2017~2018学年广东广州荔湾区白云区联考高二下学期理科期末数学试卷

一、选择题（本大题共12个小题，每小题5分，共60分）

1 设$(1+\mathrm{i})x=1+y\mathrm{i}$，其中$x$，$y$是实数，则$|x+y\mathrm{i}|=$（ ）．

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

2 设命题p：$\exists x\in(0,+\infty)$，$\sin x>x$，则$\neg p$为（ ）．

A. $\forall x\in(0,+\infty)$，$\sin x<x$　　B. $\exists x\notin(0,+\infty)$，$\sin x<x$

C. $\forall x\in(0,+\infty)$，$\sin x\leqslant x$　　D. $\forall x\notin(0,+\infty)$，$\sin x\leqslant x$

3 下列函数求导函数正确的是（ ）．

A. $(2^x)'=x\cdot 2^{x-1}$　　B. $(\sin 2x)'=\cos 2x$

C. $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=\ln x$　　D. $(\mathrm{e}^{-x})'=-\mathrm{e}^{-x}$

4 已知随机量X服从正态分布$N(3,1)$，且$P(2\leqslant X\leqslant 4)=0.6826$，则$P(X>4)=$（ ）．

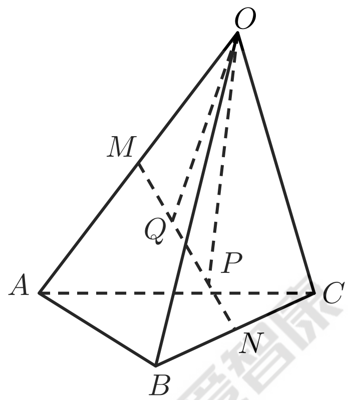
A. 0.1588　　B. 0.1587　　C. 0.1586　　D. 0.1585

5 $\displaystyle\int_{-2}^{0}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=$（ ）．

A. 4π　　B. 2π　　C. π　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

6

如图，M、N分别是四面体$OABC$的边OA、BC的中点，P、Q是MN的三等分点（Q靠近点M），则用向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$表示$\overrightarrow{OQ}$，正确的是（　）．



A. $\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

D. $\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

7 甲乙两人罚球的命中率分别$\dfrac{1}{2}$、$\dfrac{1}{3}$，两人各分别罚球2次，则他们共命中3次的概率为（　）．

A. $\dfrac{1}{6}$　　B. $\dfrac{1}{9}$　　C. $\dfrac{1}{12}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

8 设有下面四个命题：

p_1：若实数a，b，c成等比数列，则$b^2=ac$；

p_2：$x\in\mathbf{R}$，“$x>1$”是“$x>2$”的充分不必要条件；

p_3：$\triangle ABC$中，“若$a>b$，则$\sin A>\sin B$”的逆否命题是真命题；

p_4：若“$p\vee q$是真命题，则p一定是真命题．

其中为真命题的是（　）．

A. p_1，p_2　　B. p_2，p_3　　C. p_2，p_4　　D. p_1，p_3

9 用0，1，2，3，4排成无重复数字的五位数要求偶数字相邻，奇数字也相邻，则这样的五位数的个数是（　）．

A. 96　　B. 22　　C. 24　　D. 20

10 $\left(x-\frac{1}{x}-1\right)^4$的展开式中，常数项为（　）．

A. -12　　B. -5　　C. -11　　D. 19

11 已知双曲线C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，若双曲线$C_1$与抛物线$C_2$：$y^2=4x$有公共焦点，点$A$是双曲线$C_1$与抛物线$C_2$在第一象限的交点，且$|AF_2|=2$，则双曲线$C_1$的离心率为（　）．

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\sqrt{3}$

12 若直线$y=kx+b$是曲线$y=\mathrm{e}^x-1$的切线，也是曲线$y=\mathrm{e}^{x-2}$的切线，则$k=$（　）．

A. e　　B. $\frac{1}{\mathrm{e}}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

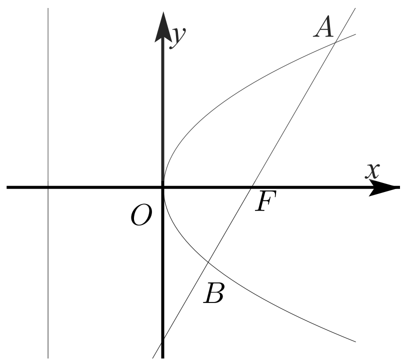
二、填空题（本大题共4小题，共20分）

13 已知向量$\vec{a}=(2,-1,2)$，$\vec{b}=(-4,2,x)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则x的值等于 ______ ．

14 数列$\{a_n\}$满足：$a_1=4$，$a_2=3$，$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$（$n\in\mathbf{N}^*$），则$a_{2019}=$ ______ ．

15 随机变量ξ的取值为0，1，2，且$P(\xi=0)=\frac{1}{4}$，ξ的数学期望$E(\xi)=1$，则ξ的方差$D(\xi)=$ ______ ．

16 过抛物线C：$y^2=2px(p>0)$的焦点F，作倾斜角为$\frac{\pi}{3}$的直线l，交抛物线于A、B两点(A在第一象限)，且$|AF|=12$，则抛物线C的焦点F到准线的距离为 ______ ．



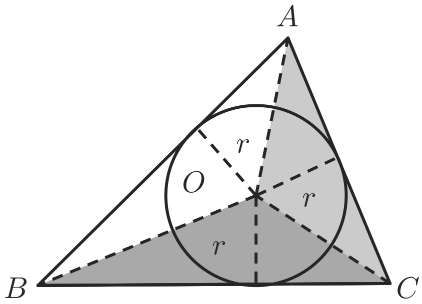
三、解答题（本大题共6小题，共70分）

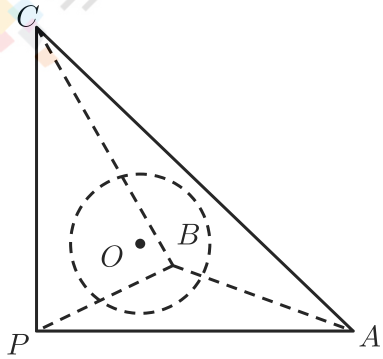
17 函数$f(x)=ax^3-x^2+cx$满足：当$x=-1$时，函数$f(x)$有极大值$\frac{5}{3}$．

（1）求$f(x)$的解析式．

（2）求$f(x)$的单调区间．

18 如图，与三角形的三边都相切的圆叫做三角形的内切圆．设O是$\triangle ABC$的内切圆圆心，$r_{内}$是$\triangle ABC$的内切圆半径，设$S_{\triangle ABC}$是$\triangle ABC$的面积，$l_{\triangle ABC}$是$\triangle ABC$的周长，由等面积法，可以得到$r_{内}=\frac{2S_{\triangle ABC}}{l_{\triangle ABC}}$．

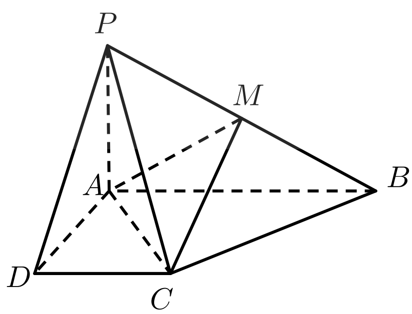




（1）与三棱锥的四个面都相切的球叫做三棱锥的内切球．设三棱锥的体积V，表面积是S，请用类比推理思想，写出三棱锥的内切球的半径$R_{内}$公式(只写结论即可，不必写推理过程)．

（2）如图，在三棱锥$P-ABC$中，PA、PB、PC两两垂直，且$PA=PB=PC=1$，求三棱锥$P-ABC$的内切球半径．

19 已知四棱锥$P-ABCD$的底面为直角梯形，$AB//DC$，$\angle DAB=90^\circ$，$PA\perp$底面$ABCD$，且$AD=DC=1$，$AB=2$．



（1）证明：平面$PBC\perp$平面PAC．

（2）若M是PB的中点，且直线MC与平面ABC所成角的正切值等于$\dfrac{1}{2}$，求二面角$A-MC-B$的余弦值．

20 已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，短轴长为$2$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）设O为坐标原点，F为椭圆C的右焦点，过F的直线l与C交于A，B两点，点M的坐标为$(2,0)$，证明：$\angle OMA=\angle OMB$．

21 已知6只动物中有1只患有某种疾病，需要通过化验血液来确定患病的动物，血液化验结果呈阳性的即为患病动物，呈阴性的即没患病，下面是两种化验方法：

方案甲：逐个化验，直到能确定患病动物为止．

方案乙：先任取3只，将它们的血液混在一起化验，若结果呈阳性则表明患病动物为这3只中的1只，然后再逐个化验这3只，然后再逐个化验另外3只，直到能确定患病动物为止．

（1）用X表示依方案甲所需化验次数，求X的期望．

（2）若每次化验的费用是100元，从所需的化验的平均费用角度考虑，应该选择哪一种化验方法？

22 设l为函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$的图象在点$(1,0)$处的切线．

（1）求l的方程．

（2）证明：$x>0$时，$x\left(\mathrm{e}^x-2\right)>\ln x$．