

文章编号: 1001 - 2486(2003)04- 0072 - 04

光学表面的分形特点与模拟表征算法*

王贵林, 李圣怡, 戴一帆

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 根据光学表面在微观结构呈现出的自相似性, 利用尺度无关的分形模型描述了其结构特征; 采用结构函数法对抛光表面的分形维数进行计算, 分析了粗糙度参数 RMS 值、误差波长、测量尺度、采样长度和采样点数对分形维数的影响规律。在此基础上, 提出了采用一阶自回归分形模型对抛光表面进行模拟的新方法, 分析了界定尺度、模型参数对分形特征和分形维数的影响规律。利用分形维数描述光学表面的微观结构具有评价方法简单、在一定范围内与测量尺度无关等优点。

关键词: 分形特征; 结构函数; 自回归; 界定尺度; 模型参数; 分形维数

中图分类号: TH161 文献标识码: A

Fractal Characteristic and Simulation Arithmetic of Optical Surface

WANG Gui-lin, LI Sheng-yi, DAI Yi-fan

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: According to the self-similar nature of the optical surface in microstructure, its structure feature is described with fractal model independent of the scale. Fractal dimension of the polished surface is calculated by structure function. The influences of roughness RMS, error wavelength, measure scale, sampling length and the number of sampling points on fractal dimension are analyzed. On this basis, a new method which applies the first-order autoregressive fractal model to simulating the optical surface is presented. The influences of the definition scale and model parameter on fractal feature and fractal dimension are analyzed. The research indicates that the evaluation method is simple and independent of the scale in certain range when the microstructure of the optical surface is described by fractal dimension.

Key words: fractal feature; structure function; autoregressive; definition scale; model parameter; fractal dimension

光学表面的微观结构呈现出随机性、无序性和多尺度属性, 采用统计参数(如均方根误差 RMS) 反映表面形貌特征是一个不稳定的随机过程, 其测量值依赖于采样长度、仪器分辨率和数据处理方法, 对同一表面这些值可能是不同的, 难以用通用参数进行表述。因此, 需要寻找一个在一定范围内描述光学表面几何结构的稳定参数。大量研究表明, 光学表面具有自相似性: 将微观轮廓不断放大时, 越来越精细的结构不断出现, 光学表面在一定尺度范围内具有分形特征。

分形理论(Fractal Theory) 是研究和处理具有标度率特征的不规则图形的强有力工具, 其能够通过简单的参数(分形维数 D_f , Fractal Dimension) 描述表面形貌的复杂程度。由于分形维数具有对测量尺度的不变性, 它可以将表面的基本信息转换成一个最简单的表征形式, 而不需用大量参数来描述, 因此分形法提供了一种从微观分子到宏观尺度描述表面形貌的有效手段。下面利用分形模型来表征光学表面在一定尺度范围内的轮廓结构。

1 分形维数的结构函数计算法

在工程表面中, 测量和计算分形维数的常用方法包括功率谱密度函数和结构函数。功率谱密度函数是通过 FFT 变换将离散高度转换成频率进行计算, 存在许多近似; 结构函数直接根据高度信息计算, 而

* 收稿日期: 2003 - 03 - 06
基金项目: 国家 863 计划资助项目(2001AA421190)
作者简介: 王贵林(1974—), 男, 讲师, 博士。

且总是正值,避免了相约误差,因此结构函数比功率谱密度函数具有更高的准确性。

下面分析结构函数的求解原理,设光学表面测量区域内的轮廓高度为 $x[i]$ ($i = 0, \dots, N - 1, N$ 为采样点数), n 为 i 的任意增量,定义 $x[i]$ 的结构函数为:

$$S[n] = \frac{\sum_{i=0}^{N-1-n} (x[i+n] - x[i])^2}{N-n}, \quad 0 \leq n \leq N-1-i \quad (1)$$

根据分数布朗运动原理,随机表面的结构函数可以简化为:

$$S[n] = G \cdot n^{4-2D_f} \quad (2)$$

其中 G 为形貌特征参数。

从(2)式可以看出,结构函数满足幂定律,将等式两边取对数,有:

$$\log S[n] = \log G + (4 - 2D_f) \log n \quad (3)$$

对特定表面来说,形貌参数 G 是一个常数,它决定着曲线在坐标系中的位置,但并不影响曲线形状。如果以 $\log(n)$ 作尺度、 $\log S[n]$ 作测度,在坐标系中拟合出曲线斜率 K ,则分形维数可以表示为:

$$D_f = \frac{4-K}{2} \quad (4)$$

求出分形维数后,就可以定量描述混沌吸引子的“奇异”程度:对于光滑表面而言,误差信号随机分布,相应地,分形维数较大;如果表面存在明显划痕,误差行为被吸引到这一区域,维数会降低。因此分形维数能够反映光学表面微观结构的“复杂”程度,是空间频率和表面幅值的综合体现;理论上,特定表面的分形维数是一个“固有参数”,不随测量尺度的变化而改变。

下面以 SiC 光学零件的抛光加工为例来研究它的形貌特征,采用 W1 金刚石微粉抛光后的表面轮廓见图 1(a),粗糙度 $RMS = 12nm$;采用 FP1.2 氧化铈微粉抛光后的表面轮廓见图 1(b),粗糙度 $RMS = 6nm$ 。根据式(3)计算出结构函数和尺度的曲线关系见图 2,在一定的尺度范围内它们具有很好的线性关系,存在着显著的分形特征,其中(a)图中拟合直线的斜率 $K = 0.69$,分形维数 $D_f = 1.655$; (b)图中拟合直线的斜率 $K = 0.51$,分形维数 $D_f = 1.745$ 。

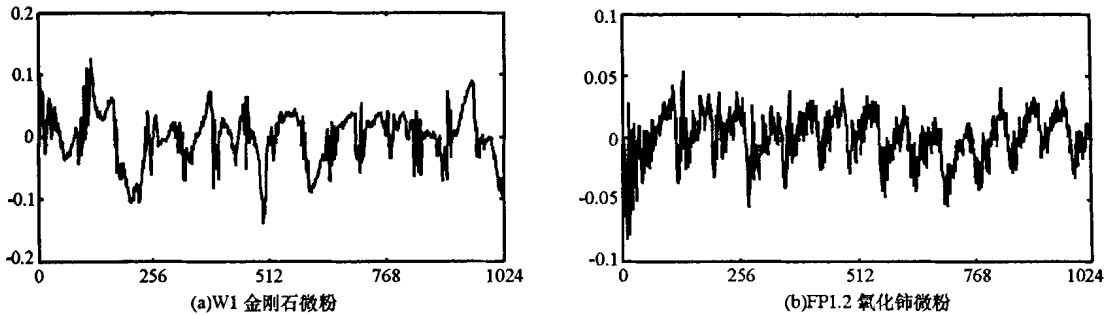


图 1 SiC 零件抛光后的表面误差结构

Fig. 1 Surface error structure of polished SiC elements

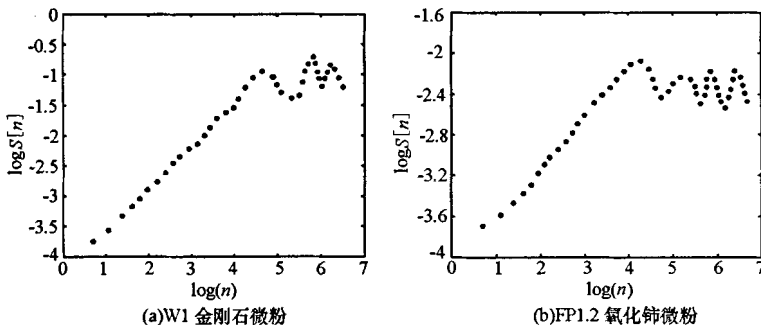


图 2 SiC 零件微观轮廓的结构函数

Fig. 2 Structure function of SiC elements in microstructure

抛光实验表明, 分形维数 D_f 与表面形貌的复杂程度密切相关: D_f 大, 则高频成分多、细节丰富; D_f 小, 空间波长长, 微观结构简单。实际上, 抛光表面是由无数微粉的切削、刻划与平滑的综合作用所形成, 擦痕越浅, 精细结构越多, 表面质量就越好; 微粉粒度越小, 单位面积上的微粉数越多, 抛光表面的微观结构“细腻”, 擦痕的等高性好, 粗糙度值变小, 轮廓的分形维数 D_f 相应变大。

对于二维表面, $1 < D_f < 2$; 三维表面的分形维数 D_s 一般满足: $D_s = D_f + 1$ 。

2 光学表面的分形特点

从抛光实验中发现分形维数 D_f 与粗糙度参数 RMS 具有一定的对应关系, 但并不是线性的, RMS 反映的是表面微观结构的高度信息, 而 D_f 反映的是表面间距和高度的综合作用, 是一个相对性的描述参数; 当 RMS 小且 D_f 大时, 表面质量就高。分形维数与误差波长的相关性好, 两者都受到空间频率的影响, 与表面的精细结构相联系。

在图 2 中, 当尺度 n 增大到一定数值时, $\log S[n]$ 、 $\log(n)$ 之间呈现出非线性关系, 不再表现为分形特征, 这是因为抛光表面存在一个有限的界定尺度 n_c , 在小于 n_c 的尺度范围内, 结构函数主要由工艺参数决定, 它与测量尺度成双对数线性关系; 在超过 n_c 的尺度范围区, 微观轮廓的作用距离很远, 其它因素的影响成分增大, 结构函数呈现出非线性特征。

光学表面的分形维数不受采样长度的影响, 这是因为分形维数反映的是从采样长度到原子尺度所有波长的形貌特征; 当采样长度改变时, 只有极少数的低频成分发生变化, 对结构函数的分布形式影响不大, 因此分形维数具有相对的稳定性。

采样点数对分形维数具有一定的影响, 这主要是由于 D_f 通过结构函数来求得, 而采样点数与结构函数的尺度直接相关, 从而影响了 D_f 的数值; 当采样点数很多时, 更多的轮廓细节被分辨出来, D_f 逐渐趋于稳定。

3 光学表面的自回归分形模型

在光学表面的抛光加工中, 由于抛光盘半径不可能为零, 它总是会覆盖一定的加工区域, 因此表面上任一点和邻近各点之间存在着相关性。为了简化起见, 我们以一阶自回归模型进行分析, 设表面轮廓高度为 $x[i]$, 它和邻点存在着如下关系:

$$x[i] = \rho \cdot x[i-1] + w[i] \quad (5)$$

其中 ρ 是模型参数, 满足 $0 \leq \rho \leq 1$; $w[i]$ 是对应的观测噪声序列。

根据式(1)、(5), 可以推导出(E 为求平均值的计算符号):

$$x[i+n] = \rho \cdot x[i+n-1] + w[i+n] = \rho^n x[i] + \sum_{j=1}^n (\rho^{-1} w[i+n+1-j]) \quad (6)$$

$$S[n] = E(x[i+n] - x[i])^2 = E\left\{(\rho^n - 1)x[i] + \sum_{j=1}^n (\rho^{-1} w[i+n+1-j])\right\}^2 \quad (7)$$

$$S[n] \leq 2(1 - \rho^2)^2 E(x[i])^2 + 2E\left\{\sum_{j=1}^n (\rho^{-1} w[i+n+1-j])^2\right\} \quad (8)$$

$$E(x[i])^2 \leq 2\rho^2 E(x[i-1])^2 + 2E(w[i])^2 \leq (2\rho^2)^i E(x[0])^2 + 2\sum_{j=1}^i \{(2\rho^2)^{j-1} E(w[i+1-j])^2\} \quad (9)$$

联立式(8)、(9), 可得:

$$S[n] \leq 2(1 - \rho^2)^2 (2\rho^2)^i E(x[0])^2 + 4(1 - \rho^2)^2 \sum_{j=1}^i \{(2\rho^2)^{j-1} E(w[i+1-j])^2\} + 2E\left\{\sum_{j=1}^n (\rho^{-1} w[i+n+1-j])^2\right\} \quad (10)$$

令 $k[i, n] = 2(1 - \rho^2)^2 (2\rho^2)^i$

$$w[i, n] = 4(1 - \rho^2)^2 \sum_{j=1}^i \{(2\rho^2)^{j-1} E(w[i+1-j])^2\} + 2E\left\{\sum_{j=1}^n (\rho^{-1} w[i+n+1-j])^2\right\} \quad (11)$$

将式(11) 代入(10), 并考虑 $S[n]$ 的取值下限, 有:

$$-k[i, n] \cdot E(x[0])^2 + w[i, n] \leq S[n] \leq k[i, n] \cdot E(x[0])^2 + w[i, n] \quad (12)$$

因此可见 $S[n]$ 的变化范围. 对 $k[i, n]$ 求导, 得出当 $\rho = 0$ 或 $\rho = 1$ 时, $k[i, n]$ 取最小值 $k_{\min} = 0$;

当 $\rho = \frac{i}{i+n}$ 时, $k[i, n]$ 取最大值 $k_{\max} = \frac{2^{i+1}n^2}{(i+n)^2} \left(\frac{i}{i+n} \right)^{\frac{2i}{n}}$. 从式(11)、(12) 可以发现, 尺度 $n < n_c$ 时, $k[i, n]$ 较小, $S[n]$ 的变化范围窄, 接近于取确定值, 此时 $S[n]$ 与 n 近似存在幂指数关系, 在双对数曲线上表现为一条直线; $n > n_c$ 时, $S[n]$ 的变化范围大, $\log S[n]$ 与 $\log(n)$ 表现为非线性关系。

当尺度 n 取较小值时, 对式(12) 取对数, 并忽略随机噪声的影响, 有:

$$\log S[n] \approx T + 2\log(1 - \rho^i) \quad (13)$$

其中 T 是与自回归过程相关的参数。

结构函数在双对数条件下的局部斜率为:

$$K' = \frac{\log S[n] - \log S[n-1]}{\log n - \log(n-1)} = \frac{2\log\{(1 - \rho^i)/(1 - \rho^{i-1})\}}{\log\{n/(n-1)\}} \quad (14)$$

分析上式, 当模型参数 ρ 越大时, K' 越大, 分形维数 D_f 越小, 根据分形理论可以将这种情况解释为: ρ 越大, 光学表面各个区域的相关性增大, 随机成分减小, 分形维数就越小, 反之亦然。

经过研究发现, $\rho = 0.88$ 时, 一阶自回归模型的表面轮廓和结构函数的分布形式见图3. 从图中可以看出, 它们和抛光表面具有相似的结构特征; 在一定的尺度范围内, $\log S[n]$ 与 $\log(n)$ 存在线性关系, 拟合直线的斜率 $K = 0.86$, 对应的分形维数 $D_f = 1.57$ 。

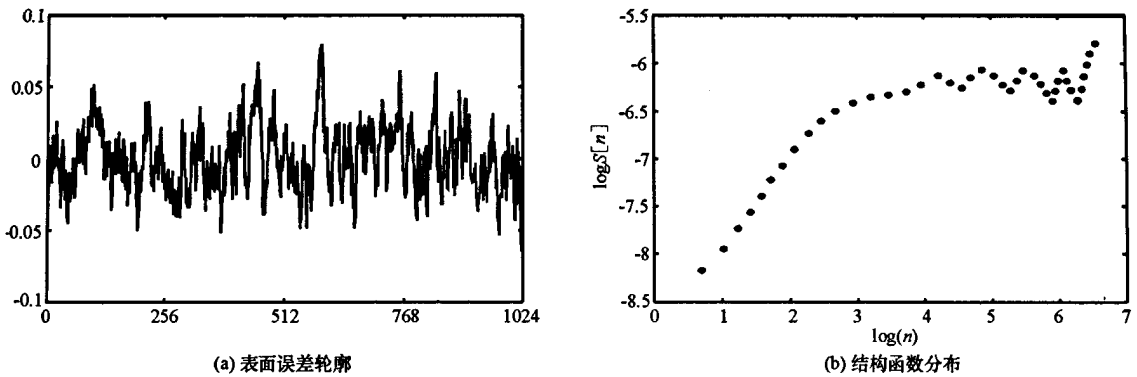


图3 一阶自回归模型的表面结构及分形特征

Fig. 3 Surface structure and fractal feature of first order regressive model

4 结束语

参照光学表面在微观形貌上的自相似特性, 本文利用尺度无关的分形模型来描述其结构特征, 并提出了一阶自回归分形模型对光学加工表面进行模拟的新方法. 与统计参数反映轮廓表面特征的传统方法相比较, 采用分形维数描述光学表面的微观结构评价方法简单, 而且在一定范围内与测量尺度无关, 预计在未来的光学测量领域具有重要的应用前景。

参考文献:

- [1] 温熙森, 陈循, 唐丙阳. 机械系统动态分析理论与应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
- [2] 苑寅秋, 王珉, 左敦稳. 磨齿匹配表面形貌的分形特性研究[J]. 机械工程学报, 2000, 36(12), 39-42.
- [3] 陈国安, 葛世荣. 基于分形理论的磨齿磨损预测模型[J]. 机械工程学报, 2000, 36(2), 29-33.
- [4] 李成贵, 董申, 强锡富. 三维表面粗糙度的均方根斜率评定[J]. 仪器仪表学报, 1999, 20(6).