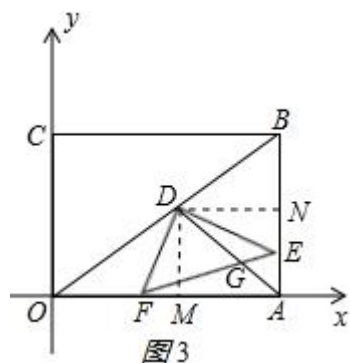
$$\therefore AF = 4 + MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4},$$

∴ 点 G 为 EF 的三等分点,

$$\therefore G\left(\frac{3t + 71}{12}, \frac{2}{3}t\right),$$

设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b,$

$$\text{把 } A(8, 0), D(4, 3) \text{ 代入得 } \begin{cases} 8k + b = 0 \\ 4k + b = 3, \end{cases}$$



解得：
$$\begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 6 \end{cases}$$

∴ 直线 AD 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 6$,

把 $\therefore G(\frac{3t+71}{12}, \frac{2}{3}t)$, 代入得 $t = \frac{75}{41}$,

② 当点 E 越过中点之后, 如图 4 所示, $NE = t - 3$,

由 $\triangle DMF \sim \triangle DNE$ 得: $NF = \frac{3}{4}(t-3)$,

∴ $AF = 4 - MF = -\frac{3}{4}t + \frac{25}{4}$,

∵ 点 G 为 EF 的三等分点,

∴ $G(\frac{3t+23}{6}, \frac{1}{3}t)$,

代入直线 AD 的解析式 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 得: $t = \frac{75}{17}$;

综上所述, 当 AD 将 $\triangle DEF$ 分成的两部分的面积之比为 1:2 时, t 的值为 $\frac{75}{41}$ 或 $\frac{75}{17}$ ----- 12 分