



共 15 题, 90 分

## 课后作业

### 一、课后作业

- 1 (5分) 已知整数以按如下规律排成一列:  $(1, 1)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(2, 2)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(1, 4)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 1)$ 、 $\dots$ , 则第60个数对是 ( ) .
- A.  $(10, 1)$                       B.  $(2, 10)$                       C.  $(5, 7)$                       D.  $(7, 5)$

- 2 (5分) 已知函数  $f(x)$  的部分对应值如表所示. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ , 且对任意  $n \in \mathbf{N}^*$ , 点  $(a_n, a_{n+1})$  都在函数  $f(x)$  的图象上, 则  $a_{2016}$  的值为 ( ) .

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	3	1	2	4

- A. 16                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4
- 3 (5分) 已知数列:  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ , 依它的前10项的规律, 这个数列的第2010项  $a_{2010}$  满足 ( )
- A.  $0 < a_{2010} < \frac{1}{10}$               B.  $\frac{1}{10} \leq a_{2010} < 1$               C.  $1 \leq a_{2010} \leq 10$               D.  $a_{2010} > 10$

- 4 (5分) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 其中  $a_1 = 8$ , 且  $S_{18} > 0$ ,  $S_{19} < 0$ , 则当  $S_n$  取最大值时,  $n =$  \_\_\_\_\_ .

- 5 (5分) 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ), 若  $S_3, S_9, S_6$  成等差数列, 则  $\frac{a_8}{a_2 + a_5}$  的值是 \_\_\_\_\_ .

6 (5分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为4, 公差为2, 前 $n$ 项和为 $S_n$ . 若 $S_k - a_{k+5} = 44$  ( $k \in \mathbf{N}^*$ ), 则 $k$ 的值为 ( ).

- A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 7或-8

7 (5分) 等差数列 $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和分别为 $S_n$ ,  $T_n$ , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{3n-1}{2n+3}$ , 则 $\frac{a_{10}}{b_{10}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8 (5分) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_n > 0$ , 公比 $q \neq 1$ , 则 ( ).

- A.  $a_1 + a_8 = a_4 + a_5$     B.  $a_1 + a_8 < a_4 + a_5$     C.  $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$     D.  $a_1 + a_8$ 与 $a_4 + a_5$ 的大小不可确定

9 (5分) 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q$ , 其前 $n$ 项的积为 $T_n$ , 并且满足条件 $a_1 > 1$ ,  $a_{99}a_{100} - 1 > 0$ ,

$\frac{a_{99} - 1}{a_{100} - 1} < 0$ . 给出以下结论:

- ①  $0 < q < 1$   
 ②  $a_{99}a_{101} - 1 < 0$   
 ③  $T_{100}$ 的值是 $T_n$ 中最大的.  
 ④ 使 $T_n > 1$ 成立的最大自然数 $n$ 等于198.

其中正确的结论是 \_\_\_\_\_. (填写所有正确的序号)

10 (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q$ , 前 $n$ 项和为 $S_n$ , 且 $a_1 > 0$ , 若 $S_2 > 2a_3$ , 则 $q$ 的取值范围 \_\_\_\_\_.

11 (5分) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知对任意自然数 $n$ ,  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2^n - 1$ , 则

$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = ( )$ .

- A.  $(2^n - 1)^2$                       B.  $\frac{1}{3}(2^n - 1)$                       C.  $4^n - 1$                       D.  $\frac{1}{3}(4^n - 1)$

- 12 (5分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 已知 $a_1 = \frac{1}{3}$ , 且对任意正整数 $m, n$ , 都有 $a_{m+n} = a_m \cdot a_n$ , 若 $S_n < a$ 恒成立, 则实数 $a$ 的最小值为 ( ).
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D. 2

- 13 (10分) 数列 $\{a_n\}$ 的首项为1, 前 $n$ 项和是 $S_n$ , 存在常数 $A, B$ 使 $a_n + S_n = An + B$ 对于任意的正整数 $n$ 都成立.

(1) (5分) 若 $A = 0$ , 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

(2) (5分) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $p < q$ , 且 $\frac{1}{S_p} + \frac{1}{S_q} = \frac{1}{S_{11}}$ , 求 $p, q$ 的值.

14 (10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1 = -1$ , 前12项和 $S_{12} = 186$ .

(1) (5分) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) (5分) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ , 记数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$ , 若不等式 $T_n < m$ 对

所有 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

15 (10分) 如图,  $n^2 (n \geq 4)$ 个正数排成 $n$ 行 $n$ 列方阵: 符号 $a_{ij} (1 \leq i, j \leq n)$ 表示位于第 $i$ 行第 $j$ 列的

正数. 已知每一行的数成等差数列, 每一列的数成等比数列, 且每一列的数的公比都等于 $q$ . 若

$a_{11} = \frac{1}{2}$ ,  $a_{24} = 1$ ,  $a_{32} = \frac{1}{4}$ , 则 $q = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $a_{ij} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ & & & \cdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{array}$$