

2016~2017学年广东广州越秀区广东华侨中学高二下学期文科期末数学试卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，满分60分。

1 已知命题 $P: 3 \geq 2$; $q: "x = 1"$ 是 $"x^2 = 1"$ 的充要条件, 则下列命题为真命题的是 () .

A. $p \wedge q$

B. $p \vee q$

C. $\neg p \wedge q$

D. $(\neg p) \vee q$

2 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$, 则 $\neg p$ 为 () .

A. $\exists x_0 \notin \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$

B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 + 1 \geq 0$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 < 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$

3 设 $x + 2i = (1 + i)y$, 其中 x, y 是实数, i 是虚数单位, 则 $|x + yi| =$ () .

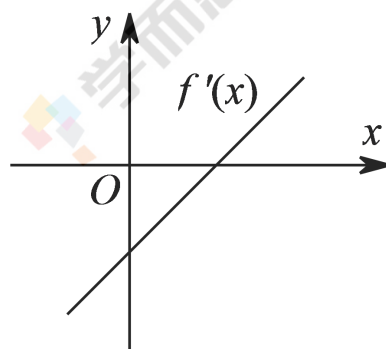
A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{5}$

C. 2

D. 4

4 已知函数 $y = f(x)$ 的图象经过原点, 且它的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示的一条直线, 则函数 $y = f(x)$ 的图象不经过 () .



A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

5 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点. 点 F_2 与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合, 直线与椭圆相交于 A, B 两点. 则 $\triangle ABF_1$ 的周长是().

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

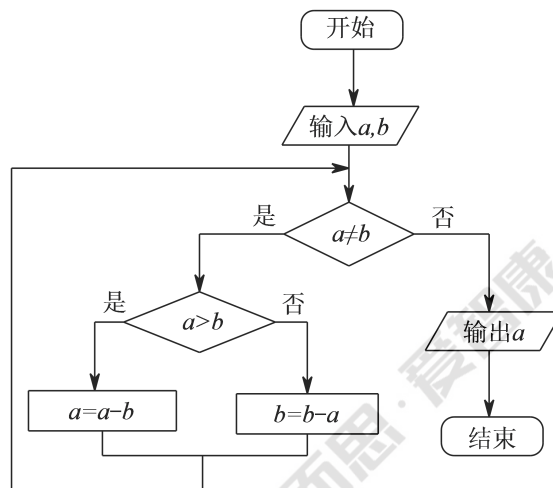
6 已知曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, 则该双曲线的渐近线方程为().

- A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \frac{1}{2}x$ C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

7 某路口的人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为60秒, 绿灯持续时间为30秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待10秒钟才出现绿灯的概率为().

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

8 如图程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”; 执行该程序框图. 若输入 a, b 分别为12、30, 则输出的 $a =$ ().



- A. 0 B. 3 C. 6 D. 12

9 某公司20位员工的月工资(单位:元)为: x_1, x_2, \dots, x_{20} . 其平方差分别为 \bar{x} 和 s^2 , 若从下月起每位员工的月工资增加200元, 则这20位员工下月工资的平均数和方差分别为().

- A. $\bar{x}, s^2 + 200^2$ B. $\bar{x} + 200, s^2 + 200$ C. \bar{x}, s^2 D. $\bar{x} + 200, s^2$

10 某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表：

广告费用 x (万元)	2	3	4	5
销售额 y (万元)	24	36	45	57

根据上表可得回归方程为 $y = 10.8x + \hat{a}$ ，据此模型预报广告费用为6万元时销售额为（ ）。

- A. 70.5万元 B. 68.5万元 C. 64.8万元 D. 63.6万元

11 利用面积法可得正三角形的内切圆半径是它的高的 $\frac{1}{3}$ ，类似地，正四面体的内切球半径是它的高的（ ）。

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{3}$

12 已知函数 $f(x) = x - ae^x$ 有两个零点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，则下列说法中正确的是（ ）。

- A. $a > \frac{1}{e}$ B. $x_1 - x_2$ 随着 a 的增大而减小 C. $x_1 x_2 < 1$ D. $x_1 + x_2$ 随着 a 的增大而增大

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，满分20分。

13 若复数 z 满足 $\frac{z}{1+2i} = 3-4i$ ，其中 i 是虚数单位，则复数 $z =$ _____。

14 在一次马拉松比赛中，30名运动员的成绩（单位：分钟）的茎叶图如图所示。

13		0 1 2 3 4 5 6 6 6 7 8
14		1 2 2 4 4 5 5 5 7 8 8 9 9
15		0 1 2 3 3 5

若将运动员按成绩由好到差编为1~30号，再用系统抽样方法从中抽取6人，则其中成绩在区间 $[138, 150]$ 上的运动员人数是_____。

15 在边长为30 cm的正方形铁片的四角截去四个边长都相等的小正方形，做成一个无盖方盒，则无盖方盒的最大容积为_____ cm^3 。

16 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，且 $a_{n+1} = (-1)^n a_n + 2n + 1$ ，则 $a_{2017} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、

解答题：本大题共7小题，满分70分．其中17—21题为必考题，第22、23题任选一题作答，考生根据要求作答

17 已知函数 $f(x) = -x^3 + 12x - 8$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程 .

(2) 求函数 $y = f(x)$ 的极值 .

18 已知双曲线 C 经过点 $(\sqrt{2}, 2)$ ，且以椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点为顶点 .

(1) 求双曲线 C 的方程 .

(2) 若直线 $y = x + 1$ 与双曲线 C 交于 A, B 两点，求以线段 AB 为直径的圆的方程 .

19 某中学餐饮为了了解新生的饮食习惯，在全校随机抽取了24名新生进行调查，调查结果如下表所示：

	喜欢甜品	不喜欢甜品	合计
男生			12
女生	10		
合计		8	24

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.01	0.005
k	3.841	6.635	7.789

(1) 完成上面的 2×2 列联表，根据表中数据，问能否在犯错误的概率不超过0.05的前提下认为“男生和女生选用甜品的饮食习惯方面有差异”？

(2) 从被调查的8名不喜欢的甜品的的新生中随机抽取2人，求至少有1人是女生的概率 .

20 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$, 直线 AP , BP 相交于点 P , 且直线 AP 的斜率与直线 BP 的斜率的差是2.

(1) 求点 P 的轨迹方程.

(2) 若 M , N 是点 P 的轨迹上的两个动点, 且直线 AM 的斜率与直线 AN 的斜率的积是 -2 , 证明直线 MN 恒过定点, 并求出该定点的坐标.

21 已知函数 $f(x) = a(x - 1) - 3 \ln x (a \geq 0)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 当 $f(x)$ 有最小值, 且最小值大于 $6 - 2a$ 时, 求 a 的取值范围.

四、

请考生在第22、23题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的坐标方程为 $\sqrt{3}\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta = 11$.

(1) 写出曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程.

(2) 设点 M 在曲线 C 上, 求点 M 到直线 l 的距离的最小值.

23 已知函数 $f(x) = |x + 2| + |2x - 1|$, M 为不等式 $f(x) < 4$ 的解集.

(1) 求解集 M .

(2) 证明: 当 $a, b \in M$ 时, $|a - b| < |ab - 1|$.