

数量关系-工程问题-给定效率型

核心公式：

工作总量=工作效率×工作时间

题目特征：

不仅给定时间，还给定效率的某个逻辑关系。

解题方法：

第一步：赋值效率；

第二步，结合工作总量，列式求解。

1.甲、乙、丙三个工程队完成一项工作的效率比为2：3：4。某项工程，乙先做了1/3后，余下的交由甲与丙合作完成，3天后完成工作。问完成此工程共用了多少天？（ ）

- A.6
B.7
C.8
D.9

2.甲、乙、丙三人共同完成一项工程用6小时，如果甲与乙的效率之比为1：2，乙与丙的效率之比为3：4，则乙单独完成这项工程需要多少时间？（ ）

- A.10
B.17
C.24
D.31

3.甲、乙、丙三人共同完成一项工程，他们的工作效率之比是5:4:6。先由甲、乙两人合做6天，再由乙单独做9天，完成全部工程的60%。若剩下的工程由丙单独完成，则丙所需要的天数是

- A.9
B.11
C.10
D.15

4.甲、乙、丙三个工程队的效率比为6：5：4，现将A、B两项工作量相同的工程交给这三个工程队，甲队负责A工程，乙队负责B工程，丙队参与A工程若干天后转而参与B工程，两项工程同时开工，耗时16天同时结束。问丙队在A工程中参与施工多少天？（ ）

- A.6
B.7
C.8
D.9

5.小张和小赵从事同样的工作，小张的效率是小赵的1.5倍。某日小张工作几小时后小赵开始工作，小赵工作了1小时之后，小张已完成的工作量正好是小赵的9倍。再过几个小时，小张已完成的工作量正好是小赵的4倍？（ ）

- A.1
B.1.5
C.2
D.3

6.A工程队的效率是B工程队的2倍，某工程交给两队共同完成需要6天。如果两队的工作效率均提高一倍，且B队中途休息了1天，问要保证工程按原来的时间完成，A队中途最多可以休息几天（ ）

A.4

B.3

C.2

D.1

7.某检修工作由李和王二人负责，两人如一同工作4天，剩下工作量李需要6天，或王需要3天完成。现李和王共同工作了5天，则剩下的工作李单独检修还需几天完成？（ ）

A.2

B.3

C.4

D.5

8.有一项工程，甲公司花6天，乙公司再花9天可以完成；或者甲公司花8天，乙公司再花3天可以完成。如果这项工程由甲公司或乙公司单独完成，则甲公司所需天数比乙公司少（ ）天。

A.15

B.18

C.24

D.27

9.某件刺绣产品，需要效率相当的三名绣工8天才能完成；绣品完成50%时，一人有事提前离开，绣品由剩下的两人继续完成；绣品完成75%时，又有一人离开，绣品由最后剩下的那个人做完。那么，完成该件绣品一共用了（ ）。

A.10天

B.11天

C.12天

D.13天

10.工程队接到一项工程，投入80台挖掘机。如连续施工30天，每天工作10小时，正好按期完成。但施工过程中遭遇大暴雨，有10天时间无法施工。工期还剩8天时，工程队增派70台挖掘机并加班施工。问工程队若想按期完成，平均每天需多工作多少个小时？

()

A.2.5

B.3

C.1.5

D.2

数量关系-工程问题—给定效率型解析

1.A【解析】赋值甲、乙、丙的效率分别为2, 3, 4, 甲与丙合作3天, 完成了 $(2+4) \times 3=18$, 同时, 甲丙完成了 $\frac{2}{3}$, 故工作总量为 $18 \div \frac{2}{3}=27$, 乙做了 $\frac{1}{3}$, 应该完成9, 需要时间 $9 \div 3=3$ 天, 完成此工程共用了6天, 因此, 本题选择A。

2.B【解析】由于甲与乙的效率之比为1: 2, 乙与丙的效率之比为3: 4, 故甲、乙、丙的效率比为3: 6: 8, 赋值甲、乙、丙的效率分别为3, 6, 8, 故工作总量为 $(3+6+8) \times 6=102$, 乙单独完成这项工程需要 $102 \div 6=17$ 小时。因此, 本题选择B。

3.A【解析】赋值甲、乙、丙的效率为5、4、6, 甲、乙两人合做6天, 完成 $(5+4) \times 6=54$, 乙单独做9天, 可以完成 $9 \times 4=36$, 共完成 $54+36=90$, 完成全部工程的60%, 全部工程为 $90 \div 60\%=150$, 剩余 $150-90=60$, 剩下的工程由丙单独完成, 则丙所需要的天数是 $60 \div 6=10$ 。因此, 本题选择A。

4.A【解析】赋值甲、乙、丙的效率为6、5、4, 设丙队在A工程中参与施工t天, A、B两项工程工作量相同, 则有 $6 \times 16+4t=5 \times 16+4(16-t)$, 解得 $t=6$ 因此, 本题选择A。

5.C【解析】赋值小张的效率是3, 小赵效率是2, 小赵工作一个小时完成2, 此时, 小张完成18, 设再过t个小时, 小张已完成的工作量正好是小赵的4倍, 则有 $18+3t=(2+2t) \times 4$, 解得 $t=2$, 因此, 本题选择C。

6.A【解析】赋值A工程队的效率是2, B工程队的效率是1, 由两队共同完成需要6天, 则工作总量为 $(2+1) \times 6=18$, 效率提高1倍, 则A工程队的效率是4, B工程队的效率是2, B队中途休息了1天, 则B完成了 $2 \times 5=10$, 剩余甲需要 $(18-10) \div 4=2$ 天, 可以休息 $6-2=4$ 天。因此, 本题选择A。

7.B【解析】由于剩下工作量李需要6天, 或王需要3天完成, 则王和李的效率比 $6: 3=2: 1$, 赋值王和李的效率分别为2、1, 则工作总量为 $(2+1) \times 4+6 \times 1=18$, 李和王共同工作了5天, 完成 $(2+1) \times 5=15$, 剩下的工作李单独检修还需 $(18-15) \div 1=3$ 天完成。因此, 本题选择B。

8.B【解析】由甲公司花6天, 乙公司再花9天可以完成; 或者甲公司花8天, 乙公司再花3天可以完成, 可得 $6甲+9乙=8甲+3乙$, 甲: 乙=3: 1, 赋值甲、乙的效率分别为3、1, 则工作总量为 $6 \times 3+1 \times 9=27$, 甲公司需要 $27 \div 3=9$ 天, 乙公司需要 $27 \div 1=27$ 天, 相差 $27-9=18$ 天。因此, 本题选择B。

9.D【解析】工作总量为 $3 \times 8=24$, 3人完成50%, 需要4天, 2人完成 $24 \times 25\%=6$, 需要 $6 \div 2=3$ 天, 一人完成左后 $24 \times 25\%=6$, 需要 $6 \div 1=6$ 天。共需要 $4+3+6=13$ 天。因此, 本题选择D。

10.D【解析】设平均每天需要多工作t小时, 由题意可得 $80 \times 30 \times 10=12 \times 10 \times 80+8 \times (10+t) \times (80+70)$, 解得 $t=2$ 小时。因此, 本题选择D。

数量关系-排列组合基础

1.排列与组合的区别：前者与顺序有关，后者与顺序无关。

2.基本公式

$$P_n^m = A_n^m = \underbrace{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-m+1)}_{\text{连乘}m\text{个}}$$

排列公式：

$$C_n^m = C_n^{n-m} = \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-m+1)}{m \times (m-1) \times \cdots \times 1}$$

组合公式：

3.加法原理和乘法原理

加法原理：若完成一件事，可以根据某个条件分为几种情况，各种情况都能独立完成任任务，则将多种情况计算出的结果相加，所得的和为完成这件事的种类数。

乘法原理：若完成一件事，需要划分成多个步骤依次完成，每个步骤内的任务之间没有交叉，则将每个步骤计算出的结果相乘，所得的积为完成这件事的种类数。

1.小明将一枚硬币连抛3次，观察向上的面是字面还是花面，请你帮他计算出所有可能的结果有几种？（ ）

- A. 4
B. 6
C. 8
D. 10

2.某部门从8名员工中选派4人参加培训，其中2人参加计算机培训，1人参加英语培训，1人参加财务培训，问不同的选法有多少种（ ）

- A.256
B.840
C.1680
D.5040

3.某大学考场在8个时间内共安排了10场考试，除了中间某个时间段（非头尾时间段）不安排考试外，其它每个时间段安排1场或2场考试。那么，该考场有多少种考试安排方式（不考虑考试科目的不同）？

- A. 210
B. 270
C. 280
D. 300

4.某公司销售部拟派3名销售主管和6名销售人员前往3座城市进行市场调研，每座城市市派销售主管1名，销售人员2名。那么，不同的人员派遣方案有：

- A. 540种
B. 1080种
C. 1620种
D. 3240种

5.某单位要从8名职员中选派4人去总公司参加培训，其中甲和乙两人不能同时参加。问有多少种选派方法？

- A.40
B.45
C.55
D.60

6.“我是歌手”某场比赛由六名首发歌手和一名踢馆歌手抽签决定出场顺序，且规定第一位出场和第七位出场歌手由踢馆歌手和上一场比赛第一名歌手抽取，剩余出场顺序由其他

歌手抽取，则本场比赛出场顺序的排列共有多少种情况

- A. 10080
B. 120
C. 240
D. 6000

7. 小张需要在 5 个长度分别为 15 秒、53 秒、22 秒、47 秒和 23 秒的视频片段中选取若干个，合成为一个长度在 80~90 秒之间的宣传视频。如果每个片段均需完整使用且最多使用一次，并且片段间没有空闲时段，问他按照要求可能做出多少个不同的视频？

- A. 12
B. 6
C. 24
D. 18

8. 某公司新招了 5 个员工，男性比女性多一个，随机分配到三个部门学习，每个部门至少分配一个员工，且最多不能超过两个，同一个部门分配到的员工性别不能相同。则共有多少种分配结果？（ ）

- A. 18
B. 24
C. 30
D. 36

9. 一次会议某单位邀请了 10 名专家，该单位预定了 10 个房间，其中一层 5 间、二层 5 间。已知邀请专家中 4 人要求住二层，3 人要求住一层，其余 3 人住任一层均可，那么要满足他们的住房要求且每人 1 间，有多少种不同的安排方案？

- A. 75
B. 450
C. 7200
D. 43200

10. 某宾馆有 6 个空房间，3 间在一楼，3 间在二楼。现有 4 名客人要入住，每人都住单间，都优先选择一楼房间。问宾馆共有多少种安排？

- A. 24
B. 36
C. 48
D. 72

数量关系-排列组合基础

1.C【解析】每次抛出都有2种可能性，则总情况为 $C_2^1 \times C_2^1 \times C_2^1 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ ，选C

2.B【解析】切入点：可从参加计算机培训再到英语最后选择财务培训进行选人。从8名中任选2人参加计算机培训，再从剩下的6人中选1人参加英语培训，再从剩下的5人中选1人参加财务培训，则共有 $C_8^2 \times C_6^1 \times C_5^1 = \frac{8 \times 7}{2} \times 6 \times 5 = 840$ 种，选择B。

3.A【解析】第一步，根据已知条件“中间某个时间段（非头尾时间段）不安排考试”，那么先选择不安排考试的时段，有 $C_6^1 = 6$ 种情况；第二步，有7个时段安排考试，又“每个时间段安排1场或2场考试”，因此7个时段中有3个时段要安排两场考试，有 $C_7^3 = 35$ 种情况。所以该考场有多少种考试安排方式有： $6 \times 35 = 210$ 种。故正确答案为A。

4.A【解析】先确定第一个城市的1名销售主管和2名销售人员；再确定第二个城市的1名销售主管和2名销售人员；剩下的1名销售主管和2名销售人员则去第三个城市。则列出式子 $C_3^1 C_6^2 C_2^1 C_4^2 = 540$ 种。故本题答案为A选项。

5.C【解析】排列组合问题。共分为三种情况：第一种：甲去乙不去，还需从剩余6人中选3人，即： $C_6^3 = 20$ ；第二种：乙去甲不去，还需从剩余6人中选3人，即： $C_6^3 = 20$ ；第三种：甲、乙都不去，还需从剩余6人中选4人，即： $C_6^4 = 15$ 。共 $20 + 20 + 15 = 55$ 种情况。

6.C【解析】本题属于排列组合，首先第一名和最后一名的位置人员确定，而这两个人顺序不同，所以有两种情况，其余的五个人全排列所以有 $A_5^5 = 120$ 种，两个数字相乘， $2 \times 120 = 240$ 种，所以选择C选项。

7.D【解析】需要做80-90秒的视频，则根据片段时间由长到短只能为：53、22、15；47、23、15；47、22、15三种情况；每种情况下片段随机排列，共有 $3 \times A_3^3 = 18$ 种。正确答案为D。

8.D【解析】根据题意，很容易得到男性3人，女性2人，每个部门员工性别不同，则3名男性分别在三个部门，有两个部门各有1个女员工。所以总的分配方案为 $A_3^3 \times A_3^2 = 36$ 。答案选择D选项。

9.D【解析】完成人员安排需三步，第一步完成二层四位专家，第二步完成一层的三位

专家，第三步剩余的三个人全排列，即答案为 $A_5^4 \times A_5^3 \times A_3^3 = 43200$ 。答案选择 D。

10.D【解析】可先考虑每个人都优先住在一楼，首先安排 3 个人住一楼，从 4 个人当中选出 3 人住一楼，并且排序有 A_4^3 种，则剩下的一个人从剩下的 3 个房间当中选择一个来住即可，为 C_3^1 。因此一共有 $A_4^3 \times C_3^1 = 72$ 。故选 D。

数量关系-边端计数问题

边端计数问题主要题型：

一、植树问题：

题干特征：题目中出现隔段取点的模型。

题型主要有：线型植树、环形植树、楼间植树。

二、方阵问题：

本质：N 排 N 列的实心方阵或者 M 排 N 列的矩阵。

三、剪绳问题：

一根绳连续对折 N 次，从中剪 M 刀。

边端计数问题涉及核心公式：

一、植树问题公式：

线型植树：棵数=段数+1=总长÷间隔长度+1

楼间植树：棵数=段数-1=总长÷间隔长度

环形植树：棵数=段数=总长÷间隔长度

二、方阵问题公式

N 阶实心方阵：

(1) 总人数= N^2

(2) 最外层人数= $4N-4$

(3) 相邻两整层相差 8 人

M×N 阶矩阵：

(1) 总人数= $M \times N$

(2) 最外层人数= $2(M+N)-4$

(3) 相邻两整层相差 8 人

三、剪绳问题公式

一根绳连续对折 N 次，从中 M 刀，则被剪成了 $(2^N \times M + 1)$ 段。

1、一条笔直的林荫道两旁种植着梧桐树，同侧道路每两棵梧桐树间距 50 米。林某每天早上七点半穿过林荫道步行去上班，工作地点恰好在林荫道尽头。经测试，他每分钟步行 70 步，每步大约 50 厘米，每天早上八点准时到达工作地点。那么，这条林荫道两旁栽种的梧桐树共有多少棵？（ ）

A. 21

B. 22

C. 42

D. 44

2、一块三角地，在三个边上植树，三个边的长度分别为 156 米、186 米、234 米，树与

树之间的距离均为 6 米，三个角上都必须栽一棵树，问共需植树多少棵？（ ）

- A. 90 棵
B. 93 棵
C. 96 棵
D. 99 棵

3、施工队要在一东西长 600 米的礼堂顶部沿东西方向安装一排吊灯，根据施工要求，必须在距西墙 375 米处安装一盏，并且各吊灯在东西墙之间均匀排列（墙角不能装灯）。该施工队至少需要安装多少盏吊灯？（ ）

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

4、某条道路进行灯光增亮工程，原来间隔 35 米的路灯一共有 21 盏，现要将路灯的间隔缩短为 25 米，那么有（ ）盏路灯无需移动。

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

5、一个工人锯一根 22 米长的木料，因木头两头损坏，他先将木料两头各锯下 1 米，然后锯了 4 次，锯成同样长的短木条，每根短木条长多少米？（ ）

- A. 5.25
B. 5
C. 4.2
D. 4

6、某学校全体学生刚好排成一个方阵，最外层人数是 108 人，则这个学校共有多少名学生？（ ）

- A. 724
B. 744
C. 764
D. 784

7、一个由边长 25 人和 15 人组成的矩形方阵，最外面两圈人数总和为（ ）。

- A. 232
B. 144
C. 165
D. 196

8、用红、黄两色鲜花组成的实心方阵（所有花盆大小完全相同），最外层是红花，从外往内每层按红花、黄花相间摆放。如果最外层一圈的正方形有红花 44 盆，那么完成造型共需黄花（ ）。

- A. 48 盆
B. 60 盆
C. 72 盆
D. 84 盆

9、一根绳子对折三次后，从中剪断，共剪成（ ）段绳子。

- A. 9
B. 6
C. 5
D. 3

10、将一根绳子连续对折三次，然后每隔一定长度剪一刀，共剪 6 刀。问这样操作后，原来的绳子被剪成了几段？（ ）

- A. 18
B. 49
C. 42
D. 52

数量关系-边端计数问题解析

1.D【解析】本题为线型植树问题，应注意是单边线型植树还是双边线型植树问题。总长 $=30 \times 70 \times 50 = 105000$ 厘米 $=1050$ 米；每侧棵数 $=$ 总长 \div 间隔长度 $+1=1050 \div 50 + 1 = 22$ 棵，两侧共 $22 \times 2 = 44$ 棵。因此，本题选项为D。

2.C【解析】本题是环形植树问题。由于三边边长都可以整除6，则三个角上一定会有1棵树。棵数 $=$ 总长 \div 间隔 $= (156 + 186 + 234) \div 6 = 96$ 棵。因此，本题选项为C。

3.B【解析】本题是楼间植树问题。在距西墙375米处安装一盏吊灯，则该盏灯距东墙 $600 - 375 = 225$ 米，若要各吊灯在东西墙之间均匀排列，则灯与灯的间距应可被225和375整除，又因为求吊灯数量的最少值，则灯与灯的间距应为225和375的最大公约数75米。那么，吊灯数 $=$ 总长 \div 间隔长度 $-1=600 \div 75 - 1 = 7$ 。因此，本题选项为B。

4.D【解析】本题是线型植树问题。由题意可知道路总长 $= (21 - 1) \times 35 = 700$ 米。有部分路灯没有动，说明这些路灯之间的间隔长度既可整除35米，又可以整除25米，则这些无需移动的路灯之间的间隔长度为35和25的最小公倍数即175米。则无需移动的路灯数 $=700 \div 175 + 1 = 5$ 。因此，本题选项为D。

5.D【解析】本题是植树问题。长22米，两端各锯下1米后还剩20米，锯了4次形成5段长度相等的木条，则每根木条长 $20 \div 5 = 4$ 米。因此，本题选项为D。

6.D【解析】本题是典型方阵问题。根据最外层人数 $=4N - 4$ 解得 $N = 28$ ，则总人数 $=N^2 = 28^2 = 784$ 人。因此，本题选项为D。

7.B【解析】本题是方阵问题。最外圈人数 $= (25 + 15) \times 2 - 4 = 76$ ，根据方阵相邻两圈差8人，可知次外圈为 $76 - 8 = 68$ 人，两圈总人数 $=76 + 68 = 144$ 人。因此，本题选项为B。

8.B【解析】本题是方阵问题。如果最外层一圈的正方形有红花44盆，根据方阵相邻两圈差8人，可知最外圈黄花有 $44 - 8 = 36$ 盆，由于红黄花相间摆放，则次外圈黄花 $36 - 16 = 20$ 盆，最内圈黄花有 $20 - 16 = 4$ 盆，共有 $36 + 20 + 4 = 60$ 盆黄花。因此，本题选项为B。

9.A【解析】本题是剪绳问题。直接带入公式 $N = 3$ ， $M = 1$ ，段数 $=2^3 \times 1 + 1 = 9$ 段。因此，本题选项为A。

10.B【解析】本题是剪绳问题。直接带入公式 $N = 3$ ， $M = 6$ ，段数 $=2^3 \times 6 + 1 = 49$ 段。因此，本题选项为B。