回溯自校正调节器研究之路

郭雷 中国科学院数学与系统科学研究院

本文首先介绍自校正调节器在自适应控制发展中所起的重要作用，以及对其进行理论研究所遇到的数学困难。其次，简单回顾自1973年瑞典Åström与Wittenmark教授发表“论自校正调节器”论文起，国际控制界在自校正调节器理论研究中所走过的一段艰难曲折历程。接着，笔者回顾自己的一段研究经历，介绍最终如何建立自校正调节器的全局收敛性理论等。最后，给出了一些研究感悟和体会。

1. 什么是“自校正调节器”？

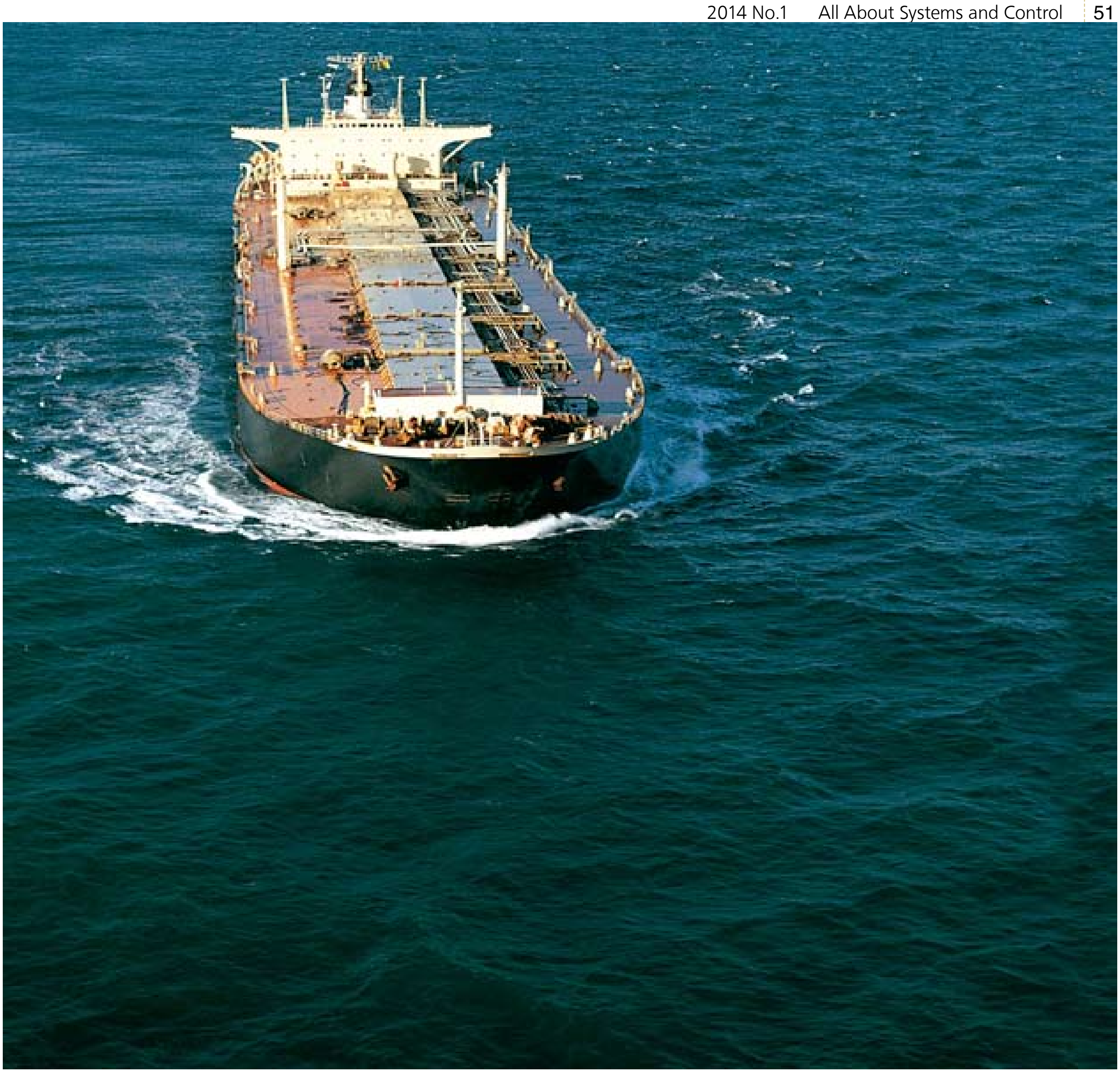
认识世界和改造世界是人类实践活动的基本内容，但现实世界总存在各种不确定性。在动态系统的结构和环境具有不确定性的情况下，如何对系统的运动状态和性能进行实时调控，以达到人们所期望的目的或要求（如稳定性与精确性等），是一个具有普适性的科学技术问题。解决这一问题的基本和必要方法是反馈控制。

自适应控制就是一种处理这类问题的反馈控制方法。它能够在系统的内部参数和外部环境都存在不确定性因素的情况下，根据所获得的系统状态或输出信息，实时地对系统的动态行为和环境变化进行某种“识别”，并实时地自动调整控制器的结构或参数，使被控系统达到预期的性能指标或控制目的。

如何实现上述诱人的自适应或“智能化”思想？一个自然的办法是将问题分解成两步：首先，推导出最优控制规律（一般依赖于系统模型的未知参数），然后，利用实时获得的系统信息对未知参数进行在线估计，并用相应的估计值去实时替代（或校正）最优控制规律中的未知参数。这就是所谓的“必然等价原则”。相应的控制器称为自校正（self-tuning）控制器，它是将参数估计器与反馈控制器耦合在一起，并应用在同一个反馈回路中。由于参数估计的不确定性，“必然等价原则”所给出的自校正控制未必在每一步都是最优的。但是，如果闭环控制系统的性能指标能够渐近收敛到最优值，那也就达到“自校正”目的了。

具体到经典自校正调节器，它是由线性随机动态系统的“最小二乘”估计算法与“最小方差”控制规律在线耦合而成的。毫无疑问，由这两个最基本的“最优原理”所产生的自校正调节器，不仅其构造美妙自然，而且具有基础的重要性。进一步，无论模拟仿真还是实际应用，都表明它的确具有良好性能。然而，由于自校正调节器在本质上，是由一组很复杂的非线性与非平稳随机动态方程所刻画（即使被控对象是线性系统亦然），这就使得为其建立收敛性理论会遇到预想不到的数学困难。

那么，出现该研究困难的根本原因究竟是什么呢？实际上，任何一个功能较为高级的“智能化”系统，往往都具有一定程度“复杂性”的结构，其中包含反馈机制，这似乎是“智能化”的必然“代价”。就自校正调节器来讲，首先它利用了具有“循环因果”规律的反馈机制，这一



机制能够把（不一定理想的）系统输出信号，通过某种方式再反馈到输入端，以便进一步改进系统的输出信号。其次，如前所述，反馈信号的具体设计方法是将在线估计信息和控制信号紧密耦合在一起。因此，从理论研究上来讲，最容易出现下面的“循环论证”：如果希望有满意的输出信号，就需要有满意的控制信号；但由于控制信号直接依赖于估计信息，因此就需要有满意的估计信息；进一步，由于估计信息又依赖于输出信号，从而需要有满意的输出信号，这又回到了论证的起点! 这是理论研究出现困难的基本原因。

历史上，国际控制界许多科学家都曾对自适应控制领域做出过重要贡献。1960年前后，在过程控制和飞行控制等实际需求的刺激下，曾经涌现出关于自适应控制的大量研究[1]。1958年，R. E. Kalman针对具有未知参数的线性离散时间系统（或采样系统），提出了将最小二乘算法与控制器设计相结合的自校正调节思想[2]。1959年，美国 MIT的Whitaker等提出了连续时间系统的模型参考自适应控制方法[3]。1961年，R. Bellman讨论了如何将动态规划方法用于自适应控制[4]。 但是，由于当时对自适应控制系统缺乏深刻研究和认识，一次意外的飞行试验事故等原因，导致人们对自适应控制的研究兴趣一度减弱。

随着计算机技术和控制理论的深入发展，自适应控制领域在70年代得以复兴，这在很大程度上归功于瑞典K. J. Åström与B. Wittenmark教授在1973年发表的经典论文[5]。这篇论文第一次从理论上对随机系统基于最小二乘算法的自校正调节器进行了收敛性研究，极大地推动了自适应控制领域的发展。正如L. Ljung教授在2000年评述K. J. Åström与B. Wittenmark的论文[5]时所描述的，“在接下来的10年中，有上千篇关于自校正调节器的理论和应用文章出现。在理论的前沿，这篇文章使得自校正调节器的收敛性与稳定性成为遗留下来的公开问题。这激发了大量后续研究。…… 在应用领域，当今实际应用中成千上万的控制回路都是根据自校正调节器的概念设计的，…… 自校正调节器使得自适应控制曾经失掉的光彩在70年代初期得以复兴（revitalized）”（详见[6] 423–424页）。

上述这段话，无论从学科发展上还是从实际应用上，都对自校正调节器的重要性给出了生动具体的描述。 1993年，K. J. Åström教授因对自适应控制的根本性贡献，获得IEEE颁发的最高奖（IEEE Medal of Honor），成为现代控制论半个多世纪的历史上继其奠基人R. E. Kalman 和 R. Bellman 之后，第三位获此荣誉的控制科学家。

2. 曲折的研究历程

一般来讲，在自适应控制领域，根据直观想法去设计一个控制算法并没有太大困难。正如上面所指出的，真正的困难往往在于对所设计出的控制算法，能否从理论上保证被控闭环系统具有稳定性与收敛性等所需要的良好性能。正因为如此，从理论上建立自适应控制系统的全局稳定性与收敛性等，长期以来被认为是这一领域的中心问题（central problem），引起国际控制界的极大关注与广泛研究，成为现代控制理论发展史上的一个绚丽篇章。

首先值得指出的是， 在世纪之交，由“IEEE控制系统学会”组织评选出的1932–1981年间发表的25篇开创性（seminal）控制理论文章[6]，有3篇文章（[5,7–8]） 与自校正调节器的收敛性研究密切相关。这些工作虽然没能最终解决自校正调节器收敛性问题，但都取得了不同程度的重要进展，从而产生了广泛影响。

这3篇著名论文究竟对自校正调节器研究产生了怎样的影响?

首先，K. J. Åström与B. Wittenmark文章[5]的里程碑意义和重要性已经在前面提到过。在这篇文章中，作者在假设被控离散时间系统信号是平稳的并且最小二乘算法收敛到某一个值（未必是真值）的情况下，证明了控制系统性能的最优性，这是个令人鼓舞的结果。然而，被控系统一定是平稳的吗? 参数估计究竟是否收敛? 作者在文章中坦承：“由于闭环系统是由非线性随机系统来刻画，给出一个保证参数收敛的一般条件是非常困难的（very difficult）”。自校正调节器收敛性这个理论难题，也正是从这篇文章开始被正式提了出来。

其次，1977年L. Ljung在论文[7]中提出了分析一般离散时间递推算法的“常微分方程（ODE）方法”，并用于分析自校正调节器的渐近性质。该文曾获IEEE–TAC的最佳论文奖，并在文献中被广泛用于研究许多不同问题。但“ODE方法”的根本局限是必须预先假定某种稳定性，正如 L. Ljung在文章中所指出的，“这需要用其它方法来解决”。L. Ljung 曾在K. J. Åström的指导下于1974年获得博士学位，自适应算法的收敛性分析曾是他的研究课题。

第三，G. C. Goodwin 与合作者P. J. Ramadge

和P. E. Caines的工作[8]，虽然是作为“小文章”发表在IEEE–TAC上的，然而有趣的是，它却获得了该刊物的最佳论文奖。该文利用一个所谓的“关键技术引理”（Key technical lemma），在假设外界噪声为零的条件下，首次给出了一类离散时间自适应控制算法的完整收敛性证明，从而产生了广泛影响。但是，从理论上讲，噪声为零的情形是太过于理想化的假设，因为在这种情况下，通过直接对系统的线性方程组求解，就可以在有限步之内确定出系统的未知参数，之后便无须用自适应控制方法。因此，他们三位随后又研究了带噪声的随机系统[9]。但是，为了理论研究的方便，他们在[9]中将最小二乘算法简化为所谓的“随机梯度算法”，即将算法的增益矩阵简化为一个标量。正如G. C. Goodwin 本人与合作者在另一篇相关论文[10]中所指出的，几乎在随机适应控制的所有实际应用中，人们采用的都是最小二乘算法而非随机梯度算法，因为前者的收敛速度比后者快得多。

此外，国际上还有众多学者也对自校正调节器进行过大量研究，但都没有取得实质性突破[11]。这意味着，对自校正调节器非线性结构的关键特性还缺乏深刻理解和透彻分析。

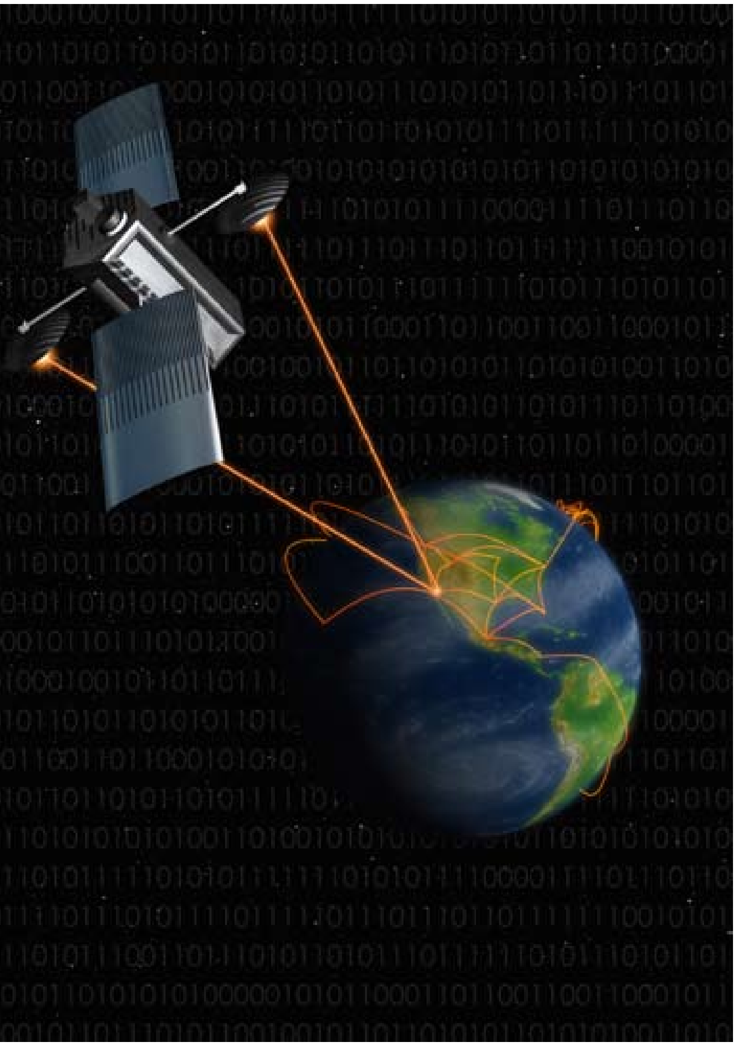
因为自校正调节器密切依赖最小二乘算法，所以对最小二乘的研究毫无疑问是深入理解自校正调节器的必要基础。最小二乘法的发明至少可以追溯到德国著名数学家高斯（C. F. Gauss，1777–1855），它一直是统计学中最基本的方法之一，在当今科学技术许多领域中都有广泛的应用，对其研究的文献也汗牛充栋。但是，自校正调节器中的最小二乘算法研究，与传统的统计学领域存在根本差别，主要体现在其回归向量不再是确定性序列而是随机序列。不仅如此，由于非线性反馈的作用，这里的回归向量序列既不独立也不平稳。这就是自校正调节器中最小二乘算法研究的显著特点和根本困难。

无论如何，自校正调节器收敛性研究的重要需求，大大推动了对一般随机回归向量模型最小二乘算法的研究，并形成了目前常用的两个关键研究工具：随机李亚普诺夫（Lyapunov）函数和鞅（martingale）收敛定理。在控制系统领域，L. Ljung[12]较早利用鞅收敛定理研究持续激励（persistence of excitation）条件下最小二乘算法的收敛性；J. B. Moore受Kalman滤波研究的启发，较早利用了随机李亚普诺夫函数来研究最小二乘算法收敛性（见[13]定理4.3）；V. Solo[14] 对ARMAX模型的扩展最小二乘算法证明了收敛性，并去掉了前人工作中的稳定性预警（monitoring）需求；陈翰馥[15]则进一步研究了当噪声方差随时间无界增长时，多变量ARMAX模型的扩展最小二乘算法的收敛性和收敛速度。最后三篇论文[13–15]，都利用了随机李亚普诺夫函数、非负上鞅的收敛定理和关于回归向量的激励条件。值得提及的是，从20世纪80年代初起，美国著名华人统计学家黎子良（T. L. Lai）与魏庆荣（C. Z. Wei）以自校正调节器的收敛性研究为背景，对随机回归向量模型最小二乘算法进行过一系列重要研究。特别地，他们利用周元鑫（Y. S. Chow）的局部鞅收敛定理，通过对随机李亚普诺夫函数精致而又完美的分析，成功得到了在某种意义下，保证最小二乘算法收敛的“最弱”激励条件[16]。毫无疑问，这是一项里程碑式的重要成果，引起一系列后续研究和各种推广。

然而，对自校正调节器来讲，即使验证Lai–Wei关于最小二乘收敛的“最弱”激励条件也非常困难，因为决定最小二乘算法的数据信号是由复杂非线性随机动力系统驱动而产生的。因此，在最小二乘估计收敛性研究中所需要的动态数据

（或系统信号或样本轨道）的统计性质，不能通过做先验假设而直接在研究中利用，而只有深入研究产生动态数据的复杂非线性随机控制系统自身的样本轨道性质，才有可能真正避免前人工作中“循环论证”的根本缺陷。这是自适应控制中对最小二乘算法研究与传统数理统计中对最小二乘算法研究之间的根本区别，也是这一问题的关键困难所在。

从系统辨识的观点看，要使最小二乘算法（或其它任何算法）收敛到参数真值（相容性），一个必要条件是系统的相关信号具有一定激励（excitation）性质，以激发出未知参数向量的“模态”。但是，对自适应控制系统来讲，首要任务是达到控制目的，据此设计的控制器不一定保证系统的信号具有这种激励性质。因此，这就启发人们在自适应控制器设计中引入（叠加）一个外部随机探测（probing）信号，以期提供必要的激励条件。为了减少外部探测信号对控制系统性能指标的影响，文献中先后采用了“小激励”[17]，“衰减激励”[18]，和“间歇激励”[19]等方法。值得指出的是，这种激励或探测的思想与前苏联控制学家A. A. Feldbaum 所提出的著名“双重控制（dual control）”[20]的精神实质是类似的，有其理论合理性和实际可行性。然而，令人沮丧的是，对自校正调节器来讲，即使引入一定的激励信号，也不能直接证明最小二乘算法的收敛性。这是因为，最小二乘算法的收敛性还需要系统的某种稳定性为前提。单纯靠外加激励信号，不但无法直接证明闭环系统的稳定性，甚至对证明系统的输入输出信号具有非指数型“爆炸”性质都无济于事。为了克服这个本质困难，一个可能的措施是进一步修改控制器结构，让其在“控制作用”与“激励作用”之间进行适当的“切换”。但是，这类切换控制方法的收敛性证明需要额外假设开环系统的稳定性[19,21]。因此，最终从根本上解决自校正调节器的稳定性和收敛性，还需要在分析方法上寻找真正突破。



也许正是因为上述艰难研究历程，瑞典K. J. Åström教授曾在1987年的国际工业与应用数学世界大会的大会报告中感叹：在随机适应控制领域“理论上的进展是缓慢而又痛苦的（slow and painstaking）”[22]；澳大利亚G. C. Goodwin教授、比利时M. Gevers教授和英国D. Q. Mayne教授等在1991年的论文[23]中也同样感叹：即使在理想情况下，建立随机适应控制理论“也令人吃惊地

困难（surprisingly difficult）”。美国P. R. Kumar教授在1990年的论文[24]中更是明确指出：“原始自校正调节器是否真正收敛已经是一个15年以上的公开问题”；美国斯坦福大学黎子良（T. L. Lai）教授和应志良（Z. L. Ying）在1991年发表的论文[25]中也在评论：“这一中心问题仍没有解决”。

3. 一段难忘的经历

正当自适应控制研究在国际上如火如荼地开展时，20世纪70年代末，中国迎来了科学的春天。国门的打开，为我国控制理论研究进入世界前沿带来了曙光。我国现代控制理论的开拓者、中国科学院系统科学研究所的首任所长关肇直先生在1980年前后，曾经邀请过多位国际著名科学家来华访问，其中包括R. E. Kalman，K. J. Åström，W. M. Wonham和T. Kailath等。正如前面提到的，前两位科学家都曾对自校正调节器做出过原创性贡献。特别值得一提的是，根据当年曾在K. J. Åström教授来访期间担任英文翻译的陈翰馥先生回忆，K. J. Åström于80年代初在中国讲学时，就曾提到自校正调节器的收敛性是仍然没有解决的公开问题。但是，当时系统科学研究所并没有人开展对这个难题的研究。

1982年秋，我从山东大学考取了系统科学研究所的研究生，导师是陈翰馥先生。在读研究生期间，我并没有把“自校正调节器收敛性理论”这个难题作为博士学位论文的选题。但是，毫无疑问，研究期间的经历为我后来的工作奠定了必要基础。

1987年博士毕业后，我即应著名控制学家B. D. O. Anderson教授的邀请，赴澳大利亚国立大学系统工程系从事博士后研究，当时那里是国际上少数几个最活跃的自适应控制研究中心之一。我在澳大利亚的主要合作者之一，J. B. Moore教授就是随机自适应控制领域国际著名专家之一，他曾在最小二乘算法研究中做出过重要贡献[13]，并研究过相关的随机适应控制问题[31]。很凑巧的是，系统工程系的旁边就是数学系的办公大楼，那里有时间序列分析的国际领头人E. J. Hannan教授、《鞅的极限理论及应用》的作者 P. Hall 和 C. C. Heyde[32]等著名概率统计学家。当时，我除了与系统工程系 J. B. Moore 教授和 S. P. Meyn等同事开展合作外，还与正在数学系访问的黄大威博士和 E. J. Hannan 教授开展了非平稳时间序列方面的合作，并在国际统计学杂志上发表了关于无穷阶随机系统最小二乘估计的收敛性成果[33]，以及基于最小二乘的非平稳 ARMAX模型中参数与阶数同时估计的收敛性成果[34]，并在研究过程中建立了有关双指标鞅（double-array martingale）的估计定理。这是一段珍贵而又难忘的经历。

同样令我难忘的是，1988年夏天美国伊利诺伊大学P. R. Kumar教授访问澳大利亚时的情形。那时他就已经是随机适应控制领域的著名专家了，曾应邀为“SIAM控制与优化”杂志撰写关于随机适应控制进展的综述文章[35]。P. R. Kumar教授与我在澳大利亚一见面就深入讨论起自校正调节器收敛性这一问题。当时P. R. Kumar想到用“贝叶斯嵌入”方法来进行新的研究，但是其中的“例外集（exceptional set）问题”是这个方法无法避免的根本局限。虽然当时我也没有找到真正的突破口，但与他的深入讨论和受到的鼓励，进一步激发起我对这一问题的强烈研究兴趣。但是，当时我的主要精力还是在研究一般随机回归向量情况下，时变参数跟踪算法的基础理论问题[36]。

1989年夏，我结束了在澳大利亚两年的博士后研究，回到中科院系统科学研究所系统控制研究室工作。在刚回国那段日子里，虽然工作和生

活条件比较艰苦，但沉浸在科学研究的世界中，常常使我废寝忘食、如痴如醉。任何新科学成果的取得，往往都需要“站在巨人肩上”。虽然当时已经掌握了前人相关研究工作的思想精髓和关键方法，但只具备这些显然不够，还需要有自己的独立创新。在苦思冥想找不到有效的新研究途径时，也曾对所追求的结论产生过怀疑：难道自校正调节器在理论上真的不具备稳定性和收敛性? 不，不可能，因为实际应用和大量仿真都是支持这些性质的；再说，对如此自然而又基本的自校正调节器，如果在理论上不具备稳定性，那也太不可思议了！ 但是，解决问题的创新之路究竟在哪里?

1990年初的一个深夜，我在研究一个时变随机系统问题时，突发灵感，发现从更一般的视角，更容易抓住自校正调节器问题的本质。于是在充分汲取前人智慧的基础上，创造出分析随机非线性闭环系统的新方法。具体来讲，就是构造一个形式上的线性时变随机系统，使得一方面，其解能够直接控制非线性闭环系统输入输出信号的幅值，另一方面，又恰好能够利用对“预报误差”之和上界的精细估计，对其解的增长速度开展行之有效的分析，从而达到证明系统稳定性的目的。这一关键突破，使得最终能合理地解决自校正调节器的全局稳定性与收敛性这一难题[37]。在此基础上，我又通过进一步建立经典自校正调节器的对数律，证明了它确实具有最优的收敛速度[38]等。

众所周知，科学研究成果有不同类型，有的是提出新概念和新问题，有的是发现新现象和新规律，有的是创造新方法和新工具，有的是解决著名难题等。在这些成果中，有的被同行广泛认可的过程可能比较曲折和漫长，但有的却可能很快就会得到同行认可。对著名难题的研究解决往往属于后者，因为在其还没有被解决之前就已经受到同行广泛重视了。 上述关于自校正调节器的研究成果[37–38]就属于“幸运”的这一类（例见[39–48]）。

随着上述自校正调节器理论研究上的突破，随机适应控制领域的研究面貌也从此发生了根本性改变。

4. 几点感悟与启示

1) 自校正调节器在数学上是由一组非线性与非平稳的随机动力学方程组所描述，这一方程组是根据“最小二乘估计”和“最小方差控制”这两个“最优性原理”在线耦合而自然产生的，其结构相当直观。正因为如此，人们在理论研究中遇到“无法逾越”的困难时，往往对系统的动态性质作一定“直观”假设，但其本质往往是对系统的运动轨线（或状态信息）的先验假设，从而会导致理论研究中的“循环论证”现象。值得指出的是,类似的现象，在某些其它非线性系统问题研究中也存在。例如，在多自主体系统同步性理论研究中对系统运动状态的“连通性”假设[49]等。实际上，复杂系统中不同因素之间常常是相互联系、相互影响、相互依赖的。在自校正调节器理论研究中取得的突破，主要得益于在研究方法上对 G. C. Goodwin等人的基于“关键技术引理”分析框架的突破。从根本上讲，得益于从更一般的时变系统的角度来审视该问题。正如著名数学家希尔伯特（D. Hilbert）在1900年国际数学家大会上所作的著名演讲《数学问题》中所讲的：“在解决一个数学问题时，如果我们没有获得成功，原因常常在于我们没有认识到一般的观点”。

2) 在自校正调节器理论研究的历史上，曾经有不少工作致力于参数估计收敛性的研究，这从直观上来讲是自然的，但却并不总是必要

的，因为控制器中的参数通常是系统模型参数的某种组合，真正影响控制器性能的是这种“组合参数”。因此，在自校正调节器研究中，重点对“预报误差”进行分析和恰当利用，可以避免“孤立”考虑参数估计自身的收敛性，而直达控制问题的本质和控制目的。然而，最小二乘算法直接给出的往往是对“后验”预报误差的估计，而自适应控制的构造往往需要“先验”预报误差，这就需要利用两者之间数学上的等价转化，才能进行相关理论分析。这使人想起我国著名计算数学家冯康先生的一句名言“等价未必等效”。

3) 与历史上许多科学成果一样，这项研究成果也毫无例外地汲取了若干前人的研究精华。例如，G. C. Goodwin，P. Ramadge 和 P. E. Caines 的成果[9]，首次证明了基于随机梯度算法的自适应控制收敛性问题，虽然他们的方法无法直接应用到基于最小二乘算法的自适应控制这一更重要和更困难的情形，但是该文确实为进一步研究这一理论难题带来了希望，所用的分析方法也有重要启发借鉴意义。再例如，作为自校正调节器的一个关键组成部分，随机回归向量模型最小二乘算法，虽然很难被“孤立”起来而证明其收敛性，但是，毫无疑问，对最小二乘算法进行深入的分析研究是个必要基础。在这方面，著名统计学家黎子良（T. L. Lai）和魏庆荣（C. Z. Wei）取得了深刻而又漂亮的成果[16]，其中相关结果和方法为自校正调节器理论的最终突破奠定了关键基础。这再次说明充分掌握前人研究中关键思想、方法与结论的重要性。无数历史事实说明，科学研究中的“突破”往往是在前人基础上迈出了“关键的一步”。毫无疑问，相近学科领域深度交叉以及与相近领域科学家（包括工程科学家）的深入交流是十分重要的。此外，著名同行专家对自校正调节器收敛性这一难题的持续热切关注，以及其他领域科学家在不同问题上取得突破性进展的事迹，也都曾激励过笔者。

4) 在自校正调节器的理论研究中，现代概率论中的鞅（martingle）收敛定理和相关的鞅估计定理,发挥了关键作用。可能有人会问：如果系统的噪声是常用的白噪声（或零均值独立同分布随机序列），那么鞅论是否还是必要的分析工具?我认为，答案是肯定的。正如本文所述，在自校正调节器控制下，闭环非线性系统的输入和输出信号（除了可测性之外）没有任何先验性质可以在研究中直接利用，但此时利用鞅估计定理，仍然可以对我们感兴趣的随机序列给出精致的上界估计，从而在理论分析中能够避免本文中提到的“循环论证”，最终建立闭环控制系统的的全局收敛性和最优性等。这说明掌握相关重要数学工具并进行细致数学分析的必要性。1946年爱因斯坦在其自述中曾说“在物理学中，通向更深入的基本知识的道路是同最精密数学方法联系着的”。在自校正调节器研究中又何尝不是如此呢?我们相信，鞅的各种理论将在复杂系统研究和复杂数据分析中继续发挥重要作用。

5) 在过去半个多世纪中，虽然现代控制理论取得了显著而丰富的发展，但仍有许多基本问题尚未得到解决。例如，众所周知，实际控制系统的数学模型往往表达为连续时间的微分方程，而计算机的发展又使采样控制（sampled-data control）成为普遍采用的方法，这意味着实际闭环控制系统一般是连续与离散信号耦合的混杂系统（hybrid systems）。迄今为止，在连续时间非线性控制理论的研究中，绝大多数都是针对连续时间控制器的（相当于采样频率无穷大情形）。然而，在实际应用中，无论是计算或通讯能力，还是传感器与执行机构的物理限制等，一般都不

允许采样控制的频率任意大，这就产生了一个根本性理论问题：对于预先给定的采样频率，如何利用采样数据实现对非线性不确定性系统的有效控制？目前控制理论的进展还远不能完全解答这一基本问题。其难点在于能否以及如何利用当前的采样信息来对付在未来相继一个采样周期内系统结构的复杂性、不确定性和外界扰动等因素对系统性能的影响。由于在连续时间控制研究中通常不考虑采样问题，这些因素的影响常常可以通过高增益或非线性阻尼等方法来有效对付，但它们对给定采样频率的采样控制系统就不再那么有效了，这是采样控制系统与连续时间控制系统在理论研究上的一个根本差别，也是研究难点所在。从这个角度看，本文介绍的自校正调节器理论，正是在给定采样频率下，通过克服相应困难，建立了基于最小二乘的采样反馈对具有未知参数的线性随机系统控制时的全局稳定性和收敛性理论。相关结果可以推广到一大类离散时间参数化非线性不确定性系统的控制，只要相关非线性动态具有线性增长速度[50]。然而，当非线性动态具有超线性的增长速度时，建立相应的自适应控制理论就会遇到本质性困难。有些出人意料的是，这个困难不仅只是对某一个特定的控制算法从数学上进行研究的困难，而且更重要的是，我们发现对具有不确定性的非线性系统，反馈机制（所有反馈规律的集合）自身的控制能力存在根本的局限性[51]。这就导致了对“反馈机制对付不确定性的最大能力”这一基本科学问题的提出和探索，以及一系列新发现或实质进展[52–64]。毫无疑问，这一研究与自校正调节器研究一样，不仅具有重要的理论及实际意义，而且还能产生一系列新的具有挑战性的数学问题。

科学研究是无止境的！

致谢 在本文成稿过程中，笔者的多位同事和研究生都曾对初稿提出过有益的意见和建议，在此一并致谢。

参考文献

[1] Åström K J. Adaptive control around 1960. IEEE Control Systems，1996，16：44–49.
[2] Kalman R E. Design of a self–optimizing control system. Trans. ASME，J.Engineering，1958，80：468–478.
[3] Whitaker H P. Massachusetts institute of technology presentation. Gregory ed.，Proc. Self Adaptive Flight Control Systems Symposium，1959，58–78.
[4] Bellman R. Adaptive Control Processes——A Guided Tour. Princeton: Princeton University Press，New Jersey，1961.
[5] Åström K J, Wittenmark B. On self–tuning regulators. Automatica，1973，9：185–199.
[6] Basar T. Control Theory: Twenty–Five Seminal Papers (1932–1981). New York：Wiley–IEEE Press，2000.
[7] Ljung L. Analysis of recursive stochastic algorithms. IEEE Trans. Automat. Contr.，1977，AC–22： 551–575.
[8] Goodwin G C，Ramadge P J，Caines P E. Discrete time multivariable adaptive control. IEEE Trans. Automat. Contr.，1980，AC–25：449–456.
[9] Goodwin G C，Ramadge P J，Caines P E. Discrete time stochastic adaptive control. SIAM J.

Control Optim., 1981, 19: 829–853.

[10] Sin K S, Goodwin G C. Stochastic adaptive control using a modified least squares algorithm. Automatica, 1982, 18: 315–321.

[11] Åström K J. Theory and applications of adaptive control——A survey. Automatica, 1983, 19: 471–486.

[12] Ljung L. Consistency of least-squares identification method. IEEE Trans. Automat. Contr., 1976, 21: 779–780.

[13] Moore J B. On strong consistency of least squares identification algorithms. Automatica, 1978, 14: 505–509.

[14] Solo V. The convergence of AML. IEEE Trans. Automat. Contr., 1979, 24: 958–962.

[15] Chen H F. Strong consistency and convergence rate of least squares identification. Scientia Sinica, Series A, 1982, 25: 771–784.

[16] Lai T L, Wei C Z. Least squares estimates in stochastic regression models with applications to identification and control of dynamic systems. Ann. Statist., 1982, 10: 154–166.

[17] Caines P E, Lafortune S. Adaptive control with recursive identification for stochastic linear systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1984, 29: 312–321.

[18] Chen H F, Guo L. Asymptotically optimal adaptive control with consistent parameter estimates. SIAM J. Contr. Optim., 1987, 25: 558–574.

[19] Lai T L, Wei C Z. Extended least squares and their applications to adaptive control and prediction in linear systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1986, 31: 898–906.

[20] Feldbaum A A. Dual control theory, Part I and II. Automation and Remote Control, 1961, 21: 874–880, 1033–1039.

[21] Guo L, Chen H F. Convergence rate of ELS based adaptive tracker. J. of Syst. Sci. and Math. Scis., 1988, 8: 131–138.

[22] Åström K J. Stochastic control theory. Proc. of the First International Congress on Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 1987, 31–44.

[23] Goodwin G C, Gevers M, Mayne D Q, Vertz V. Stochastic adaptive control: Results and perspectives. Topics in Stochastic Systems Modelling, Estimation and Adaptive Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences (editor by L. Gerencseer and P. E. Caines), 1991, 161: 300–333.

[24] Kumar P R. Convergence of adative control schemes using least squares parameter estimates. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, 35: 416–423.

[25] Lai T L, Ying Z L. Parallel recursive algorithms in asymptotically efficient adaptive control of linear stochastic systems. SIAM J. Control and Optim., 1991, 29: 1091–1127.

[26] Chen H F. Recursive Estimation and Control for Stochastic Systems. New York: John Wiley, 1985.

[27] Chen H F. Recursive systems identification and adaptive control by use of the modified least squares algorithm. SIAM J. Control and Optim., 1984, 22: 758–776.

[28] Chow Y S，Teicher H. Probability Theory. New York: Springer–Verlag，1978.
[29] Liptser R S，Shiryaev A N. Statistics of Random Processes，two volumes. New York：Springer–Verlag，1977.
[30] An H Z，Chen Z G，Hannan E J. Autocorrelation，autoregression and autoregressive approximation. The Annals of Statistics，1982，10：926–936.
[31] Kumar R，Moore J B. Convergence of adaptive minimum variance algorithms via weighting coefficient selection. IEEE Trans. Automat. Contr.，1982，27：146–153.
[32] Hall P，Heyde C C. Martingale Limit Theory and Its Applications. New York：Academic Press，1980.
[33] Guo L，Huang D W，Hannan E J. On ARX (infinity) approximation. J. of Multivariate Analysis，1990， 32：17–47.
[34] Huang D W，Guo L. Estimation of nonstationary ARMAX models based on Hannan–Rissanen method. The Annals of Statistics，1990，18：1729–1756.
[35] Kumar P R. A survey of some results in stochastic adaptive control. SIAM J. Contr. Optim., 1985, 23：329–380.
[36] Guo L. Estimating time–varying parameters by Kalman filter based algorithm: Stability and convergence. IEEE Trans. Automat. Contr.，1990， 35：141–147.
[37] Guo L, Chen H F. The Åström–Wittenmark self–tuning regulator revisited and ELS based adaptive trackers. IEEE Trans. Automat. Contr.，1991，36：802–812.
[38] Guo L. Convergence and logarithm law of self–tuning regulators. Automatica，1995，31：435–450.
[39] Wei R, Kumar P R. Recent results on least squares–based adaptive control of linear stochastic systems in white noise. Sadhana，1990，15：397–404.
[40] Wei R, Kumar P R. Stochastic adaptive prediction and model reference control. IEEE Trans. Automat. Contr.，1994，39：2047–2060.
[41] Åström K J, Wittenmark B. Adaptive Control. Boston：Addison–Wesley，Reading，Massachusetts，second edition，1995.
[42] Åström K J. Tuning and adaptation. Proc. of 13th Triennial IFAC World Congress，San Francisco，USA，1996，451–467.
[43] Åström K J. Moving average and self–tuning control. International J. of Adaptive Control and Signal Processing，1999，13：451–467.
[44] Lai T L. Sequential analysis: Some classical problems and new challenges. Statistica Sinica，2001，11： 303–408.
[45] Lai T L. Martingales in sequential analysis and time series，1945–1985. Electronic Journal for history of probability and statistics，2009，5：1–31.
[46] Radenkovic M S, Michel A N. Possible bursting phenomena in self–tuning control. International J. of Adaptive Control and Signal Processing，1994， 8：139–154.
[47] Bercu B. Weighted estimation and tracking for ARMAX models. SIAM J. Contr. Optim.，1995，33： 89–106.
[48] Campi M C. The problem of pole–zero cancellation in transfer function identification and application to adaptive stabilization. Automatica，1996，32：849–857.

[49] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile agents using nearest neighbor rules. IEEE Trans. Automat. Contr., 2003, 48: 988–1001.

[50] Xie L L, Guo L. Adaptive control of discrete–time nonlinear systems with structure uncertainties. AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, 2000, 17: 49–89.

[51] Guo L. On critical stability of discrete–time adaptive nonlinear control. IEEE Trans. Automat. Contr., 1997, 42: 1488–1499.

[52] Guo L. Exploring the capability and limits of the feedback echanism. Proc. of the International Congress of Mathematicians (Invited Lecture), Higher Education Press, 2002, III: 785–794.

[53] Xie L L, Guo L. Fundamental limitations of discrete–time daptive nonlinear control. IEEE Trans. Automat. Contr., 1999, 44: 1777–1782.

[54] Xie L L, Guo L. How much uncertainty can be dealt with by feedback? IEEE Trans. Automat. Contr., 2000, 45: 2203–2217.

[55] Xue F, Guo L. On limitations of the sampled–data feedback for nonparametric dynamical systems. J. Systems Science and Complexity, 2002, 15: 225–250.

[56] Zhang Y X, Guo L. A limit to the capability of feedback. IEEE Trans. Automat. Contr., 2002, 47: 687–692.

[57] Sokolov V F. Adaptive suboptimal tracking for the first–order plant with Lipschitz uncertainty. IEEE Trans. Automat. Contr., 2003, 48: 607–612.

[58] Ren J L, Guo L. An impossibility theorem on sampled–data feedback of uncertain nonlinear systems. Proc. of 5th International Conference on Control and Autumation, Budapest, 2005, 53–58.

[59] Li C Y, Xie L L, Guo L. A polynomial criterion for adaptive stabilizability of discrete–time nonlinear systems. Communications in Information and Systems, 2006, 6: 273–298.

[60] Ma H B, Lum K Y, Ge S Z. Adaptive control for a discrete–time first–order nonlinear system with both parametric and non–parametric uncertainties. Proc. of 46th IEEE Conference on Decision and Control, 2007, 4839–4844.

[61] Ma H B. Further results on limitations to the capability of feedback. International J. of Control, 2008, 81: 21–42.

[62] Li C Y, Guo L. A new critical theorem for adaptive nonlinear stabilization. Automatica, 2010, 46: 999–1007.

[63] Li C Y, Guo L. On feedback capability in nonlinearly parameterize uncertain dynamical systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 2011, 56: 2946–2951.

[64] Huang C D, Guo L. On feedback capability for a class of semiparametric uncertain systems. Automatica, 2012, 48: 873–878.

（本文原发表于2012年第12期《系统科学与数学》，有删节改动）