2017~2018学年广东广州荔湾区广州市第四中学高二下学期文科期中数学试卷

一、选择题:本大题共12小题，每小题5分，共60分

1 复数$(1+\mathrm{i})^2+\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}$的共轭复数是（ ）.

A. $1+\mathrm{i}$　　B. $1-\mathrm{i}$　　C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

2 设$p:x<4$，$q:0<x<4$，则p是q成立的（ ）.

A. 充分必要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

3 函数$y=\dfrac{\ln x}{x}$的最大值为（ ）.

A. $\dfrac{10}{3}$　　B. e^2　　C. e　　D. e^{-1}

4 已知抛物线$C:y^2=x$的焦点为F，$A(x_0,y_0)$是C上一点，$|AF|=\dfrac{5}{4}x_0$，则$x_0=$（ ）.

A. 8　　B. 4　　C. 2　　D. 1

5 给出如下四个判断：①$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\mathrm{e}^{x_0}\leqslant 0$；②$\forall x\in\mathbf{R}^*$，$2^x>x^2$；③$a$，$b$是实数$a>1$，$b>1$是$ab>1$的充要条件；④命题“若$p$则$q$”的逆命题是若$\neg q$，则$\neg p$．其中正确的判断个数是（ ）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6

若函数$f(x)=ax^4+bx^2+c$满足$f'(1)=2$，则$f'(-1)=$（　）．

A. -1　　B. -2　　C. 2　　D. 0

7 某产品的广告费用x与销售额y的统计图如下表：

广告费用x（万元）	4	2	3	5
销售额y（万元）	49	26	39	54

根据上表可得回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中的$\hat{b}$为9.4，据此模型预报广告费用为6万元时的销售额为（　）．

A. 63.6万元　　B. 65.5万元　　C. 67.7万元　　D. 72.0万元

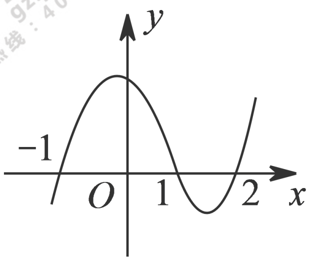
8 设F_1，F_2是椭圆的两焦点，以F_2为圆心，且过椭圆中心的圆与椭圆的一个交点为M，若直线F_1M与圆F_2相切，则椭圆的离心率为（　）．

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $2-\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}-1$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

9 已知抛物线$C:y^2=8x$的焦点为F，准线与x轴的交点为K，点A在C上且$|AK|=\sqrt{2}|AF|$，则$\triangle AFK$的面积为（　）．

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

10 设函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上可导，其导函数为$f'(x)$，且函数$y=(2-x)f'(x)$的图象如图所示，则下列结论中一下成立的是（　）．



A. 函数$f(x)$有极大值$f(2)$和极小值$f(1)$　　B. 函数$f(x)$有极大值$f(1)$和极小值$f(2)$

C. 函数$f(x)$有极大值$f(1)$和极小值$f(-1)$　　D. 函数$f(x)$有极大值$f(-1)$和极小值$f(2)$

11 已知函数$f(x)=ax^3-3x^2+1$存在唯一的零点x_0，且$x_0>0$，则a的取值范围为（　）.

A. $(2,+\infty)$　　B. $(-\infty,-2)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)$

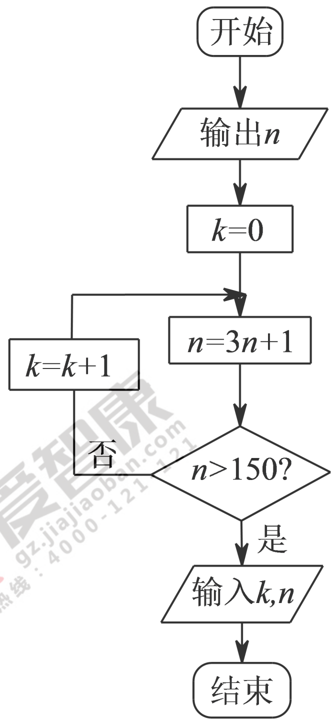
12 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，过$F$且斜率为$\sqrt{3}$的直线交$C$的右支于$A$　B两点，若$\overrightarrow{AF}=4\overrightarrow{FB}$，则$C$的离心率为（　）.

A. $\dfrac{6}{5}$　　B. $\dfrac{7}{5}$　　C. $\dfrac{8}{5}$　　D. $\dfrac{9}{5}$

二、填空题：每小题5分，共20分

13 若曲线$y=x\ln x$上点P处的切线平行于直线$2x-y+1=0$，则点P的坐标是 ______ .

14 阅读如图的程序框图．若输入$n=5$，则输出k的值为 ______ .



15 已知离心率$e=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$的双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右焦点为$F$，$O$为坐标原点，以$OF$为直径的圆与双曲线$C$的一条渐近线相交于$O$，$A$两点，若$\triangle AOF$的面积为4，则$a$的值为 ______ .

16 《聊斋志异》中有这样一首诗："挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术，得诀自诩无所阻，额上坟起终不悟．"在这里，我们称形如以下形式的等式具有"穿墙术"：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$，$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4\frac{4}{15}}$，$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5\frac{5}{24}}$，则按照以上规律，若$12\sqrt{\frac{12}{n}}=\sqrt{12\frac{12}{n}}$具有"穿墙术"，则$n=$______．

三、解答题：共6题，共70分

17 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的三边分别为a，b，c，$B=\frac{\pi}{3}$，且$b=3\sqrt{3}$，$a=2$．

（1）求$\sin 2A$；

（2）求$\triangle ABC$的面积．

18 为了解少年儿童的肥胖是否与常喝碳酸饮料有关，现对30名小学六年级学生进行了问卷调查，并得到如下联表．平均每天喝500ml以上为"常喝"，体重超过50kg为"肥胖"．

	常喝	不常喝	合计
肥胖		2	
不肥胖		18	
合计			30

已知在全部30人中随机抽取1人，抽到肥胖的学生的概率为$\frac{4}{15}$．

（1）请将上面的列联表补充完整．

（2）是否有99.5%的把握认为肥胖与常喝碳酸饲料有关．请说明你的理由．

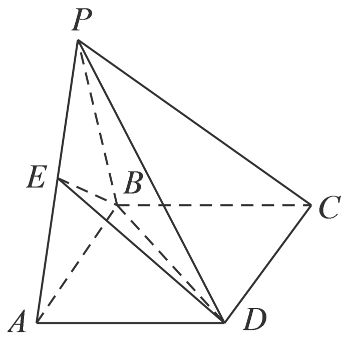
（3）已知常喝碳酸饮料且肥胖的学生中恰有2名女生，现从常喝碳酸饮料且肥胖的学生中随机抽取2人参加一个电视节目，求恰好抽到一名男生和一名女生的概率．

参考数据：

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(d+d)}$，其中$n=a+b+c+d$为样本容量．

19 如图，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是矩形，$AB=2$，$BC=\sqrt{2}$，且侧面PAB是正三角形，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，E是棱PA的中点．



（1）求证：$PC//$平面EBD．

（2）求三棱锥$P-EBD$的体积．

20 已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，且椭圆$C$的离心率为$\dfrac{1}{2}$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）若动点P在直线$x=-1$上，过P作直线交椭圆C于M，N两点，且P为线段MN中点，再过P作直线$l\perp MN$．证明：直线l恒过定点，并求出该定点的坐标．

21 设函数$f(x)=\dfrac{2+\ln x}{x}$．

（1）求函数$f(x)$的单调区间和极值．

（2）如果对任意的x_1，$x_2\in[1,+\infty)$，有$|f(x_1)-f(x_2)|\geqslant k\left|\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{x_2}\right|$成立，求实数$k$的最大值．

22 以直角坐标系的原点O为极点，x轴的正半轴及极轴，且两个坐标系取相等的长度单位．已知倾斜角为α的直线l过点$(3,1)$，曲线C的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$．

（1）求直线l的参数方程和曲线C的直角坐标方程．

（2）设直线l与曲线C相交于A、B两点，求$|AB|$的最小值及相应的α的值