尤溪一中 2018-2019 学年（下）入学考高二理科数学试卷答案解析

第 1 题答案 C

第 1 题解析

题目中所给命题是全称命题，全称命题的否定是特称命题. 故选 C

第 2 题答案 C

第 2 题解析

通过分析茎叶图中的数据为

12、14、20、23、25、26、30、31、31、41、42，

其众数和中位数分别为31与26.

第 3 题答案 C

第 3 题解析

椭圆面积与矩形面积之比为$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{80}{100}$，$\therefore S_1=\dfrac{80}{100}\times 5\times 3=12$.

第 4 题答案 C

第 4 题解析

血液酒精浓度在$80\ mg/100ml$(含80)以上的人数约为$(0.01+0.005)\times 10\times 28800=4320$.

第 5 题答案 B

第 5 题解析

如果取两白有1种情况；一白一黑有6种情况；两黑有3种情况，所以基本事件共有10种情况．至少有一个黑球的反面是取的全是白球，所以至少摸出一个黑球的概率$P=1-\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{10}$.

第 6 题答案 C

第 6 题解析

设有0人排队、1人排队、2人排队、3人排队、4人排队、5人以上排队分别记为事件A、B、C、D、E、F.事件A、B、C、D、E、F两两互斥，

$\therefore$至多两人排队的概率为：$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.10+0.16+0.3=0.56$.故选 C.

第 7 题答案 D

第 7 题解析

由充要条件的意义可知，x只属于A集合不属于B集合，所以D为正确选项.

第 8 题答案 A

第 8 题解析

第一次循环运算：$n=3\times 5+1=16, k=1$；第二次：$n=\dfrac{16}{2}=8, k=2$；第三次：$n=\dfrac{8}{2}=4, k=3$；第四次：$n=\dfrac{4}{2}=2, k=4$；第五次：$n=\dfrac{2}{2}=1, k=5$，这时符合条件输出$k=5$，故选 A.

第 9 题答案 B

第 9 题解析

该程序的功能是把a，b两数按从大到小排列．故选 B.

第 10 题答案 C

第 10 题解析

在这组数中，如果恰有两个数在$1,2,3,4$中，则表示恰有两次投中，它们分别是812，932，271，191，393，即共有5个数，我们得到了三次投篮中恰有两次投中的概率近似为$P=\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$.故选 C.

第 11 题答案 B

第 11 题解析

$-\sqrt{2}\le \sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})\le\sqrt{2}$，所以只有④是正确的. 故选$B$.

第 12 题答案 B

第 12 题解析

由$f'(x)g(x)<f(x)g'(x)$得$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}<0$.

即$y=\frac{f(x)}{g(x)}=a^x$为 R 上的减函数，所以$0<a<1$.由$\frac{f(1)}{g(1)}+\frac{f(-1)}{g(-1)}=\frac{5}{2}$.得$a+a^{-1}=\frac{5}{2}$.

即$2a^2-5a+2=0$解得$a=2$或$a=\frac{1}{2}$又$0<a<1$.

所以$a=\frac{1}{2}$故$\frac{f(x)}{g(x)}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，数列$\left\{\frac{f(n)}{g(n)}\right\}(n\in N^*)$即$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}(n\in N^*)$,

其前n项和为$\frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{63}{64}\Rightarrow n=6.$

第 13 题答案

$x+y-2=0$

第 13 题解析

$y=2x-x^3\Rightarrow y'=2-3x^2$, ∴在$(1,1)$处的切线的斜率$y'(1)=2-3=-1$，所以方程：$x+y-2=0.$

第 14 题答案

$\alpha\in[0,\frac{\pi}{2})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

第 14 题解析

由题意得，曲线$y=x^3-x+1$，则$y'=3x^2-1$，则点P处的切线的斜率为$k=\tan\alpha=3x^2-1\geq-1$，又因为直线的倾斜角

$\alpha\in[0,\pi)$，所以$\alpha\in[0,\frac{\pi}{2})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$.....

第 15 题答案

-1或$\frac{1}{3}$

第 15 题解析

$$\int_{-1}^{1}(3x^2+2x+1)dx=(x^3+x^2+x)|_{-1}^{1}=4.$$

$\therefore 2(3a^2+2a+1)=4$，解得$a=-1$或$a=\frac{1}{3}$.

第 16 题答案

$90°$

第 16 题解析

以 D 为原点，分别以 DA，DC，DD_1 为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系 D-xyz.

设正方体边长为 2，则 D(0，0，0)，N(0，2，1)，M(0，1，0)，A_1(2，0，2).

故$\overrightarrow{DN}=(0,2,1),\overrightarrow{MA_1}=(2,-1,2)$.

所以$\cos<\overrightarrow{DN},\overrightarrow{MA_1}>=\frac{\overrightarrow{DN}\cdot\overrightarrow{MA_1}}{\left|\overrightarrow{DN}\right|\cdot\left|\overrightarrow{MA_1}\right|}=0$，

故 DN⊥A_1M，所以所求夹角为$90°$(亦可利用线面垂直性质定理证得 DN⊥A_1M).

第 17 题答案 $\left[2,3\right)$

第 17 题解析

若命题$ax^2-2ax+3>0$恒成立是真命题，①．

（1）当$a=0$时，①成立，

（2）当$a\neq 0$时，要使①成立，必须$\begin{cases}a>0\\ \Delta=4a^2-12a<0\end{cases}$，解得$0<a<3$.

综上所述，$0\le a<3$.

若命题q: $\log_2 a\ge 1$是真命题，则$a\ge 2$ ，

因为$p\wedge q$ 是真命题，则p，q两个都是真命题，则$\begin{cases}0\le a<3\\ a\ge 2\end{cases}$，解得$2\le a<3$．故$a$的取值范围是$\left[2,3\right)$．

第 18 题答案

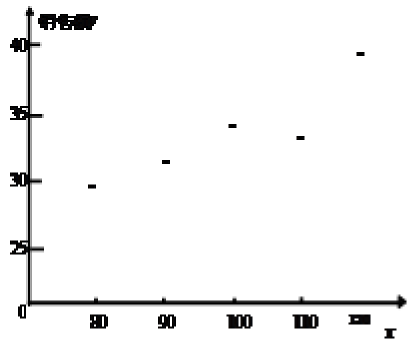
（1）略；

（2）$y=0.24x+9$；

（3）45万元

第 18 题解析

（1）数据对应的散点图如图所示：



（2）$\bar{x}=100,\bar{y}=33$，

∴

$$\hat{b}=\frac{\sum \lim its_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\bar{y}}{\sum \lim its_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\frac{16740-5\times 100\times 33}{51000-5\times 100^2}=0.24,\quad \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=33-0.24\times 100=9,$$

∴回归直线方程为：$y=\hat{b}x+\hat{a}=0.24x+9.$

（3）据（2），当$x=150$时，销售价格的估计值为：$y=0.24\times 150+9=45$（万元）.

第 19 题答案 见解析

第 19 题解析

(1)由题意:抛物线焦点为$(1,0)$,设$l:x=ty+1$,代入抛物线方程$y^2=4x$中得,$y^2-4ty-4=0$,

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则$y_1+y_2=4t$,$y_1y_2=-4$,

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=(ty_1+1)(ty_2+1)+y_1y_2$

$=t^2y_1y_2+t(y_1+y_2)+1+y_1y_2=-4t^2+4t^2+1-4=-3.$

(2)设$l:x=ty+b$,代入抛物线方程$y^2=4x$中得,$y^2-4ty-4b=0$,

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则$y_1+y_2=4t$,$y_1y_2=-4b$,

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=(ty_1+b)(ty_2+b)+y_1y_2$

$=t^2y_1y_2+bt(y_1+y_2)+b^2+y_1y_2=-4bt^2+4bt^2+b^2-4b=b^2-4b$,

令$b^2-4b=-4$,$\therefore b^2-4b+4=0$,$b=2$,$\therefore$直线l过定点$(2,0)$,$\therefore$若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$,则直$l$必过一定点.

第 20 题答案

（1）见解答

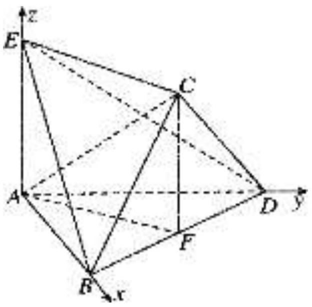
（2）$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(3) 点 M 为 BE 的中点时，CM∥平面 ADE

第 20 题解析

(1)证明：以 A 为坐标原点，AB，AD，AE 所在的直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系，如图所示，则 E(0，0，$\sqrt{2}$)，B(2，0，0)，D(0，2，0)．

取 BD 的中点 F 并连接 CF，AF.由题易得 CF⊥BD 且 AF = CF = $\sqrt{2}$.



又∵平面 BDA⊥平面 BDC，

∴CF⊥平面 BDA，

∴C(1，1，$\sqrt{2}$)，

∴$\overrightarrow{DE}$ = (0， - 2，$\sqrt{2}$)，$\overrightarrow{AC}$ = (1，1，$\sqrt{2}$)．

∵$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{AC}$ = (0， - 2，$\sqrt{2}$)·(1，1，$\sqrt{2}$) = 0，

∴DE⊥AC.

(2)设平面 BCE 的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则

$$\begin{cases}\overrightarrow{EB}\cdot\vec{n}=0,\\ \overrightarrow{CB}\cdot\vec{n}=0,\end{cases}\text{即}\begin{cases}2x-\sqrt{2}z=0,\\ x-y-\sqrt{2}z=0.\end{cases}$$

令 x = 1，得$\vec{n}=(1,-1,\sqrt{2})$．

设 DE 与平面 BEC 所成的角为 θ，则

$$\sin\theta=\left|\cos\left\langle\vec{n},\overrightarrow{DE}\right\rangle\right|=\left|\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}}{|\vec{n}|\cdot\left|\overrightarrow{DE}\right|}\right|=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

(3)假设存在点 M 使得 CM∥平面 ADE，且$\overrightarrow{EM}=\lambda\overrightarrow{EB}$.

∵$\overrightarrow{EB}=(2,0,-\sqrt{2})$，∴$\overrightarrow{EM}=(2\lambda,0,-\sqrt{2}\lambda)$，得$M(2\lambda,0,\sqrt{2}-\sqrt{2}\lambda)$，

∴$\overrightarrow{CM}=(2\lambda-1,-1,-\sqrt{2}\lambda)$.

又易知 AB⊥平面 ADE，

∴$\overrightarrow{AB}$ = (2，0，0)为平面 ADE 的一个法向量．

∵CM∥平面 ADE，∴$\overrightarrow{CM}\perp\overrightarrow{AB}$，即$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，

即 2(2λ - 1) = 0，

∴$\lambda=\dfrac{1}{2}$.

故点 M 为 BE 的中点时，CM∥平面 ADE.

第 21 题答案

$\frac{8}{9}x^2+\frac{16}{9}y^2=1$

第 21 题解析

由 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,得 $\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$,所以 $a^2=2b^2$, $c=b$.

设椭圆 C 的方程为 $x^2+2y^2=2b^2$, $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $x_1\neq x_2$,

根据题意有 $x_1{}^2+2y_1{}^2=2b^2$, $x_2{}^2+2y_2{}^2=2b^2$,

两式相减得 $(x_1{}^2-x_2{}^2)+2(y_1{}^2-y_2{}^2)=0$,$\therefore \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{x_1+x_2}{2(y_1+y_2)}$.

设 AB 的中点为 (x_0,y_0),则 $k_{AB}=-\frac{x_0}{2y_0}$.

因为点 (x_0,y_0) 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上,所以 $y_0=\frac{1}{2}x_0$.

所以 $-\frac{x_0}{2y_0}=-1$,即 $k_{AB}=-1$.

因此直线 l 的方程为 $y=-x+1$.

将椭圆的右焦点 $(b,0)$ 关于直线 l 的对称点设为 (x',y'),

则 $\begin{cases}\frac{y'}{x'-b}=1,\\ \frac{y'}{2}=-\frac{x'+b}{2}+1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x'=1,\\ y'=1-b.\end{cases}$

由点 $(1,1-b)$ 在椭圆 C 上,得 $1+2(1-b)^2=2b^2$,解得 $b=\frac{3}{4}$,

所以 $b^2=\frac{9}{16}$, $a^2=\frac{9}{8}$.

故所求椭圆 C 的方程为 $\frac{8}{9}x^2+\frac{16}{9}y^2=1$ ....

第 22 题答案

（1）$a=3$；

（2）$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数；

（3）$(-\infty,-\log_2 e]$

第 22 题解析

（1）由已知得：$f'(x)=\dfrac{1}{x}+2x-a$，

$\therefore f'(1)=0$，$\therefore 1+2-a=0$，$\therefore a=3$.

（2）当$0<a<2$时，$f'(x)=\dfrac{1}{x}+2x-a=\dfrac{2x^2-ax+1}{x}=\dfrac{2(x-\frac{a}{4})^2+1-\frac{a^2}{8}}{x}$，

因为$0<a<2$，所以$1-\dfrac{a^2}{8}>0$，而$x>0$，

即$f'(x)=\dfrac{2(x-\frac{a}{4})^2+1-\frac{a^2}{8}}{x}>0$，故$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.

（3）当$a\in(1,2)$时，由(2)知，$f(x)$在$[1,2]$上的最小值为$f(1)=1-a$，

故问题等价于：对任意的$a\in(1,2)$，不等式$1-a>m\ln a$恒成立，

即$m<\dfrac{1-a}{\ln a}$恒成立，记$g(a)=\dfrac{1-a}{\ln a}$，（$a\in(1,2)$），

则$g'(a)=\dfrac{-a\ln a-1+a}{a\ln^2 a}$，令$M(a)=-a\ln a-1+a$，

则$M'(a)=-\ln a<0$，所以$M(a)$在$(1,2)$上单调递减，所以$M(a)<M(1)=0$,

故$g'(a)<0$，所以$g(a)=\dfrac{1-a}{\ln a}$在$(1,2)$上单调递减，

所以$m\le g(2)=\dfrac{1-2}{\ln 2}=-\log_2 e$，即实数$m$的取值范围为$(-\infty,-\log_2 e]$.