2017~2018学年广东广州越秀区广州大学附属中学、铁一中学、广州外国语三校高一下学期期中数学试卷

一、选择题:本大题共12小题，每小题5分，共60分

1 已知集合$A=\{x|3x^2+x-2\leqslant 0\}$，$B=\{x|\log_2(2x-1)\leqslant 0\}$，则$A\cap B=$（　）

A. $\left\{x\middle|-1\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}\right\}$

B. $\left\{x\middle|\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 1\right\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$

D. $\left\{x\middle|\frac{1}{2}<x\leqslant\frac{2}{3}\right\}$

2 已知$\sin x=\frac{3}{4}$，则$\cos 2x=$（　）

A. $-\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $-\frac{1}{8}$　D. $\frac{1}{8}$

3 已知点$A(0,1)$，$B(3,2)$，向量$\overrightarrow{AC}=(-4,-3)$，则向量$\overrightarrow{BC}=$（　）．

A. $(-7,-4)$　B. $(7,4)$　C. $(-1,4)$　D. $(1,4)$

4 已知奇函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上是增函数．若$a=-f(\log_2\frac{1}{5})$，$b=f(\log_2 4.1)$，$c=f(2^{0.8})$，则a，b，c的大小关系为（　）．

A. $a<b<c$　B. $b<a<c$　C. $c<b<a$　D. $c<a<b$

5 为了得到函数$y=\sqrt{2}\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$的图象，可以将函数$y=\sqrt{2}\cos 3x$的图象（　）

A. 向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长

B. 向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长

C. 向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长

D. 向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长

6 设$f(x)=\ln(2+x)-\ln(2-x)$，则$f(x)$是（　）

A. 奇函数，且在$(-2,0)$上是减函数

B. 奇函数，且在$(-2,0)$上是增函数

C. 有零点，且在$(-2,0)$上是减函数

D. 没有零点，且是奇函数

7 已知$\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}$，则$\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=$（　）

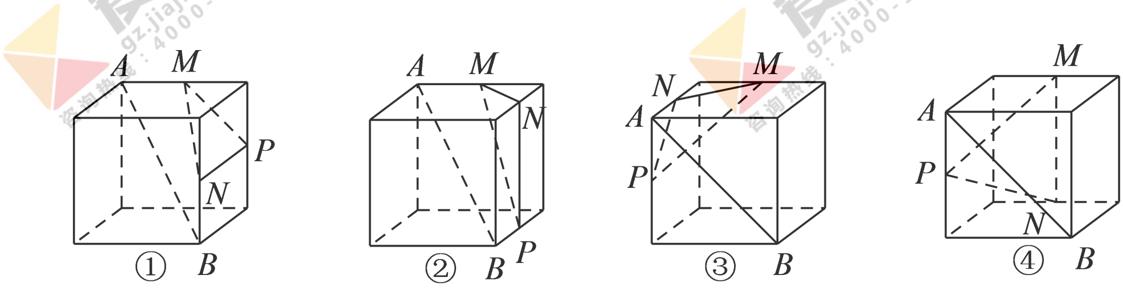
A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

8 如图所示的四个正方体中，A，B为正方体的两个顶点，M，N，P分别为其所在棱的中点，能得出$AB//$平面MNP的图形的序号为（　）．



A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①②③

9 平行四边形$ABCD$中，$AB=3$，$AD=4$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=-6$，$\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的值为（　）

A. 16

B. 14

C. 12

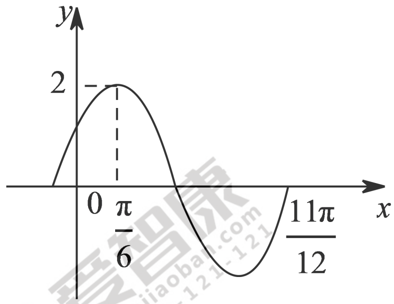
D. 10

10 《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表，是“算经十书”中最重要的一种，是当时世界上最简练有效的应用数字，它的出现标志中国古代数学形成了完整的体系．其中《方田》章有弧田面积计算问题，计算术曰：以统乘矢，矢又自乘，并之，二而一，其大意是，弧田面积计算公式为：弧田面积$=\frac{1}{2}$（弦×矢+矢×矢），弧田是由圆弧（简称为弧田弧）和以圆弧的端点为端点的线段（简称为弧田弦）围成的平面图形，公式中“弦”指的是弧田弦的长，“矢”等于弧田弧的端点的线段（简称田弦）围成的平面图形，公式中“弦”指的是弦的长，“矢”等于弦所在圆的半径与圆心到弧田弦的距离之差．现有一弧田，其弦长AB等于6米，其弧所在圆为圆O，若用上述弧田面积

为$\dfrac{7}{2}$平方米，则$\cos\angle AOB=$（　）

A. $\dfrac{1}{25}$　　B. $\dfrac{3}{25}$　　C. $\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{7}{25}$

11 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的部分图象如图所示，已知$x_1$，$x_2\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，且$x_1\neq x_2$，$f(x_1)=f(x_2)$，则$f(x_1+x_2)$等于（　）



A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. -2

12 已知函数$f(x)=\begin{cases}kx+2,x\leqslant 0\\ \ln x,x>0\end{cases}$ $(k\in\mathbf{R})$，若函数$y=|f(x)|+k$有三个零点，则实数k的取值范围是（　）

A. $k\leqslant 2$　　B. $-1<k<0$　　C. $-2\leqslant k<-1$　　D. $k\leqslant -2$

二、填空题：每小题5分，共20分

13 已知平面向量$\vec{a}$与$\vec{b}$，$\vec{a}=(2,6)$，$\vec{b}=(1,\lambda)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\lambda=$______.

14 已知$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，则$\tan\alpha=$______.

15 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$在区间$\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right]$上单调递增，则$\omega$的取值范围是______.

16

在平面直角坐标系中，O为坐标原点，已知$A(1,0)$，$B(0,3)$，$C(3,0)$，动点D满足$\left|\overrightarrow{CD}\right|=1$，则$\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right|$的取值范围为______ .

三、解答题：共6题，共70分

17 已知函数$f(x)=1-2\cos^2 x-2\sin x\cos x$.

（1）求$f(x)$的对称中心 .

（2）求函数$f(x)$的单调递增区间 .

18 已知函数$f(x)=\cos(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的一条对称轴是$x=\dfrac{\pi}{8}$.

（1）φ的值 .

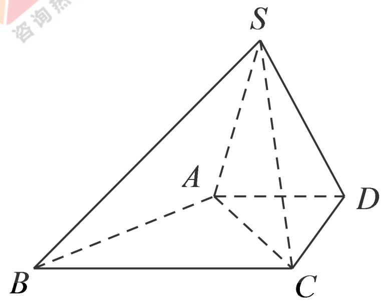
（2）若$f\left(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$f\left(\dfrac{\beta}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$且$\alpha$，$\beta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，求$\alpha+\beta$.

19 在平面直角坐标系xOy中，已知点$P\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，将向量$\overrightarrow{OP}$绕原点$O$按逆时针方向旋转$x$弧度得到向量$\overrightarrow{OQ}$.

（1）若$x=\dfrac{\pi}{3}$，求点Q的坐标 .

（2）已知函数$f(x)=\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OP}$，令$g(x)=f(x)\cdot f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，求函数$g(x)$的值域 .

20 如图，在底面为梯形的四棱锥$S-ABCD$中，已知$AD//BC$，$\angle ASC=60^\circ$，$AD=DC=\sqrt{2}$，$SA=SC=SD=2$.



（1）求证：$AC\perp SD$.

（2）求三棱锥$B-SAD$的体积 .

21 已知圆C经过$P(4,-2)$，$Q(-1,3)$两点，且在y轴上截得的线段的长为$4\sqrt{3}$，半径小于5．

（1）求圆C的方程．

（2）若直线$l//PQ$，且l与圆C交于A、B两点，以线段AB为直径的圆线经过原点，求直线l的方程．

22 若向量$\vec{a}=(\cos\omega x,\sqrt{3}\sin\omega x)$，$\vec{b}=(\sin\omega x,-\sin\omega x)$，其中$\omega>0$．记函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，若函数$f(x)$的图象上相邻两个对称轴之间的距离是$\dfrac{\pi}{2}$．

（1）写出函数$f(x)$的解析式．

（2）若对任意$x\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{12}\right]$，$f^2(x)-mf(x)-1\leqslant 0$恒成立，求实数$m$的取值范围．

（3）求实数a和正整数n，使得$F(x)=f(x)-a(a>0)$在$[0,n\pi]$上恰有2017个零点．