

# 西安交通大学研究生公共课最优控制 2004 试题

2004/06/01

## 一、(20 分) 简答题

1. 什么是开环控制? 什么是闭环控制? 请简要说明它们的优缺点? 在什么情况下它们是相同的? 在什么情形下它们是不同的? 在本课程所介绍的最优控制设计方法中, 哪些属于开环控制, 哪些属于闭环控制?
2. 预测控制是目前广泛应用的先进控制中的主流方法, 请问预测控制算法的三个基本点(或三个主要步骤)是什么? 动态矩阵控制(DMC)方法中对象模型采用什么方式? 算法中的建模时域  $N$ 、优化时域  $P$ 、控制时域  $M$  指什么?

## 二、(15 分) 库存问题

$$\text{已知} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = u - x_2 & x_1(0) = 2 & x_1(1) = 1 \\ \dot{x}_2 = -u & x_2(0) = 0 & x_2(1) = 1 \end{cases}$$

其中,  $x_1(t)$  为  $t$  时刻的库存量,  $u(t)$  为  $t$  时刻的生产率,  $x_2(t)$  为  $t$  时刻的销售率。第二个方程反映销售率的变化随生产率的增长而成比例下降。求最优生产率  $u^*(t)$ , 使如下性能指标为最小:

$$\min_u J = \int_0^1 \frac{1}{2} u^2(t) dt$$

即求生产率  $u^*(t)$  使在  $[0, 1]$  内有最小的总生产量。

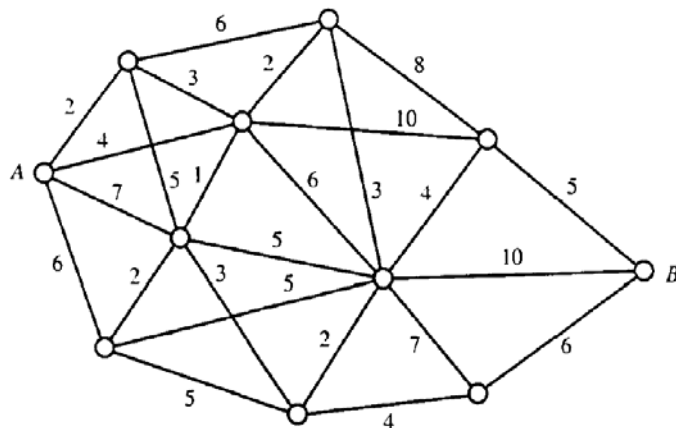
## 三、(15 分)

已知  $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u, x_1(0) = 1, x_2(0) = 1$ , 求最优反馈控制  $u^*$  使如下性能指标取极小。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (4x_1^2 + u^2) dt$$

## 四、(17 分)

计算从 A 至 B 的最短路径及最短时间。仅允许自左至右的移动, 每段路径需花费的时间如图所示。



五、(18分)

在重为 10kg 的静止物体上施加垂直方向的力  $F(t)$ , 物体允许的最大正负加速度幅值均为  $5\text{m/s}^2$ , 欲使物体最短时间升高到 100m (后静止), 求  $F(t)$  的变化规律, 并求最短时间。

六、(15分)

The height of the water in a reservoir is to be raised by  $h$  through pumping in fresh water. The added water must also compensate for a linearly increasing rate of water loss. Let  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  and  $u(t)$  denote respectively the height of the water above its initial level, the rate of water loss, and the pumping rate at time  $t$ . The pumping cost is proportional to the square of the pumping rate, so the problem is

$$\text{minimize } \int_0^T \frac{1}{2} u(t)^2 dt$$

under the constraints

$$x_1(0) = 0, \quad x_1(T) = h, \quad x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_1 = u(t) - x_2(t), \quad \dot{x}_2 = 1.$$

Show that the adjoint variables in PMP can be written  $\lambda_1(t) = A$  and  $\lambda_2(t) = At + B$  for constants  $A$  and  $B$  to be determined.

By identifying  $T = 1$  with a constraint on the terminal value of  $x_2$  show that the optimal control under this constraint is  $u(t) = h + 1/2, 0 \leq t \leq 1$ . Deduce that if the initial value of  $x_2$  is increased by a small amount  $\epsilon$  then the optimal cost increases by approximately  $(1/2)(h + 1/2)^2 \epsilon$ .

(PMP: Pontryagin's maximum principle, 即最大值原理。这里指广义最大值原理, 包括控制有界的情形, 也包括控制可以任取的情形, 这两种情形都可以归入极大值原理。)

\* 考察的同学五、六题可选做一题。