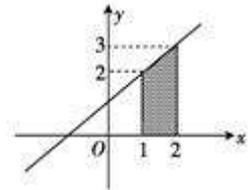


尤溪一中 2018-2019 学年上学期高二理科数学周测 (十四) 答案解析

第 1 题答案 D

第 1 题解析: 如右图, 所求定积分为阴影部分的面积, 其面积为 $\frac{5}{2}$. 故 $\int_1^2 (x+1)dx = \frac{5}{2}$.



第 2 题答案 D

第 2 题解析: 由积分基本定理可得, $\int_3^2 (3x^2 - k)dx = (x^3 + kx)|_0^2 - 8 - 2k = 16$, 解得 $k = 4$, 故选 D.

第 3 题答案 D

第 3 题解析: $S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)dx = (\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}x^3)|_0^1 = \frac{1}{3}$.

第 4 题答案 B

第 4 题解析

由已知得 $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 (x^2 + 1)dx + \int_1^2 (3 - x)dx = (\frac{1}{3}x^3 + x)|_0^1 + (3x - \frac{1}{2}x^2)|_1^2 = \frac{17}{6}$, 故选 B.

第 5 题答案 C

第 5 题解析: 因为 $\int_0^a x^2 dx = \frac{1}{3}x^3|_0^a = \frac{1}{3}a^3$, 由 $\int_0^a x^2 dx > \frac{1}{81}$, 得 $\frac{1}{3}a^3 > \frac{1}{81}$, 解得 $a > \frac{1}{3}$, 则事件 " $\int_0^a x^2 dx > \frac{1}{81}$ " 发生的概率为 $P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, 故选 C.

第 6 题答案 A

第 6 题解析: 构成试验的全部区域为圆内的区域, 面积为 π^3 , 正弦曲线 $y = \sin x$ 与 x 轴围成的区域为 Ω , 根据图形的对称性得: 面积为 $S = 2 \int_0^{\pi} \sin x dx = 2 \cos x|_0^{\pi} = 4$. 由几何概型的概率公式可得, 随机往圆内投一个点 A , 则点 A 落在区域 Ω 内的概率 $P = \frac{4}{\pi^3}$, 故选 A.

第 7 题答案 C

第 7 题解析: 设圆柱高为 x , 底面半径为 r , 则 $r = \frac{6-x}{2\pi}$.

圆柱体积 $V = \pi(\frac{6-x}{2\pi})^2 \cdot x = \frac{1}{4\pi}(x^3 - 12x^2 + 36x)$, $0 < x < 6$.

所以 $V' = \frac{1}{4\pi}(3x^2 - 24x + 36) = \frac{3}{4\pi}(x-2)(x-6)$.

当 $x = 2$ 时, V 最大. 此时底面周长为 4, 底面周长:高 = 4:2 = 2:1, 选 C.

第 8 题答案 4

第 8 题解析: 物体的速度 $v(t) = 1 - t^2$, 当 $t = 1$ 时, $v = 0$; 当 $0 < t < 1$ 时, $v > 0$; 当 $1 < t < 2$ 时, $v < 0$.

由定积分的意义得 $S = \int_0^1 v(t) dt - \int_1^2 v(t) dt = (t - \frac{2}{3}t^3)|_0^1 - (t - \frac{2}{3}t^3)|_1^2$

$$(1 - \frac{2}{3}) - (2 - \frac{16}{3} - 1 + \frac{2}{3}) = 4.$$

第 9 题答案 1

第 9 题解析: $\int_0^2 |x-1|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx = (x - \frac{1}{2}x^2)|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)|_1^2 = 1$.

第10题答案 $\frac{13}{6}$

第10题解析

解: 由 $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ x + y = 2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$, 即 $A(1, 1)$.

由 $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = -\frac{1}{3}x \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, 即 $O(0, 0)$.

由 $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x \\ x + y = 2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$, 即 $B(3, -1)$.

$$\therefore S = \int_0^1 (\sqrt{x} - \frac{1}{3}x) dx + \int_1^3 (2 - x + \frac{1}{3}x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{6}x^2 \Big|_0^1 + (2x - \frac{1}{3}x^2) \Big|_1^3 = \frac{13}{6}$$

第11题答案 (1) $a = 3$; (2) $a \leq -\frac{7}{2}$

第11题解析

(1) $f'(x) = 2x \cdot \frac{2a}{x} = \frac{2x^2 + 2a}{x}$, 由已知 $f'(2) = 1$, 解得 $a = 3$.

(2) 由 $g(x) = \frac{2}{x} + x^2 + 2a \ln x$, 得 $g'(x) = -\frac{2}{x^2} + 2x + \frac{2a}{x}$, 由已知函数 $g(x)$ 为 $[1, 2]$ 上的单调减函数, 则

$g'(x) < 0$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立, 即 $-\frac{2}{x^2} + 2x + \frac{2a}{x} < 0$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立. 即 $a < \frac{1}{x} - x^2$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立. 令

$h(x) = \frac{1}{x} - x^2$, 在 $[1, 2]$ 上 $h'(x) = -\frac{1}{x^2} - 2x = -(\frac{1}{x^2} + 2x) < 0$, 所以 $h(x)$ 在 $[1, 2]$ 为减函数.

$h(x)_{\min} = h(2) = -\frac{7}{2}$, 所以 $a \leq -\frac{7}{2}$.

第12题答案 (1) $c > 45$; (2) $c > 195$.

第12题解析

(1) 设 $h(x) = g(x) - f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + c$,

则 $h'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$.

由 $h'(x) = 0$, 得 $x = -1$ 或 $x = 2$.

当 $x \in [-3, 3]$ 时 $h(x)$, $h'(x)$ 的变动与值如下表:

x	3	$(-3, -1)$	1	$(-1, 2)$	2	$(2, 3)$	3
$h'(x)$		·	0	-	0	·	
$h(x)$	$c - 45$	^	$c - 7$	∨	$c - 20$	^	$c - 9$

由表得 $h(x)_{\min} = h(-3) = c - 45, x \in [-3, 3]$,

若对任意 $x \in [-3, 3]$, 都有 $f(x) < g(x)$ 成立,

需 $h_{\min}(x) > 0$, 即 $c - 45 > 0 \rightarrow c > 45$.

(2) 要对任意的 $x_1 \in [-3, 3], x_2 \in [-3, 3]$, 都有 $f(x_1) < g(x_2)$ 成立,

则需 $f(x)_{\max} < g(x)_{\min}, x \in [-3, 3]$.

因为 $f(-3) = 147 - c, f(3) = 21 - c$,

所以 $f(x)_{\max} = f(-3) = 147 - c; g'(x) = 6x^2 + 8x - 40$.

令 $g'(x) = 0$ 得 $x = 2, x = -\frac{10}{3}$ (舍去),

因为 $g(-3) = 102, g(2) = -48, g(3) = -30$,

所以 $g(x)_{\min} = g(2) = -48$;

则 $f(x)_{\max} < g(x)_{\min} \rightarrow 147 - c < -48 \rightarrow c > 195$.

