成都市武侯区2018年九年级第二次诊断性检测试题

数　学

A卷（共100分）

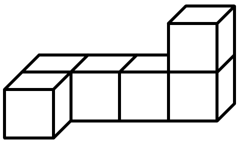
第Ⅰ卷（选择题，共30分）

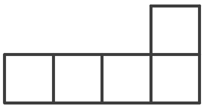
一、选择题（本大题共10个小题，每小题3分，共30分，每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求，答案涂在答题卡上）

1. 如果 a 与 $\frac{1}{2}$ 互为相反数，则 a 等于

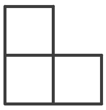
A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2

2. 如图所示的几何体是由6个完全相同的小立方块搭成，则这个几何体的左视图是

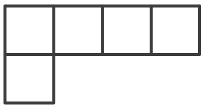




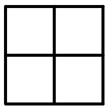
A.



B.



C.



D.

3. 从成都经川南到贵阳的成贵客运专线正在建设中，这项工程总投资约780亿元，预计2019年12月建成通车，届时成都到贵阳只要3小时，这段铁路被称为“世界第一条山区高速铁路”．将数据780亿用科学计数法表示为

A. 78×10^{9}　　B. 7.8×10^{8}　　C. 7.8×10^{10}　　D. 7.8×10^{11}

4. 下列计算正确的是

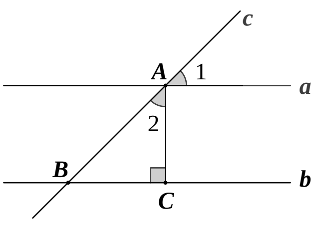
A. $(-2a^2)^3=-6a^6$　　B. $a^3+a^3=2a^3$　　C. $a^6\div a^3=a^2$　　D. $a^3\cdot a^3=a^9$

5. 在平面直角坐标系中，若直线 $y=2x+k-1$ 经过第一、二、三象限，则 k 的取值范围是

A. $k>1$　　B. $k>2$　　C. $k<1$　　D. $k<2$

6. 如图，直线 $a\,//\,b$，直线 c 与直线 a，b 分别相交于点 A，B 过 A 作 $AC\perp b$，垂足为 C，若 $\angle1=48^\circ$，则 $\angle2$ 的度数为

A. 58°　　B. 52°　　C. 48°　　D. 42°



第6题图

7. 武侯区部分学校已经开展“分享学习”数学课堂教学，在刚刚结束的3月份的月考中，某班7个共学小组的数学平均成绩分别为130分，128分，126分，130分，127分，129分，131分，则这组数据的众数和中位数分别是

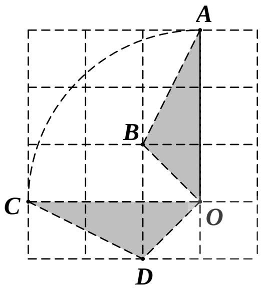
A. 131分，130分　　B. 130分，126分　　C. 128分，128分　　D. 130分，129分

8. 关于 x 的一元二次方程 $2x^2-3x=-5$ 的根的情况，下列说法正确的是

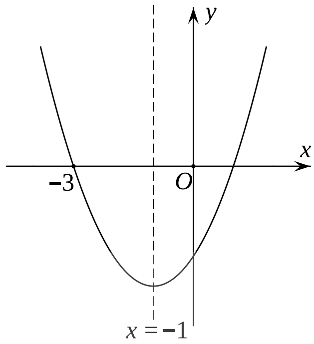
A. 有两个不相等的实数根　　B. 有两个相等的实数根　　C. 没有实数根　　D. 不能确定

9. 如图，在 4×4 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1，$\triangle AOB$ 的三个顶点都在格点上，现将$\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后得到对应的$\triangle COD$，则点 A 经过的路径 $\overset{\frown}{AC}$ 的长为

A. $\frac{3}{2}\pi$　　B. π　　C. 2π　　D. 3π



第 9 题图



第 10 题图

10. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）与 x 轴的一个交点坐标为 $(-3,0)$，对称轴为直线 $x=-1$，则下列说法正确的是

A. $a<0$　　B. $b^2-4ac<0$　　C. $a+b+c=0$　　D. y 随 x 的增大而增大

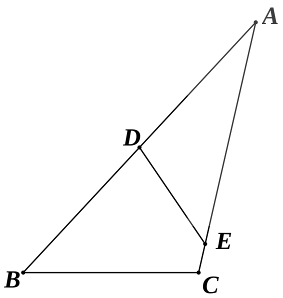
第Ⅱ卷（非选择题，共 70 分）

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分，答案写在答题卡上）

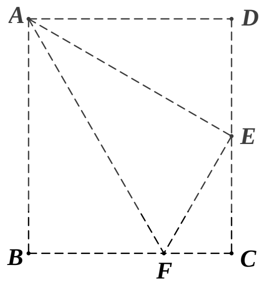
11. 49 的算术平方根是______.

12. 已知 $2a+b=2$，$2a-b=-4$，则 $4a^2-b^2=$______.

13. 如图，在$\triangle ABC$ 中，D 为 AB 的中点，E 为 AC 上一点，连接 DE，若 $AB=12$，$AE=8$，$\angle ABC=\angle AED$，则 $AC=$______.



第 13 题图



第 14 题图

14. 如图，将矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 AF 翻折，使点 B 恰好落在 CD 边的中点 E 处，点 F 在 BC 边上，若 $CD=6$，则 $AD=$______.

三、解答题（本大题共 6 个小题，共 54 分，解答过程写在答题卡上）

15. （本小题满分 12 分，每题 6 分）

（1）计算：$(\frac{1}{3})^{-1}-(\pi-2018)^0+2\sin60^\circ+\left|\sqrt{3}-2\right|$；

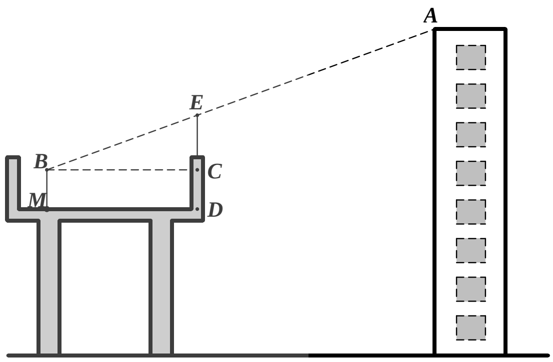
（2）求不等式组 $\begin{cases}2(x-3)\le-2\\ \dfrac{4x-2}{3}>x-1\end{cases}$ 的整数解.

16. （本小题满分 6 分）

先化简，再求值：$(\frac{3}{a-1}-\frac{1}{a+1})\div\frac{a+2}{a+1}$，其中 $a=\sqrt{3}+1$.

17. （本小题满分 8 分）

为了减轻二环高架上汽车的噪音污染，成都市政府计划在高架上的一些路段的护栏上方增加隔音屏. 如图，工程人员在高架上的车道 M 处测得某居民楼顶的仰角 $\angle ABC$ 的度数是 20°，仪器 BM 的高是 0.8m，点 M 到护栏的距离 MD 的长为 11m，求需要安装的隔音屏的顶部到桥面的距离 ED 的长.（结果保留到 0.1m，参考数据：$\sin 20^\circ\approx 0.34$，$\cos 20^\circ\approx 0.94$，$\tan 20^\circ\approx 0.36$）



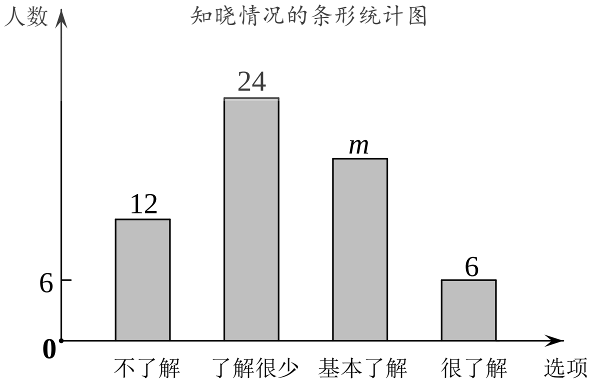
18. （本小题满分 8 分）

为了弘扬中国传统文化，“中国诗词大会”第三季已在中央电视台播出. 某校为了解九年级学生对“中国诗词大会”的知晓情况，对九年级部分学生进行随机抽样调查，并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图，请根据统计图的信息，解答下列问题：

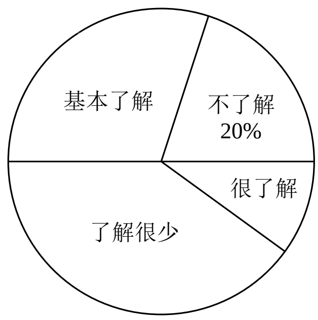
（1）求在本次抽样调查中，“基本了解”中国诗词大会的学生人数；

（2）根据调查结果，发现“很了解”的学生中有三名同学的诗词功底非常深厚，其中有两名女生和一名男生. 现准备从这三名同学中随机选取两人代表学校参加“武侯区诗词大会”比赛，请用画树状图或列表的方法，求恰好选取一名男生和一名女生的概率.

学生对“中国诗词大会”的知晓情况的条形统计图



学生对“中国诗词大会”的知晓情况的扇形统计图

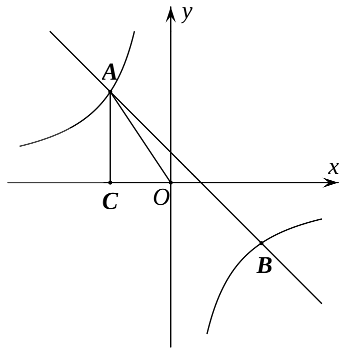


19. （本小题满分 10 分）

如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图象相交于 $A(n,3)$，$B(3,-2)$ 两点，过 A 作 $AC\perp x$ 轴于点 C，连接 OA.

（1）分别求出一次函数与反比例函数的表达式；

（2）若直线 AB 上有一点 M，连接 MC，且满足 $S_{\Delta AMC}=2S_{\Delta AOC}$，求点 M 的坐标.



20. （本小题满分 10 分）

如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，连接 CB，过 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，过 C 作 $\angle BCE$，使 $\angle BCE=\angle BCD$，其中 CE 交 AB 的延长线于点 E.

（1）求证：CE 是⊙O 的切线；

（2）如图 2，点 F 在⊙O 上，且满足 $\angle FCE=2\angle ABC$，连接 AF 并延长交 EC 的延长线于点 G.

ⅰ）试探究线段 CF 与 CD 之间满足的数量关系；

ⅱ）若 $CD=4$，$\tan\angle BCE=\dfrac{1}{2}$，求线段 FG 的长.

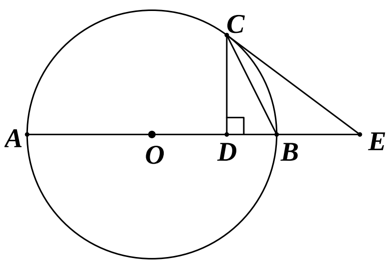


图1

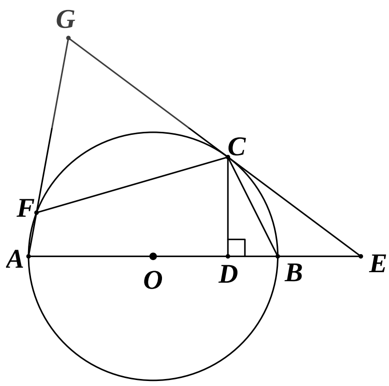


图2

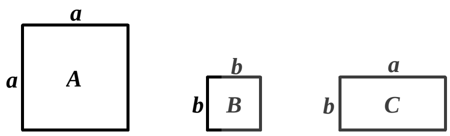
B 卷（共 50 分）

一、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分，答案写在答题卡上）

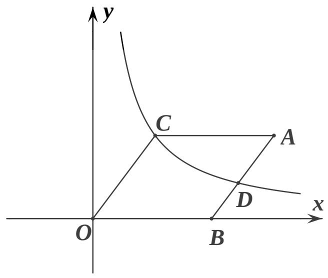
21. 若 a 为实数，则代数式 a^2+4a-6 的最小值为______.

22. 对于实数 m，n 定义运算“※”：$m※n=mn(m+n)$，例如：$4※2=4\times2\times(4+2)=48$，若 x_1，x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-5x+3=0$ 的两个实数根，则 $x_1※x_2=$______.

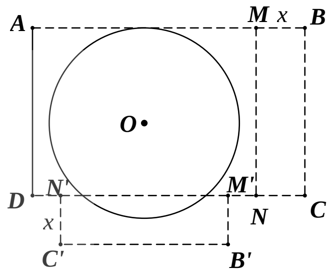
23. 如图，有 A，B，C 三类长方形（或正方形）卡片（$a>b$），其中甲同学持有 A，B 类卡片各一张，乙同学持有 B，C 类卡片各一张，丙同学持有 A，C 类卡片各一张，现随机选取两位同学手中的卡片共四张进行拼图，则能拼成一个正方形的概率是______.



第 23 题图



第 24 题图



第 25 题图

24. 如图，在平面直角坐标系中，▱$ABOC$ 的边 OB 在 x 轴上，过点 $C(3,4)$ 的双曲线与 AB 交于点 D，且 $AC=2AD$，则点 D 的坐标为______.

25. 如图，有一块矩形木板 $ABCD$，$AB=13\,\text{dm}$，$BC=8\,\text{dm}$，工人师傅在该木板上锯下一块宽为 $x\,\text{dm}$ 的矩形木板 $MBCN$，并将其拼接在剩下的矩形木板 $AMND$ 的正下方，其中 M'，B'，C'，N' 分别与 M，B，C，N 对应. 现在这个新的组合木板上画圆，要使这个圆最大，则 x 的取值范围是______，且最大圆的面积是______dm^2.

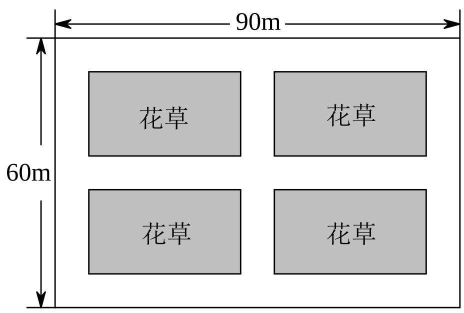
二、解答题（本大题共 3 个小题，共 30 分，解答过程写在答题卡上）

26. （本小题满分 8 分）

成都市中心城区“小游园，微绿地”规划已经实施，武侯区某街道有一块矩形空地进入规划试点. 如图，已知该矩形空地长为 90m，宽为 60m，按照规划将预留总面积为 4536m^2 的四个小矩形区域（阴影部分）种植花草，并在花草周围修建三条横向通道和三条纵向通道，各通道的宽度相等.

（1）求各通道的宽度；

（2）现有一工程队承接了对这 4536m^2 的区域（阴影部分）进行种植花草的绿化任务，该工程队先按照原计划进行施工，在完成了 536m^2 的绿化任务后，将工作效率提高 25%，结果提前 2 天完成任务，求该工程队原计划每天完成多少平方米的绿化任务？



27.（本小题满分 10 分）

如图，已知△*ABC* 是等边三角形，点 *D*，*E* 分别在边 *AC*，*AB* 上，且 $CD=AE$，*BD* 与 *CE* 相交于点 *P*.

（1）求证：△*ACE*≌△*CBD*；

（2）如图 2，将△*CPD* 沿直线 *CP* 翻折得到对应的△*CPM*，过 *C* 作 *CG*∥*AB*，交射线 *PM* 于点 *G*，*PG* 与 *BC* 相交于点 *F*，连接 *BG*.

ⅰ）试判断四边形 *ABGC* 的形状，并说明理由；

ⅱ）若四边形 *ABGC* 的面积为 $6\sqrt{3}$， $PF=1$，求 *CE* 的长.

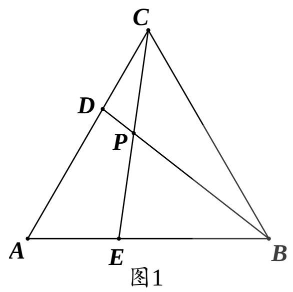


图1

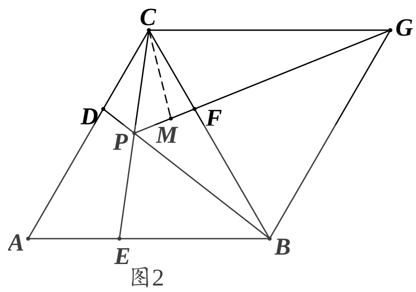


图2

28. （本小题满分 12 分）

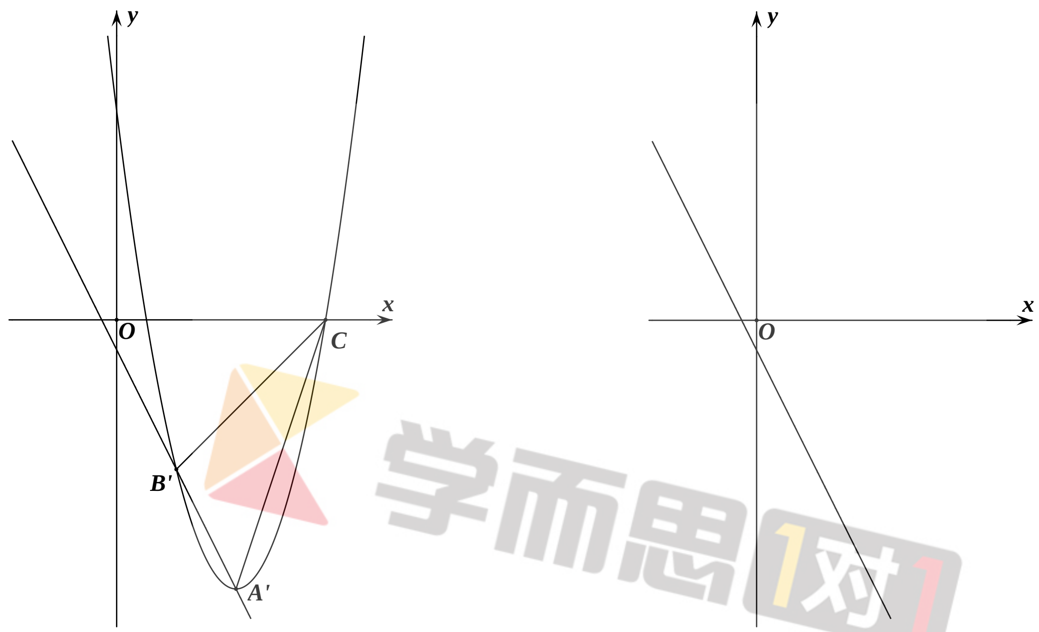
在平面直角坐标系中，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+4$ 的顶点 A 在直线 $y=kx-2$ 上.

（1）求直线的函数表达式；

（2）现将抛物线沿该直线方向进行平移，平移后的抛物线的顶点为 A'，与直线的另一交点为 B'，与 x 轴的右交点为 C（点 C 不与点 A' 重合），连接 $B'C$，$A'C$.

ⅰ）如图，在平移过程中，当点 B' 在第四象限且△$A'B'C$ 的面积为 60 时，求平移的距离 AA' 的长；

ⅱ）在平移过程中，当△$A'B'C$ 是以线段 $A'B'$ 为一条直角边的直角三角形时，求出所有满足条件的点 A' 的坐标.



（备用图）

武侯区 2018 届中考数学"二诊"试卷

A 卷

1. B　2. B　3. C　4. B　5. A　6. D　7. D　8. C
9. A　10. C

11. 7　12. -8　13. 9　14. $3\sqrt{3}$

15. (1)解：原式 $=3-1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2-\sqrt{3}=3-1+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$.
(2)解：由①，得 $x\leqslant 2$. 由②，得 $4x-2>3x-3$. 解得 $x>-1$. ∴原不等式组的解集为 $-1<x\leqslant 2$. ∴原不等式组的整数解有 0，1，2.

16. 解：原式 $=\left[\frac{3(a+1)}{(a-1)(a+1)}-\frac{a-1}{(a-1)(a+1)}\right]\div\frac{a+2}{a+1}=\frac{2a+4}{(a-1)(a+1)}\cdot\frac{a+1}{a+2}=\frac{2(a+2)}{(a-1)(a+1)}\cdot\frac{a+1}{a+2}=\frac{2}{a-1}$. 当 $a=\sqrt{3}+1$ 时，原式 $=\frac{2}{\sqrt{3}+1-1}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

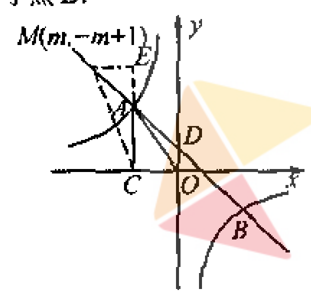
17. 解：由题意可得 $CD=BM=0.8$ m，$BC=MD=11$ m. 在 Rt△BCE 中，$\angle ABC=20°$，∴ $\tan 20°=\frac{EC}{BC}$，即 $\frac{EC}{11}\approx 0.36$. ∴ $EC\approx 3.96$ m. ∴ $ED=EC+CD\approx 3.96+0.8\approx 4.8$(m). 即需要安装的隔音屏的顶部到桥面的距离 ED 的长约为 4.8 m.

18. 解：(1)抽查总人数有 $12\div 20\%=60$(人)，所以基本了解"中国诗词大会"的人数有 $60-24-12-6=18$(名).
(2)列表如下：

	男	女$_1$	女$_2$
男		(男，女$_1$)	(男，女$_2$)
女$_1$	(女$_1$，男)		(女$_1$，女$_2$)
女$_2$	(女$_2$，男)	(女$_2$，女$_1$)	

共有 6 种等可能的结果，其中恰为一男一女的结果有 4 种，∴ P(恰为一男一女) $=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

19. 解：(1)∵点 $B(3,-2)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上，∴ $m=3\times(-2)=-6$. ∴反比例函数的表达式为 $y=-\frac{6}{x}$. ∵点 $A(n,3)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上，∴ $3=-\frac{6}{n}$，∴ $n=-2$. ∴点 A 的坐标为 $(-2,3)$. ∵点 $A(-2,3)$、$B(3,-2)$ 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上，∴ $\begin{cases}-2k+b=3,\\3k+b=-2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=1.\end{cases}$ ∴一次函数的表达式为 $y=-x+1$.
(2)设点 M 的坐标为 $(m,-m+1)$，过点 M 作 $ME\perp AC$ 于点 E.



∵ $y=-\frac{6}{x}$，∴ $S_{\triangle AOC}=\frac{|-6|}{2}=3$. ∴ $S_{\triangle AMC}=2S_{\triangle AOC}=6$. ∴ $\frac{1}{2}AC\cdot ME=6$，即 $\frac{1}{2}\times 3\times|m+2|=6$. 解得 $m=2$ 或 -6. 当 $m=2$ 时，$-m+1=-1$；当 $m=-6$ 时，$-m+1=7$. ∴点 M 的坐标为 $(2,-1)$ 或 $(-6,7)$.

20. (1)证明：如图 1，连接 OC. ∵ $OB=OC$，∴ $\angle OBC=\angle OCB$. ∵ $CD\perp AB$，∴ $\angle OBC+\angle 1=90°$. 又∵ $\angle 1=\angle 2$，∴ $\angle OCB+\angle 2=90°$，即 $OC\perp CE$. ∴ CE 是⊙O 的切线.

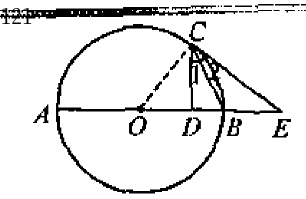


图 1

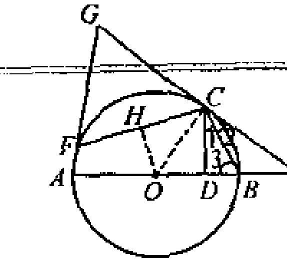


图 2

(2)解：①线段 CF 与 CD 之间满足的数量关系是：$CF=2CD$. 理由如下：如图 2，过点 O 作 $OH\perp CF$ 于点 H，则 $\angle OHC=\angle ODC=90°$. 由垂径定理，可得 $FH=CH$，∴ $CF=2CH$. ∵ $\angle FCE=2\angle 3=2\angle OCB$，且 $\angle 1=\angle 2$，∴ $\angle OCH=\angle OCD$. 又∵ OC 为公共边，∴ △COH≌△COD(AAS). ∴ $CH=CD$. ∴ $CF=2CD$.

②∵ $\angle 1=\angle 2$，$\tan\angle 2=\frac{1}{2}$，∴ $\tan\angle 1=\frac{1}{2}$. ∵ $CD=4$，∴ $BD=CD\cdot\tan\angle 1=2$. ∴ $BC=\sqrt{CD^2+BD^2}=2\sqrt{5}$. ∴ $CF=2CD=8$. 设 $OC=OB=x$，则 $OD=x-2$. 在 Rt△ODC 中，$OC^2=OD^2+CD^2$，∴ $x^2=(x-2)^2+4^2$. 解得 $x=5$，即 $OB=5$. ∵ $OC\perp GE$，∴ $\angle OCF+\angle FCG=90°$. 又∵ $\angle OCD+\angle COD=90°$，$\angle FCO=\angle OCD$，∴ $\angle FCG=\angle COB$. ∵四边形 $ABCF$ 为⊙O 的内接四边形，∴ $\angle GFC=\angle 3$. ∴ △GFC∽△CBO. ∴ $\frac{FG}{CB}=\frac{FC}{BO}$. ∴ $\frac{FG}{2\sqrt{5}}=\frac{8}{5}$. ∴ $FG=\frac{16\sqrt{5}}{5}$.

B 卷

21. -10　【解析】∵ $a^2+4a-6=(a+2)^2-10\geqslant -10$，∴ a^2+4a-6 的最小值为 -10.

22. 15　【解析】$x_1*x_2=x_1x_2(x_1+x_2)$，又 x_1、x_2 是方程 $x^2-5x+3=0$ 的两个实数根，∴ $x_1+x_2=5$，$x_1x_2=3$，故 $x_1*x_2=3\times 5=15$.

23. $\frac{1}{3}$　【解析】由题可得随机选取两位同学，可能的结果如下：甲乙、甲丙、乙丙. ∵ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，∴选择乙丙手中的卡片共四张进行拼图，则能拼成一个边长为 $(a+b)$ 的正方形，∴能拼成一个正方形的概率为 $\frac{1}{3}$.

24. $\left(7,\frac{12}{7}\right)$　【解析】方法一：如图 1，延长 AC 交 x 轴于点 E，过点 A 作 y 轴的平行线，过点 D 作 x 轴的平行线，两直线交于点 E，有△DEA∽△CFO. ∵ $CF=3$，$OF=4$，∴ $DE:AE:AD=CE:OE:OC=3:4:5$. 设 $DE=3a$，则 $AE=4a$，$AD=5a$，∴ $AC=2AD=10a$，∴ $D(3-7a,4-4a)$. ∵ $C(3,4)$，∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$. 将 $D(3+7a,4-4a)$ 代入 $y=\frac{12}{x}$，得 $4-4a=\frac{12}{3+7a}$，解得 $a_1=0$(舍去)，$a_2=\frac{4}{7}$. ∴ $D\left(7,\frac{12}{7}\right)$.

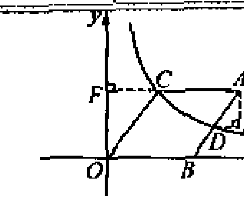


图 1

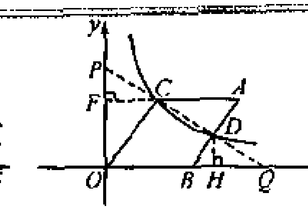
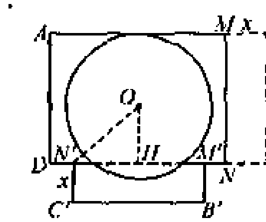


图 2

方法二：如图 2，设直线 CD 交 y 轴于点 P，交 x 轴于点 Q，有 $PC=DQ$，过点 D 作 $DH\perp x$ 轴于点 H，有△PFC≌△DHQ，∴ $HQ=FC=3$. ∵四边形 $ABOC$ 是平行四边形，∴ △OCQ∽△ADC，∴ $\frac{OQ}{OC}=\frac{AC}{AD}=2$，∴ $OQ=2OC=10$，∴ $OH=OQ-HQ=7$，而反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$，∴ $D\left(7,\frac{12}{7}\right)$.

25. $2\leqslant x\leqslant 3$　25π　【解析】如图，设⊙O 的半径为 r，则 $OH=8-r$，∴ $ON^2=OH^2-NH^2=(8-r)^2+4^2$，而 $r\leqslant ON$，∴ $r^2\leqslant(8-r)^2-4^2$，解得 $r\leqslant 5$，即 r 的最大值为 5，要使这个圆最大，结合图形知，x 需要满足的条件为：$\begin{cases}AM\geqslant 2r,\\AD+N'C\geqslant 2r,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}13-x\geqslant 10,\\8+x\geqslant 10,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant x\leqslant 3$，∴ x 的取值范围是 $2\leqslant x\leqslant 3$，且最大圆的面积是 $25\pi\,\mathrm{dm}^2$.

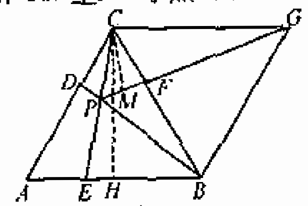


26. 解：(1)设各通道的宽度为 x m. 由题意，得 $(90-3x)(60-3x)=4536$. 解得 $x_1=2$，$x_2=48$. ∵ $x_2=48$ 不合题意，舍去，∴ $x=2$. 即各通道的宽度为 2 m.
(2)设该工程队原计划每天完成 y 平方米的绿化任务. 由题意，得 $\frac{4536-536}{y}-\frac{4536-536}{(1+25\%)y}=2$. 解得 $y=400$. 经检验：$y=400$ 是原方程的根. 故该工程队原计划每天完成 400 平方米的绿化任务.

27. (1)证明：∵ △ABC 是等边三角形，∴ $\angle A=\angle ACB=60°$，$AC=BC$. 又∵ $AE=CD$，∴ △ACE≌△CBD.
(2)解：①四边形 $ABGC$ 为菱形，理由如下：∵ △ACE≌△CBD，∴ $\angle ACE=\angle CBD$. ∴ $\angle DPC=\angle PCB+\angle CBD=\angle PCB+\angle ACE=\angle ACB=60°$. 由翻折可知：$CD=CM$，$\angle CDP=\angle CMP$，$\angle MPC=\angle DPC=60°$，∴ $\angle DCF+\angle DPF=60°+2\times 60°=180°$，∴ $\angle CDP+\angle CFP=360°-180°=180°$. ∵ $\angle CDP+\angle CMF=\angle CMP+\angle CMF=180°$，∴ $\angle CMF=\angle CFP$. ∴ $CF=CM=CD$. ∵ $\angle CFM+\angle CFG=180°$，$\angle CDP+\angle CFM=180°$，∴ $\angle CDP=$

$\angle CFG$. $\because CG /\!/ AB$，$\therefore \angle GCF = \angle CBA = 60° = \angle BCD$，$\therefore \triangle CDB \cong \triangle CFG$. $\therefore CG = CB$. $\therefore CG = AB$. $\because CG /\!/ AB$，$CG = AB$，$\therefore$ 四边形 $ABGC$ 为平行四边形. $\because AC = AB$，$\therefore$ 平行四边形 $ABGC$ 为菱形.

②过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H，



设菱形 $ABGC$ 的边长为 a. $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore AH = BH = \frac{1}{2}a$. $\therefore CH = AH \cdot \tan 60° = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. $\because$ 菱形 $ABGC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$，$\therefore AB \cdot CH = 6\sqrt{3}$，即 $a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6\sqrt{3}$，$\therefore a = 2\sqrt{3}$，$\therefore BG = 2\sqrt{3}$. $\because$ 四边形 $ABGC$ 是菱形，$\therefore AC /\!/ BG$，$\therefore \angle GBC = \angle ACB = 60°$.
又 $\because \angle GPB = 180° - \angle CPD - \angle CPM = 180° - 60° - 60° = 60°$，$\therefore \angle GBC = \angle GPB$. $\because \angle BGF$ 为公共角，$\therefore \triangle BGF \backsim \triangle PGB$，$\therefore \frac{BG}{PG} = \frac{FG}{BG}$，即 $BG^2 = FG \cdot PG$. $\because PF = 1$，$BG = 2\sqrt{3}$，$\therefore (2\sqrt{3})^2 = FG \cdot (FG + 1)$，$\therefore FG = 3$. $\because \triangle CDB \cong \triangle CFG$，$\triangle ACE \cong \triangle CBD$，$\therefore FG = BD$，$BD = CE$，$\therefore CE = FG = 3$.

28. 解：(1) $\because y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4 = \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14$，$\therefore$ 顶点 A 的坐标为 $(6, -14)$. $\because$ 顶点 A 在直线 $y = kx - 2$ 上，$\therefore 6k - 2 = -14$. $\therefore k = -2$. $\therefore$ 直线的函数表达式为 $y = -2x - 2$.

(2) ① 方法一：由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4, \\ y = -2x - 2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = -14 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -6. \end{cases}$ $\therefore$ 原抛物线与直线的两个交点坐标分别为 $A(6, -14)$、$B(2, -6)$，$\therefore AB = \sqrt{(6-2)^2 + (-14+6)^2} = 4\sqrt{5}$. 由平移可得 $A'B' = AB = 4\sqrt{5}$. 设直线 $y = -2x - 2$ 与 x 轴的交点坐标为点 P，与 y 轴的交点坐标为点 Q，易得 $P(-1, 0)$，$Q(0, -2)$. $\therefore PQ = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$. 过点 C 作 $CH \perp A'B'$ 于点 H. $\because S_{\triangle A'B'C} = 60$，$\therefore \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot CH = 60$. $\therefore CH = 6\sqrt{5}$. 又 $\because \angle PHC = \angle POQ = 90°$，$\angle OPQ = \angle HPC$，$\therefore \triangle OPQ \backsim \triangle HPC$. $\therefore \frac{HC}{PC} = \frac{OQ}{PQ}$，即 $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{PC}$. $\therefore PC = 15$. $\therefore C(14, 0)$. $\because$ 顶点 A' 在直线 $y = -2x - 2$ 上，$\therefore$ 设 $A'(m, -2m-2)$. $\therefore$ 平移后的抛物线的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2$. $\because C(14, 0)$ 在该抛物线上，$\therefore 0 = \frac{1}{2}(14 - m)^2 - 2m - 2$. $\therefore m_1 = 8$，$m_2 = 24$（此时点 C 为左交点，舍去）. $\therefore A'(8, -18)$. $\therefore AA' = \sqrt{(8-6)^2 + (-18+14)^2} = 2\sqrt{5}$，即平移的距离 AA' 的长为 $2\sqrt{5}$.

方法二：$\because$ 顶点 A' 在直线 $y = -2x - 2$ 上，$\therefore$ 设 $A'(m, -2m-2)$. $\therefore$ 平移后的抛物线的函数表达式为：$y = \frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2$. 由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}(x-m)^2 - 2m - 2, \\ y = -2x - 2, \end{cases}$ 得 $\frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2 = -2x - 2$，解得 $x_1 = m$ 或 $x_2 = m - 4$，$\therefore$ 点 B' 的横坐标为 $m - 4$. $\because$ 点 B' 在直线 $y = -2x - 2$ 上，$\therefore$ 点 B' 的坐标为 $(m - 4, 6 - 2m)$. 令 $\frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2 = 0$，解得 $x = m \pm 2\sqrt{m+1}$. $\because$ 点 C 为右交点，$\therefore C(m + 2\sqrt{m+1}, 0)$，设直线 $y = -2x - 2$ 与 x 轴相交于点 P，如图 1，则 $P(-1, 0)$，$PC = m + 2\sqrt{m+1} + 1$，

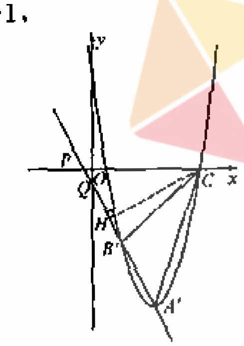


图 1

$S_{\triangle A'B'C} = S_{\triangle A'PC} - S_{\triangle B'PC} = \frac{1}{2}(y_{B'} - y_{A'}) \cdot PC = \frac{1}{2} \times 8 \times (m + 2\sqrt{m+1} + 1) = 60$. 即 $2\sqrt{m+1} = 14 - m$. 解得 $m = 8$ 或 24（此时 $14 - m < 0$，舍去），$\therefore A'(8, -18)$. $\therefore AA' = \sqrt{(8-6)^2 + (-18+14)^2} = 2\sqrt{5}$. 即平移的距离 AA' 的长为 $2\sqrt{5}$.

②方法一：分以下两种情况：

(i)若 $\angle A'B'C$ 为直角，如图 2.

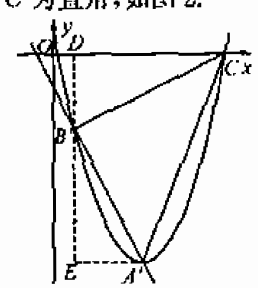


图 2

过点 B' 作 $B'D \perp x$ 轴于点 D，$A'E \perp B'D$ 于点 E，则 $D(m - 4, 0)$，$E(m - 4, -2m - 2)$，$\therefore A'E = x_{A'} - x_E = 4$，$B'E = y_{B'} - y_E = 8$，$B'D = y_D - y_{B'} = 2m - 6$，$CD = x_C - x_D = 4 + 2\sqrt{m+1}$. 由 $\triangle A'B'E \backsim \triangle B'CD$，得 $\frac{A'E}{B'E} = \frac{B'D}{CD}$，即 $\frac{4}{8} = \frac{2m-6}{4 + 2\sqrt{m+1}}$. $\therefore \sqrt{m+1} = 2m - 8$，$\therefore 4m^2 - 33m + 63 = 0$，解得 $m = \frac{21}{4}$ 或 $m = 3$（此时 $2m - 8 < 0$，舍去），$\therefore m = \frac{21}{4}$. $\therefore A'\left(\frac{21}{4}, -\frac{25}{2}\right)$.

(ii)若 $\angle B'A'C$ 为直角，如图 3. 过点 A' 作 $EF /\!/ x$ 轴，$B'E \perp EF$ 于点 E，$CF \perp EF$ 于点 E，则 $E(m - 4, -2m - 2)$、$F(m + 2\sqrt{m+1}, -2m - 2)$，$A'E = 4$，$B'E = 8$，$A'F = x_F - x_{A'} = 2\sqrt{m+1}$，$CF = y_C - y_F = 2m + 2$. 由 $\triangle A'B'E \backsim \triangle CA'F$，得 $\frac{A'E}{B'E} = \frac{CF}{A'F}$，即 $\frac{4}{8} = \frac{2m+2}{2\sqrt{m+1}}$. $\therefore \sqrt{m+1} = 2m + 2$，$\therefore 4m^2 + 7m + 3 = 0$. 解得 $m = -\frac{3}{4}$ 或 $m = -1$（此时点 A' 与点 C 重合，舍去）. $\therefore m = -\frac{3}{4}$. $\therefore A'\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$. 综上所述，满足条件的点 A' 的坐标为 $\left(\frac{21}{4}, -\frac{25}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$.

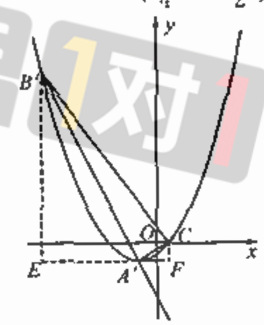


图 3

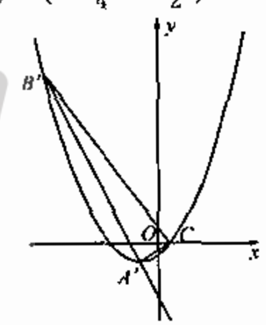


图 4

方法二：

分以下两种情况：

(i)若 $\angle B'A'C$ 为直角，如图 4. $\because k_{A'B'} \cdot k_{A'C} = -1$，$\therefore k_{A'C} = \frac{1}{2}$.

设 $l_{A'C}: y = \frac{1}{2}x + n$. $\because A'(m, -2m-2)$，$\therefore -2m - 2 = \frac{1}{2}m + n$. $\therefore n = -\frac{5}{2}m - 2$. $\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}m - 2$. $\therefore C(5m + 4, 0)$. $\because C(5m + 4, 0)$ 在抛物线 $y = \frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2$ 上，$\therefore 0 = \frac{1}{2}(5m + 4 - m)^2 - 2m - 2$. $\therefore 4m^2 + 7m + 3 = 0$，$\therefore m = -\frac{3}{4}$ 或 $m = -1$（此时点 A' 与点 C 重合，舍去）. $\therefore m = -\frac{3}{4}$. $\therefore A'\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$.

(ii)若 $\angle A'B'C$ 为直角，如图 5.

同理可得：$l_{B'C}: y = \frac{1}{2}x + 8 - \frac{5}{2}m$. $\therefore C(5m - 16, 0)$. $\because C(5m + 4, 0)$ 在抛物线 $y = \frac{1}{2}(x - m)^2 - 2m - 2$ 上，$\therefore 0 = \frac{1}{2}(5m - 16 - m)^2 - 2m - 2$. $\therefore 4m^2 - 33m + 63 = 0$，解得 $m = \frac{21}{4}$ 或 $m = 3$. 当 $m = 3$ 时，$5m - 16 < m$（此时点 C 为左交点，舍去），$\therefore m = \frac{21}{4}$. $\therefore A'\left(\frac{21}{4}, -\frac{25}{2}\right)$. 综上所述，满足条件的点 A' 的坐标为 $\left(\frac{21}{4}, -\frac{25}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$.

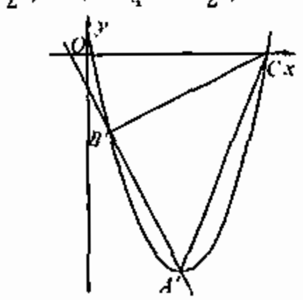


图 5