2017~2018学年广东广州越秀区高一下学期期末数学试卷

一、选择题：每题5分,共60分

1 已知集合$P=\{x|x^2-2x\geqslant 3\}$，$Q=\{x|x^2-6x+8<0\}$，则$P\cap Q=$（ ）.

A. $[3,4)$　　B. $(2,3]$　　C. $(-1,2)$　　D. $(-1,3]$

2 设$a>1>b>-1$，则下列不等式中恒成立的是（ ）.

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C. $a>b^2$　　D. $a^2>2b$

3 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$均为单位向量，它们的夹角为60°，则$|\vec{a}-3\vec{b}|$等于（ ）.

A. $\sqrt{7}$　　B. 4　　C. 10　　D. 13

4 在$\triangle ABC$中，已知D是AB边上一点，若$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{CB}$，则$\lambda=$（ ）.

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

5 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_5=3(a_2+a_8)$，则$\frac{a_5}{a_3}=$（ ）.

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{5}{6}$

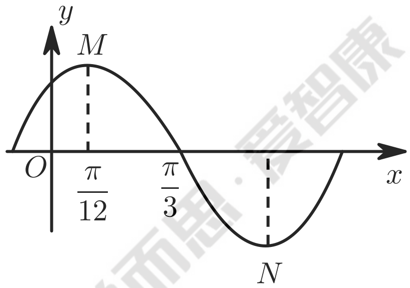
6 已知等比数列$\{a_n\}$的公比为正数，且$a_3\cdot a_9=2{a_5}^2$，$a_2=1$，则$a_1=$（ ）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

7 在$\triangle ABC$中，若 $a\cos B = b\cos A$，则$\triangle ABC$的形状一定是（　）．

A. 锐角三角形　　B. 钝角三角形　　C. 直角三角形　　D. 等腰三角形

8 若函数$y = A\sin\ (\omega x + \varphi)\ \left(A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \dfrac{\pi}{2}\right)$在一个周期内的图象如图所示，$M$，$N$分别是这段图象的最高点和最低点，且$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$，则$A \cdot \omega =$（　）．

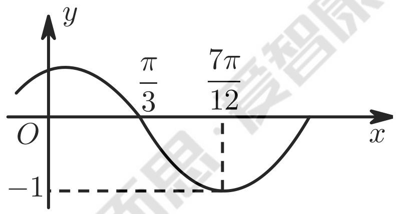


A. $\dfrac{\sqrt{7}\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\sqrt{7}\pi}{12}$　　C. $\dfrac{\pi}{6}$　　D. $\dfrac{\sqrt{7}\pi}{3}$

9 已知$\sin\ \left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin\alpha = \dfrac{4\sqrt{3}}{5}$，则$\cos\ \left(\alpha + \dfrac{2\pi}{3}\right)$的值是（　）．

A. $-\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　C. $-\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

10 已知函数$f(x) = A\sin\ (\omega x + \varphi)\ (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi)$的图象如图所示，则$f(x)$的解析式为（　）．



A. $f(x) = \sin\ \left(2x - \dfrac{2\pi}{3}\right)$　　B. $f(x) = \sin\ \left(2x + \dfrac{2\pi}{3}\right)$

C. $f(x) = \sin\ \left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$　　D. $f(x) = \sin\ \left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$

11 设O是$\triangle ABC$的外心，a、b、c分别为$\triangle ABC$的内角$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边，且满足$b^2 - 2b + c^2 = 0$，则$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AO}$的取值范围是（　）．

A. $(-\infty, 2)$　　B. $\left[-\dfrac{1}{4}, 2\right)$　　C. $(0, 2)$　　D. $\left[-\dfrac{1}{4}, +\infty\right)$

12 已知$f(\theta)=-\sin^2\theta+2m\sin\theta-2m<0$对$\theta\in\mathbf{R}$恒成立，则实数$m$的取值范围是（　）．

A. $0<m<1$　　B. $0<m<2$　　C. $m>0$　　D. $m\geqslant 1$

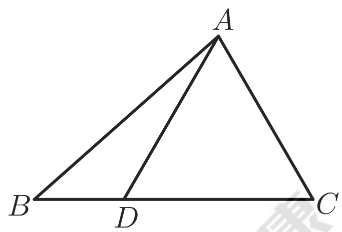
二、填空题：每题5分,共20分

13 若向量$\vec{m}$、$\vec{n}$、$\vec{a}$满足$\vec{m}//\vec{n}$且$\vec{a}\perp\vec{n}$，则$\vec{a}\cdot(\vec{m}+2\vec{n})=$______．

14 若$3\cos\alpha+4\sin\alpha=5$，则$\tan\alpha=$______．

15 已知变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x\leqslant 2\\x+y\geqslant 0\\5x-3y+8\geqslant 0\end{cases}$，则$z=y-x$的最大值为______．

16 如图，在$\triangle ABC$中，D为边BC上一点，$DC=2BD$，$\angle ADB=120^\circ$，$AD=2$，若$\triangle ADC$面积为$\sqrt{3}$，则$\angle BAC$的余弦值为______．



三、解答题：共6小题，共70分

17 已知等差数列$\{a_n\}$中，公差$d>0$，$a_2\cdot a_3=24$，$a_1+a_4=10$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式．

（2）设$b_n=\dfrac{4}{a_{n+1}\cdot a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$．

18 已知函数$f(x)=2\cos^2\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\sin x-1$．

（1）求函数$f(x)$的最小正周期和值域．

（2）

若α为第二象限角，且$f\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{6}{5}$，求$\frac{\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}$的值．

19 在$\triangle ABC$中，a、b、c分别为$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边，且$c>b>a$，若向量$\vec{m}=(a-b,1)$和$\vec{n}=(b-c,1)$平行，且$\sin B=\frac{4}{5}$，当$\triangle ABC$的面积为$\frac{3}{2}$时，求b的值．

20 设函数$f(x)=(\sin\omega x+\cos\omega x)^2+2\cos^2\omega x\ (\omega>0)$的最小正周期为$2$．

（1）求ω的值．

（2）求$f(x)$的单调减区间．

（3）求$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$上的值域．

21 某厂生产某种产品的年固定成本为250万，每生产$x(x\in\mathbf{N}^*)$千件，需另投入成本为$C(x)$，其中，当年产量不足90千件时，$C(x)=\frac{1}{3}x^2+10x$(万元)；当年产量不小于90千件时，$C(x)=51x+\frac{10000}{x}-1450$(万元)．通过市场调研得知，每件售价定为500元时，该厂年内生产的该产品能全部销售完．

（1）写出年利润L(万元)关于年产量x(千件)的函数解析式．

（2）年产量为多少千件时，该厂在这一产品的生产中所获利润最大？

22 已知数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$S_n=\frac{n^2+n}{2}(n\in\mathbf{N}^*)$，递增等比数列$\{b_n\}$满足$b_2\cdot b_3=8$，$b_1+b_4=9$．

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式．

（2）求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前n项和T_n．

（3）若数列$\{c_n\}$满足$c_n=\frac{1}{3}b_{2_n}+8a_n-\lambda\cdot 2^{a_n}$，且$\{c_n\}$为递增数列，求$\lambda$的取值范围．