2016 年高考新课标Ⅱ卷文数试题参考解析

一、 选择题：本大题共 12 小题。每小题 5 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\,|\,x^2<9\}$，则 $A\bigcap B=$

（A）$\{-2,-1,0,1,2,3\}$ （B）$\{-2,-1,0,1,2\}$ （C）$\{1,2,3\}$ （D）$\{1,2\}$

【答案】D

【解析】由 $x^2<9$ 得，$-3<x<3$，所以 $B=\{x\,|\,-3<x<3\}$，所以 $A\bigcap B=\{1,2\}$，故选 D.

2. 设复数 z 满足 $z+\mathrm{i}=3-\mathrm{i}$，则 $\bar{z}=$

（A）$-1+2\mathrm{i}$ （B）$1-2\mathrm{i}$ （C）$3+2\mathrm{i}$ （D）$3-2\mathrm{i}$

【答案】C

【解析】由 $z+i=3-i$ 得，$z=3-2i$，故选 C.

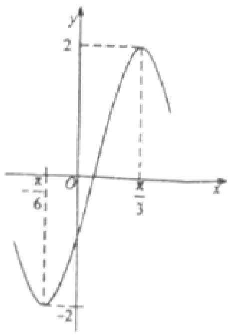
3. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示，则

（A） $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

（B） $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

（C） $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

（D） $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$



【答案】A

【解析】由图知，$A=2$，周期 $T=\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$，所以 $y=2\sin(2x+\varphi)$，因为图象过点 $(\frac{\pi}{3},2)$，所以 $\sin(\frac{2\pi}{3}+\varphi)=1$，所以 $\frac{2\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$，令 $k=0$ 得，$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，所以 $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，故选 A.

4. 体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上，则该球面的表面积为

（A）12π （B）$\frac{32}{3}\pi$ （C）8π （D）4π

【答案】A

【解析】因为正方体的体积为 8，所以正方体的体对角线长为$2\sqrt{3}$，所以正方体的外接球的半径为$\sqrt{3}$，所以球面的表面积为$4\pi\cdot(\sqrt{3})^2=12\pi$，故选 A.

5. 设 F 为抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点，曲线 $y=\dfrac{k}{x}$（$k>0$）与 C 交于点 P，$PF\perp x$ 轴，则 $k=$

（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）1　　（C）$\dfrac{3}{2}$　　（D）2

【答案】D

【解析】$F(1,0)$，又因为曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 与 C 交于点 P，$PF\perp x$ 轴，所以$\dfrac{k}{1}=2$，所以 $k=2$，选 D.

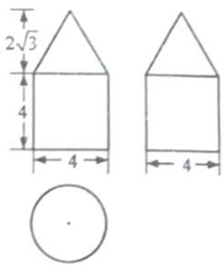
6. 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1，则 $a=$

（A）$-\dfrac{4}{3}$　　（B）$-\dfrac{3}{4}$　　（C）$\sqrt{3}$　　（D）2

【答案】A

【解析】圆心为$(1,4)$，半径$r=2$，所以$\dfrac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1^2}}=1$，解得$a=-\dfrac{4}{3}$，故选 A.

7. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为



（A）20π　　（B）24π　　（C）28π　　（D）32π

【答案】C

【解析】因为原几何体由同底面一个圆柱和一个圆锥构成，所以其表面积为$S=28\pi$，故选 C.

8. 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现，红灯持续时间为 40 秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯，则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为

（A）$\dfrac{7}{10}$　　（B）$\dfrac{5}{8}$　　（C）$\dfrac{3}{8}$　　（D）$\dfrac{3}{10}$

【答案】B

【解析】至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为$\dfrac{40-15}{40}=\dfrac{5}{8}$，故选 B.

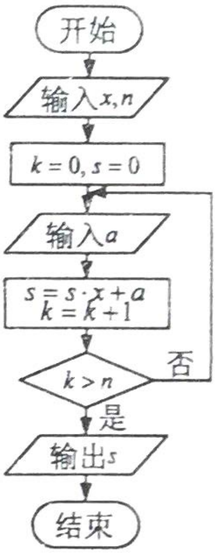
9. 中国古代有计算多项式值得秦九韶算法，右图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图，若输入的 a 为 2，2，5，则输出的 $s=$

（A）7

（B）12

（C）17

（D）34



【答案】C

【解析】第一次运算，a=2，s=2，n=2，k=1，不满足 k>n;
第二次运算，a=2，s=$2\times2+2=6$，k=2，不满足 k>n;
第三次运算，a=5，s=$6\times2+5=17$，k=3，满足 k>n，
输出 s=17，故选 C.

10. 下列函数中，其定义域和值域分别与函数 y=$10^{\lg x}$的定义域和值域相同的是

（A）$y=x$　　（B）$y=\lg x$　　（C）$y=2^x$　　（D）$y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

【答案】D

【解析】$y=10^{\lg x}=x$，定义域与值域均为$(0,+\infty)$，只有 D 满足，故选 D.

11. 函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos(\dfrac{\pi}{2}-x)$ 的最大值为

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

【答案】B

【解析】因为 $f(x)=-2(\sin x-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{11}{2}$，而 $\sin x\in[-1,1]$，所以当 $\sin x=1$时，取最大值 5，选 B.

12. 已知函数 $f(x)$（$x\in R$）满足 $f(x)=f(2-x)$，若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为（x_1,y_1），（x_2,y_2），…，（x_m,y_m），则 $\sum_{i=1}^{m}x_i=$

(A)0　　(B)m　　(C) $2m$　　(D) $4m$

【答案】B

【解析】因为 $y=f(x), y=|x^2-2x-3|$ 都关于 $x=1$ 对称，所以它们交点也关于 $x=1$ 对称，当 m 为偶数时，

其和为$2\times\dfrac{m}{2}=m$，当m为奇数时，其和为$2\times\dfrac{m-1}{2}+1=m$，因此选 B.

二．填空题：共 4 小题，每小题 5 分.

13．已知向量 $a=(m,4)$，$b=(3,-2)$，且 $a/\!/b$，则 $m=$___________.

【答案】-6

【解析】因为 $a/\!/b$，所以$-2m-4\times3=0$，解得$m=-6$.

14．若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geq0\\x+y-3\geq0\\x-3\leq0\end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最小值为__________.

【答案】-5

【解析】由$\begin{cases}x-y+1=0\\x+y-3=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，点A$(1,2)$，由$\begin{cases}x-y+1=0\\x-3=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$，点B$(3,4)$，由$\begin{cases}x-3=0\\x+y-3=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$，点C$(3,0)$，分别将A，B，C代入$z=x-2y$得：$z_A=-3$，$z_B=-5$，$z_C=3$，所以$z=x-2y$的最小值为$-5$.

15．$\triangle ABC$的内角 A，B，C的对边分别为 a，b，c，若$\cos A=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{5}{13}$，$a=1$，则 $b=$____________.

【答案】$\dfrac{21}{13}$

【解析】因为$\cos A=\dfrac{4}{5},\cos C=\dfrac{5}{13}$，且$A,C$为三角形内角，所以$\sin A=\dfrac{3}{5},\sin C=\dfrac{12}{13}$，

$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\dfrac{13}{65}$，又因为$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，所以$b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}=\dfrac{21}{13}$.

16．有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3．甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说：“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”，乙看了丙的卡片后说：“我与丙的卡片上相同的数字不是 1”，丙说：“我的卡片上的数字之和不是 5”，则甲的卡片上的数字是________________.

【答案】1和3

【解析】由题意分析可知甲的卡片上数字为 1 和 3，乙的卡片上数字为 2 和 3，丙卡片上数字为 1 和 2.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（本小题满分 12 分）

等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4=4,a_5+a_7=6$

（I）求$\{a_n\}$的通项公式；

(II)设 $b_n=[a_n]$，求数列{b_n}的前 10 项和，其中[x]表示不超过 x 的最大整数，如[0.9]=0,[2.6]=2

【试题分析】(I)先设$\{a_n\}$的首项和公差，再利用已知条件可得a_1和d，进而可得$\{a_n\}$的通项公式;(II)根据$\{b_n\}$的通项公式的特点，采用分组求和法，即可得数列$\{b_n\}$的前10项和.

课标Ⅱ文

17. 解析：(I) 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

由已知可得$\begin{cases}a_1+2d+a_1+3d=4\\a_1+4d+a_1+6d=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=1\\d=\frac{2}{5}\end{cases}$.

故等差数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=a_1+(n-1)d=1+\frac{2(n-1)}{5}=\frac{2n+3}{5}$.

(II) 由题可得$b_1=b_2=b_3=1$, $b_4=b_5=2$, $b_6=b_7=b_8=3$, $b_9=b_{10}=4$，故数列$\{b_n\}$的前10项和为$1\times3+2\times2+3\times3+4\times2=24$.

18． （本小题满分 12 分）

某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保　　费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到如下统计表：

出险次数	0	1	2	3	4	≥5
频　　数	60	50	30	30	20	10

（I）记 A 为事件：“一续保人本年度的保费不高于基本保费”。求 P(A)的估计值；

(II)记 B 为事件：“一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”．求 P(B)的估计值；

（III）求续保人本年度的平均保费估计值.

【试题分析】(I)由已知可得续保人本年度的保费不高于基本保费的频数，进而可得$P(A)$的估计值;(II)由已知可得续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的160%的频数，进而可得$P(B)$的估计值;（III）计算出险次数的频率，进而可得续保人本年度的平均保费估计值.

18. 解析：(I) 由已知可得：$P(A)\approx\frac{60+50}{200}=0.55$，即$P(A)$的估计值为0.55.

(II) 由已知可得：$P(B)\approx\frac{30+30}{200}=0.3$，即$P(B)$的估计值为0.3.

(III) 续保人本年度的平均保费的估计值为

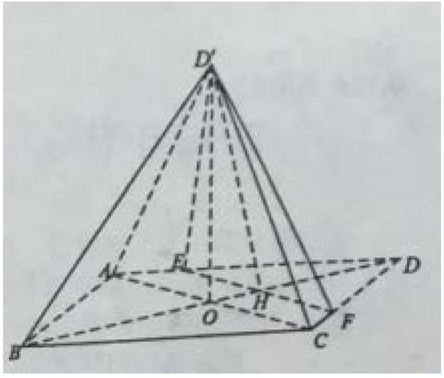
$0.85a\times\frac{60}{200}+a\times\frac{50}{200}+1.25a\times\frac{30}{200}+1.5a\times\frac{30}{200}+1.75a\times\frac{20}{200}+2a\times\frac{10}{200}=1.1925a$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E、F 分别在 AD，CD 上，AE=CF，EF 交 BD 于点 H，将$\triangle DEF$沿 EF 折到$\triangle D'EF$的位置.

（I）证明：$AC\perp HD'$；

(II)若 $AB=5, AC=6, AE=\dfrac{5}{4}, OD'=2\sqrt{2}$，求五棱锥 $D'-$ABCEF 体积.



【试题分析】（I）先证 $\mathrm{AC}\perp\mathrm{OH}$， $\mathrm{AC}\perp\mathrm{OD}'$，再证 $\mathrm{AC}\perp$ 平面 OHD'，即可证 $\mathrm{AC}\perp\mathrm{HD}'$；（II）先证 $\mathrm{OD}'\perp\mathrm{OH}$，进而可证 $\mathrm{OD}'\perp$ 平面 ABCD，再计算菱形 ABCD 和 ΔEFD 的面积，进而可得五棱锥 $D'-$ABCEF 的体积.

19. 解析：(I) 因为四边形ABCD为菱形，所以 $AC\perp OH$，
又在 $\triangle ACD'$ 中，$AD'=CD'$，而O为AC的中点，所以 $AC\perp OD'$，
又 $OH\cap OD'=O$，所以 $AC\perp$ 平面 OHD'，
由 $HD'\subset$ 平面 OHD'，可得 $AC\perp HD'$.
(II) ~~由(I)易得 $V_{D-ABC}=\frac{1}{3}$~~ 由已知易得 $BD=8$，故 $OH=\frac{AE}{AD}\cdot OD=\frac{\frac{5}{4}}{5}\times 4=1$，
$HD=HD'=3$，显然 $OD'^2+OH^2=HD'^2$，故 $OD'\perp OH$，
由(1)可得 $AC\perp OD'$，故 $OD'\perp$ 底面ABCD.
~~又 $S_{五边形ABCFE}$~~ 又 $S_{\triangle EFD}=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2-9}=\frac{27}{4}$. $S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=24$.
故五棱锥 $D'-ABCFE$ 的体积 $V=\frac{1}{3}(S_{菱形ABCD}-S_{\triangle EFD})\cdot OD'=\frac{1}{3}\times\left(24-\frac{27}{4}\right)\times 2\sqrt{2}=\frac{23\sqrt{2}}{2}$.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-a(x-1)$.

（I）当 $a=4$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(II)若当 $x\in(1,+\infty)$ 时， $f(x)>0$，求 a 的取值范围.

【试题分析】(I) 对 $f(x)$ 求导，进而可得切线的斜率，即可得曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；(II) 令 $g(x)=f'(x)$，对 $g(x)$ 求导，进而可判断 $f'(x)$ 的单调性，再分别对 $a\le 2$，$a>2$ 两种情况讨论 $f(x)$ 的单调性和最值，即可得 a 的取值范围.

20. 解析：(I) $f'(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}-a$，当 $a=4$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}+\ln x-3$，

故 $f'(1)=\frac{1}{1}+\ln 1-3=-2$，又 $f(1)=0$，故曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程

为 $y-0=-2(x-1)$，即 $2x+y-2=0$.

~~(II) 当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f(x)>0$，即对 $\forall x\in(1,+\infty)$，$(x+1)\ln x-a(x-1)>0$，~~

~~即 $a<\frac{(x+1)\ln x}{x-1}$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立.~~

(II) 令 $g(x)=f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}+1-a$，则 $g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}$，显然当 $x\in(1,+\infty)$ 时，

$g(x)>0$ 恒成立，即 $f'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$f'(1)=2-a$，①当 $a\le 2$ 时，$f'(1)\ge 0$，

故 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(1)=0$，此时 $a\le 2$ 符合题意；②当 $a>2$ 时，

由 $f(1)=0$ 及 $f'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增可知 $\exists x_0>1$，使得 $f'(x_0)=0$，即 $f(x_0)<0$，

不符合题意. 综上，a 的取值范围为 $(-\infty,2]$

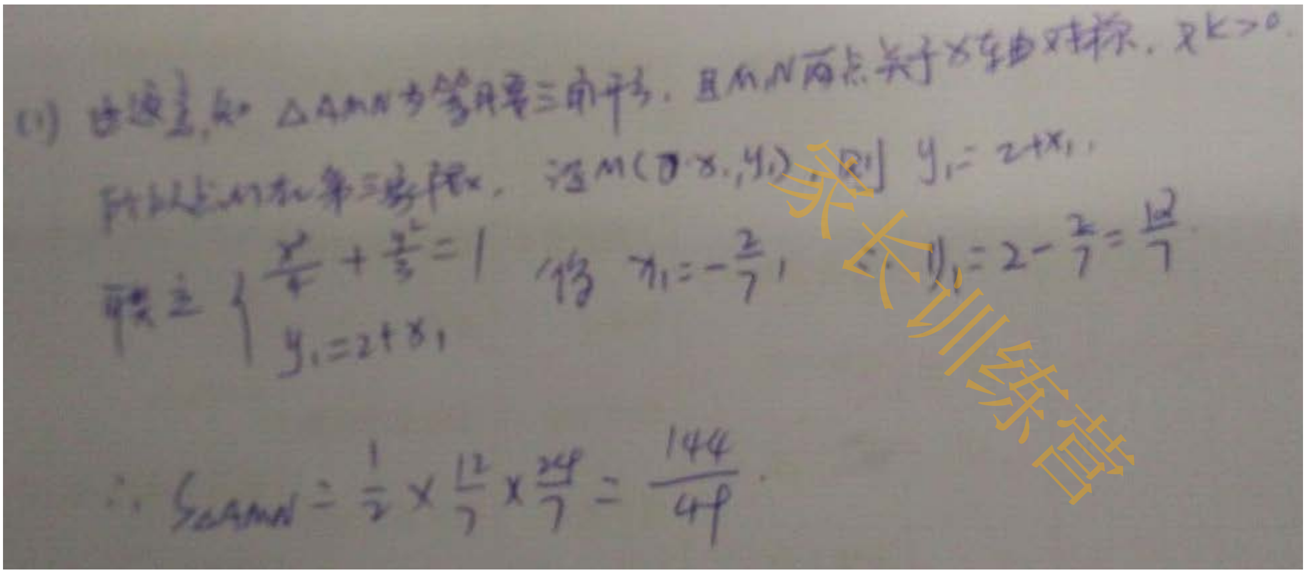
21.（本小题满分 12 分）

已知 A 是椭圆 E：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点，斜率为 $k(k>0)$ 的直线交 E 与 A，M 两点，点 N 在 E 上，$MA\perp NA$.

（I）当 $|AM|=|AN|$ 时，求□AMN 的面积

（II）当 $|AM|=|AN|$ 时，证明：$\sqrt{3}<k<2$.

【试题分析】（I）设点 M 的坐标，由已知条件可得点 M 的坐标，进而可得 ΔAMN 的面积.



(1) 由题意知 $\triangle AMN$ 为等腰直角三角形，且 M, N 两点关于 x 轴对称，又 $k>0$.
所以点 M 在第三象限，设 $M(x_1, y_1)$，则 $y_1 = 2+x_1$，
联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \\ y_1=2+x_1 \end{cases}$ 得 $x_1=-\frac{2}{7}$，∴ $y_1 = 2-\frac{2}{7}=\frac{12}{7}$
$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}\times\frac{12}{7}\times\frac{24}{7}=\frac{144}{49}$.

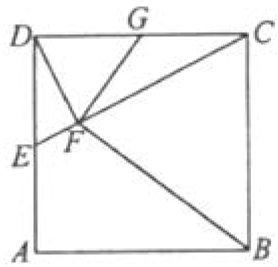
请考生在第 22~24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，在正方形 $ABCD$ 中，E，G 分别在边 DA，DC 上（不与端点重合），且 $DE=DG$，过 D 点作 $DF\perp CE$，垂足为 F.

（Ⅰ）证明：B，C，G，F 四点共圆；

（Ⅱ）若 $AB=1$，E 为 DA 的中点，求四边形 $BCGF$ 的面积.



【试题分析】（I）先证 $\Delta DFC\backsim\Delta EDC$，再证 $\Delta FDG\backsim\Delta FCB$，进而可证 B， C， G， F 四点共圆；（II）先证 $\Delta GFB\cong\Delta GCB$，再计算 ΔGCB 的面积，进而可得四边形 $BCGF$ 的面积.

解析：（I）在正方形 ABCD 中，$\angle EDF=\angle DCF$，所以 $\angle EDC=\angle FCB$

因为 $DF\perp CE$，所以 $\angle DFC=\angle EDC=90^\circ$，所以 $\Delta DFC\backsim\Delta EDC$

所以 $\frac{DF}{ED}=\frac{FC}{DC}$，因为 $DE=DG$，$BC=CD$，所以 $\frac{DF}{DG}=\frac{FC}{BC}$，所以 $\Delta FDG\backsim\Delta FCB$

所以 $\angle FGD=\angle FBC$，因为 $\angle FGC+\angle FBC=180^\circ$，所以 B， C， G， F 四点共圆

（II）因为 $DE=\frac{1}{2}AD$，$DG=DE$，所以 $DG=\frac{1}{2}DC$

因为 $DF\perp CE$，所以 $CF=CG$

因为 B， C， G， F 四点共圆，所以 $\angle GFB=\angle GCB=90^\circ$，所以 $\Delta GFB\cong\Delta GCB$

所以 $S_{\Delta GCB}=\frac{1}{2}CB\cdot CG=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

所以 $S_{四边形BCGF}=2S_{\Delta GCB}=\frac{1}{2}$

23．（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

（Ⅰ）以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

（Ⅱ）直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$（$t$ 为参数），l 与 C 交于 A，B 两点，$|AB|=\sqrt{10}$，求 l 的斜率.

【试题分析】(I) 利用 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$ 可得 C 的极坐标方程；(II) 先将直线 l 的参数方程化为普通方程，再利用弦长公式可得 l 的斜率.

解析：(I) 由 $\left(x+6\right)^2+y^2=25$ 得 $x^2+y^2+12x+11=0$

$\because\ \rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$

$\therefore\ \rho^2+12\rho\cos\theta+11=0$

故 C 的极坐标方程为 $\rho^2+12\rho\cos\theta+11=0$

(II) 由 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）得 $y=\tan\alpha x$，即 $\tan\alpha x-y=0$

圆心 $C\left(-6,0\right)$，半径 $r=5$

圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\sqrt{r^2-\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

即 $\frac{|-6\tan\alpha|}{\sqrt{\tan^2\alpha+1}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$，解得 $\tan\alpha=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$，所以 l 的斜率为 $\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$.

24．（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x+\frac{1}{2}\right|$，$M$ 为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

（Ⅰ）求 M;

（Ⅱ）证明：当 a，bÎ M 时，$|a+b|<|1+ab|$.

【试题分析】(I) 先去掉绝对值，再分 $x<-\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ 和 $x>\frac{1}{2}$ 三种情况解不等式，即可得 M；(II) 采用平方作差法，再进行因式分解，进而可证当 a，$b\in M$ 时，$|a+b|<|1+ab|$.

解析：(I) $f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x+\frac{1}{2}\right|=\begin{cases}-2x, x<-\frac{1}{2}\\ 1, -\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}\\ 2x, x>\frac{1}{2}\end{cases}$

当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=-2x<2$，解得 $x>-1$，所以 $-1<x<-\frac{1}{2}$

当 $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=1<2$，所以 $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=2x<2$，解得 $x<1$，所以 $\frac{1}{2}<x<1$

所以 $M=(-1,1)$

(II) $(a+b)^2-(1+ab)^2=a^2+2ab+b^2-(1+2ab+a^2b^2)=a^2-1+b^2(1-a^2)=(a^2-1)(1-b^2)$

$\because -1<a<1$，$-1<b<1$

$\therefore 0\le a^2<1$，$0\le b^2<1$

$\therefore a^2-1<0$，$1-b^2>0$

$\therefore (a+b)^2<(1+ab)^2$

即 $|a+b|<|1+ab|$