

POD 结合薄板样条插值法在风压预测中的应用*

周 暄 毅¹, 李 刚²

(1 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;

2 广东省公路勘察规划设计院有限公司, 广州 510507)

[摘要] 基于有限的风洞试验测试结果,提出了结合本征正交分解(POD)和薄板样条插值(TPS)预测未知点风压的方法,并将此方法应用于一座实际大跨度屋盖结构,在时域和频域上预测值与试验结果的对比证明了该方法的有效性和实用性。预测值与实测值的自功率谱在低频及高频部分都吻合得较好;相比自功率谱,相干函数预测的精度要低一些。同时指出 POD-TPS 法得到的风压值与直接薄板样条插值结果几乎是完全相同的,其预测结果完全取决于插值方法;POD 法的好处在于,它将对时程的插值转换为对少量本征模式的插值,大大降低了计算量。

[关键词] POD; 大跨度屋盖; 风压; 预测

中图分类号: TU393.3, TU312.1 文献标识码: A 文章编号: 1002-848X(2011)06-0098-05

Application of POD combined with thin-plate splines in research on wind pressure

Zhou Xuanyi¹, Li Gang²

(1 State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2 Guangdong Highway Design Institute Co., Ltd., Guangzhou 510507, China)

Abstract: The proper orthogonal decomposition (POD) method combined with thin plate splines (TPS) interpolation technique was used to predict the wind pressures on a large-span roof based on the limited data from the wind tunnel test. The validity and practicability of POD-TPS method was illustrated by comparing the predicted results with original data in the time domain and frequency domain. The predicted results of auto-power spectrum agrees well with original ones both in low and high frequency range, whereas the prediction accuracy for cross-power spectrum is not better than that for auto-power spectrum. At the same time, it is pointed out that, the predicted wind pressures obtained through POD-TPS method are almost the same as that from TPS method, which indicates that the predicted results only depend on the interpolation technique. When adopting POD method, the interpolation of time series is replaced by that of space POD mode, which reduces the calculation cost.

Keywords: POD; large-span roof; wind pressure; prediction

0 引言

目前刚性模型测压风洞试验是大跨度屋盖结构风荷载研究的主要手段。如果风洞实验室的设备能满足足够多测点的同步测压要求,那么从风洞试验中得到的风压系数时程就可以确定实际建筑物所受的风压。这种方法考虑了大气湍流和空气绕流对风压脉动的影响,被认为是目前获得风压时程的最合适的方法。然而该方法对风洞试验设备要求很高,即要求同步测量的测点数目足够多,而实际上一般的风洞试验设备只能测量较少的测点,难以满足大跨结构的设计需要,这时就需要利用有限的试验数据进行风压预测。用于风压预测的方法有很多种,但总体来讲可分为两大类,一类是构造函数或利用人工神经网络等方法对风压数据直接插值或拟合^[1-5];另一类是采用本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition,简称 POD)的方法,先将风场分解为若干阶本征模式,然后对本征模式进行插值或拟合,再进行风压重组,从而得到未知点的风压

数据^[6-12]。

首先比较了薄板样条插值方法(Thin-Plate Splines,简称 TPS)与本征正交分解结合薄板样条插值预测方法(POD-TPS方法)对脉动风压系数根方差的预测结果,接着采用 POD-TPS 方法对风压时程进行预测并与风洞试验实测点进行对比,分析了预测值与实测值在时域和频域(自功率谱、相干函数)上的差别。

1 研究对象及风洞试验简介

以一圆柱面网壳结构为研究对象,该大跨结构跨度达 103m,高 40m,长 140m,矢跨比为 0.39。风洞测压试验是在同济大学土木工程防灾国家重点实验室风洞实验室的 TJ-2 大气边界层风洞中进行的。几何缩尺比为 1/150。按照我国荷载规范^[13]要求模拟了 B 类地面粗糙度风场,平均风速剖面指数为

* 科技部国家重点实验室基金资助(SLDRCE10-B-04)及国家自然科学基金创新研究群体科学基金(50621062)联合资助。
作者简介:周暄毅,博士,副研究员,Email:zhouxytj@tongji.edu.cn。

0.16,在屋盖顶部的紊流度为 15%。由于圆柱面网壳内外表面同时受风,每个测点位置需布置内、外表面两个测压孔,以同时测量该点处内外表面的压力。在模型上总共布置了 215 个测点(430 个测压孔),该测点最终风荷载为外、内测压孔压力之差。不失一般性,仅以 90°风向为例应用本文方法进行分析。试验模型见图 1 测点布置及风向角定义见图 2。

物体表面的压力通常用无量纲的风压系数 C_{pi} 表示为:

$$C_{pi} = \frac{P_i - P_\infty}{0.5\rho v_\infty^2} \quad (1)$$

式中: C_{pi} 为测点 i 处的压力系数; P_i 为作用在测点 i 处的压力; P_∞ 是试验时参考高度处的静压; ρ 为空气密度; v_∞ 是参考高度处的风速。在分析时以梯度风高度作为参考高度,由此得到以梯度风压为参考风压的风压系数。限于篇幅,只在后文给出本文分析所需要的结果,更详细的试验结果见文[14]。



图 1 风洞试验刚性模型

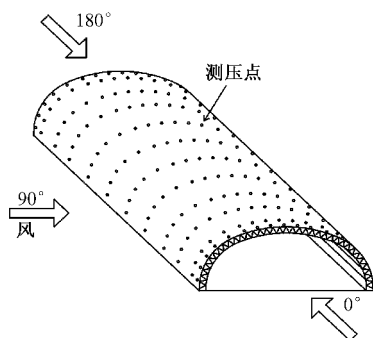


图 2 风向角定义

2 风压预测方法

2.1 薄板样条插值方法

薄板样条是一种广泛采用的空间插值方法^[15],其插值函数可以表达为:

$$Z = \sum_{i=1}^n \alpha_i D_i^2 \lg D_i \quad (2)$$

式中: Z 为预测值; i 表示第 i ($i=1, \dots, n$) 个已知测点; D_i 为预测点与第 i 个已知测点的距离; α_i 为待

定系数,可以通过已知测点的数据来确定。利用 TPS 方法即可对试验风压数据进行直接插值预测。

2.2 POD 基本原理^[16]

本征正交分解又称为 Karhunen-Loeve 展开,是随机分析的重要技术之一,提供了一种独特的描述随机场的方法,即将随机场表达为基本函数的级数表达式,而这些基本函数取决于随机场本身。这样的处理方法与傅立叶级数分解有相似之处。设建筑结构表面风压系数为 $C_p(t)$,假设 $C_p(t)$ 可以用一组正交函数基的线性组合表示,即:

$$C_p(t) = \Phi a(t) \quad (3)$$

式中: $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]$ 是以正交函数基为列组成的矩阵; $a(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)]^T$ 称为主坐标向量,其各元素 $a_j(t)$ 称为正交函数基 ϕ_j 的主坐标函数。选择正交函数基的方法是使得 $C_p(t)$ 在 ϕ_j 上的投影为最大,可以用拉格朗日乘子法进行求解,最后化为求解特征值问题:

$$R_{C_p} \phi_j = \lambda_j \phi_j \quad (4)$$

可以按矩阵理论求解已知测点风压系数自相关矩阵 R_{C_p} 的本征值 λ_j 和本征模态 ϕ_j 。由本征模态的正交关系最终可得:

$$\begin{aligned} \langle C_p^T(t) C_p(t) \rangle &= \langle a^T(t) \Phi^T \Phi a(t) \rangle \\ &= \langle a^T(t) a(t) \rangle = \sum_{j=1}^n \lambda_j \end{aligned} \quad (5)$$

上式说明本征值是本征模态对风压均方根系数贡献大小的量度。一般情况下 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots$,依次衰减的速度较快。如果本征正交分解的对象不是风压系数(包含平均值),而是脉动风压均方根系数,那么只要将风压系数自相关矩阵 R_{C_p} 换为风压系数的协方差矩阵 C_{C_p} 即可。

2.3 风压预测

根据上面的分析,可采用前数阶本征模态 $\phi_j(x, y, z)$ 表征风压场,那么对于屋盖上任意未知点 (x_0, y_0, z_0) 上的风压时程,可以采用下式得到:

$$C_p(x_0, y_0, z_0, t) = \sum_j \phi_j(x_0, y_0, z_0) a_j(t) \quad (6)$$

式中本征模态值 $\phi_j(x_0, y_0, z_0)$ 通过对 $\phi_j(x, y, z)$ 进行插值(薄板样条方法)得到。

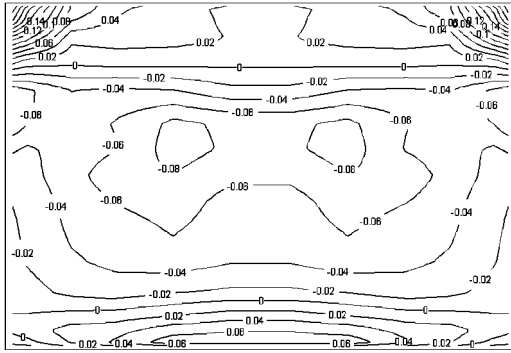
脉动风压系数本征模态能量分布

表 1

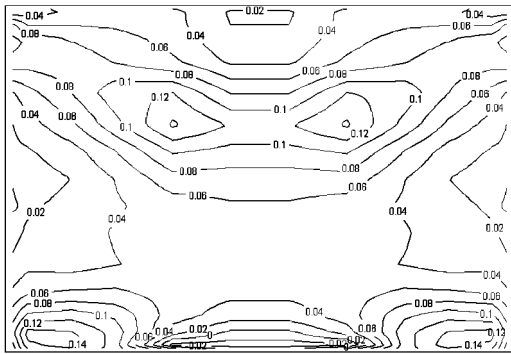
本征模态阶数	本征值	$\frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} / \%$	累计百分比 / %	本征模态阶数	本征值	$\frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} / \%$	累计百分比 / %
1	0.129 5	14.36	14.36	10	0.019 7	2.18	57.03
2	0.104 3	11.56	25.92	20	0.009 1	1.01	71.39
3	0.069 5	7.71	33.63	30	0.006 5	0.72	79.56
4	0.052 5	5.82	39.45	50	0.003 7	0.41	90.63
5	0.039 1	4.33	43.78	100	0.000 3	0.03	99.94

3 风压预测结果分析

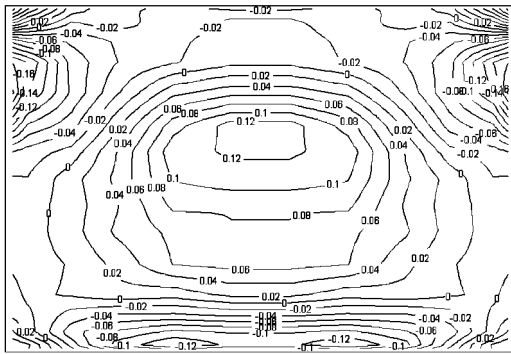
各种风压预测方法对平均风压的估计值一般比较准确,对于脉动风压值的预测误差相对较大,而脉动风压的预测精度关系到结构风振计算的可靠性,因此相对平均风压系数而言更重要一些。同时限于文章篇幅,在此仅给出脉动风压系数的



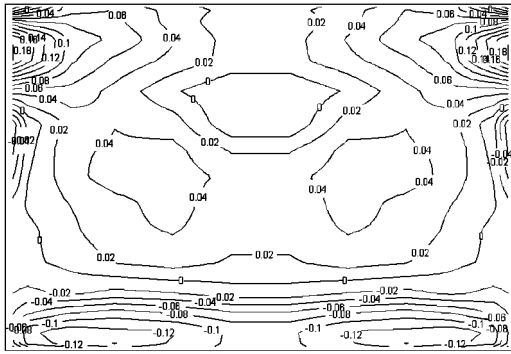
(a) 第1阶($\lambda_1=0.1295$)



(b) 第2阶($\lambda_2=0.1043$)



(c) 第3阶($\lambda_3=0.0695$)



(d) 第4阶($\lambda_4=0.0525$)

图3 脉动风压均方根系数前4阶本征模态

预测结果。

3.1 本征模态分析

如前所述,可用本征值衡量相应本征模态所含脉动风压能量的大小。将本征值按降序排列,一般前几阶本征模态就包含大部分的脉动风压能量。基于风洞试验结果对作用在网壳结构上脉动风压均方根系数进行POD分解,其前100阶本征值及其贡献如表1所示。从表中可见,前30阶的累计比重已接近80%,前50阶的累计比重则超过90%,前100阶的累计比重接近100%。因此取前100阶本征模态来表征脉动风压均方根系数的风压场。图3给出了脉动风压均方根系数的前4阶本征模态。

3.2 风压预测结果

通过风洞试验,可以得到有限测点(图4)的风压历程。由于网壳结构上表面荷载作用节点数目远

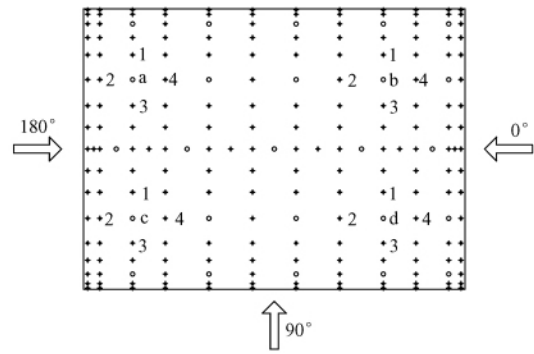
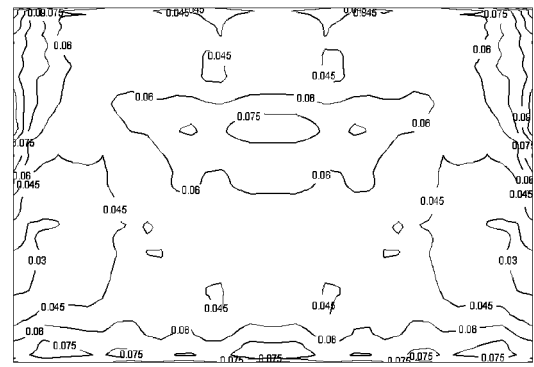
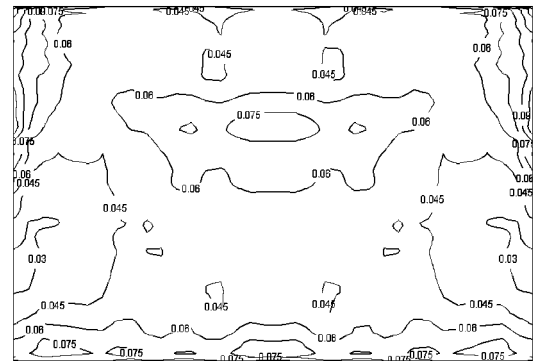


图4 用于风压预测的测点位置



(a) TPS方法



(b) POD-TPS方法

图5 90°风向下屋盖表面脉动风压系数根方差等值线图

高于试验测点的数目,并且大部分测点本身并不是计算节点,因而需要对计算节点的风压进行预测以便于结构风振计算分析。

3.2.1 TPS 与 POD-TPS 方法对脉动风压系数预测结果的比较

利用薄板样条方法 (TPS) 插值得到 90° 风向向下屋盖表面的脉动风压系数等值线图,见图 5(a)。同时根据 2.3 节的方法,结合 TPS 和 POD 方法 (POD-TPS 方法),同样可得到该风向下的脉动风压系数根方差分布图(图 5(b))。将图 5(a),(b)对照,不难发现,按照 POD-TPS 方法得到的风压分布与直接 TPS 插值得到的风压分布几乎完全相同,说明风压分布情况完全取决于插值方法,与是否采用 POD 方法无关。图中反映出该风向下,由于没有明显钝体外形的迎风前缘,所以没有出现因来流强烈分离导致的较大脉动压力;整个屋面的脉动风压系数根方差在 0.03~0.08 之间,相对而言,迎风侧屋盖下缘及顶部背风侧区域脉动值较大。尽管两种方法得到

了几乎一样的结果,需要指出的是,采用 POD 方法的好处在于,把对时程的直接插值转化为对有限阶特征函数的插值。而一般情况下,提取较少阶次的特征函数就能达到很高的精度。比如本文取前 100 阶特征函数,因而只需对前 100 阶特征函数插值,而不需要对数千个时间步分别进行插值,这样就大大减少了计算量。因此下面采用 POD-TPS 方法进一步分析风压时程在时域及频域上的特性。

3.2.2 脉动风压时程序的预测及分析

将一部分测点作为检验点(见图 4 中的圈点),其他测点作为风压预测的已知点(图 4 中的十字

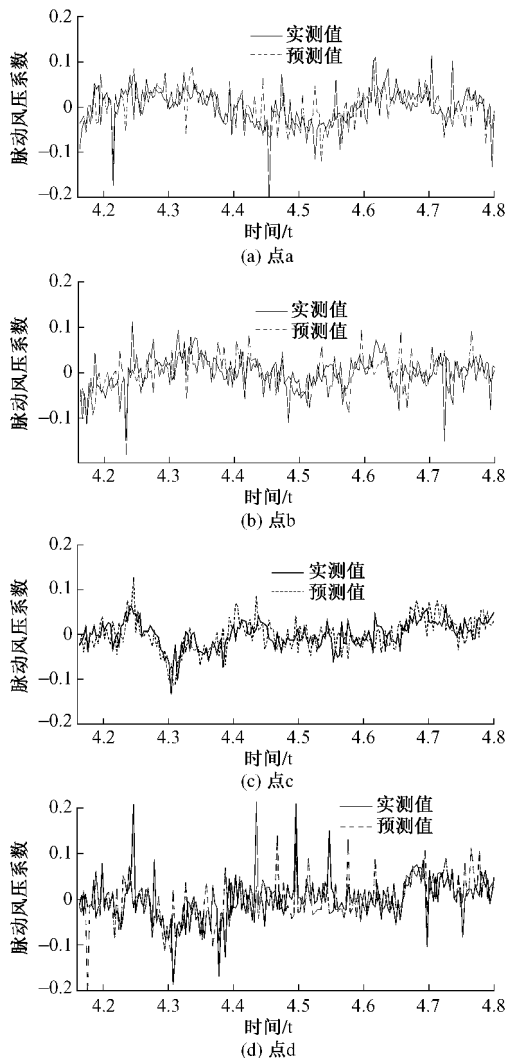


图 6 检验点风压时程与预测值的比较

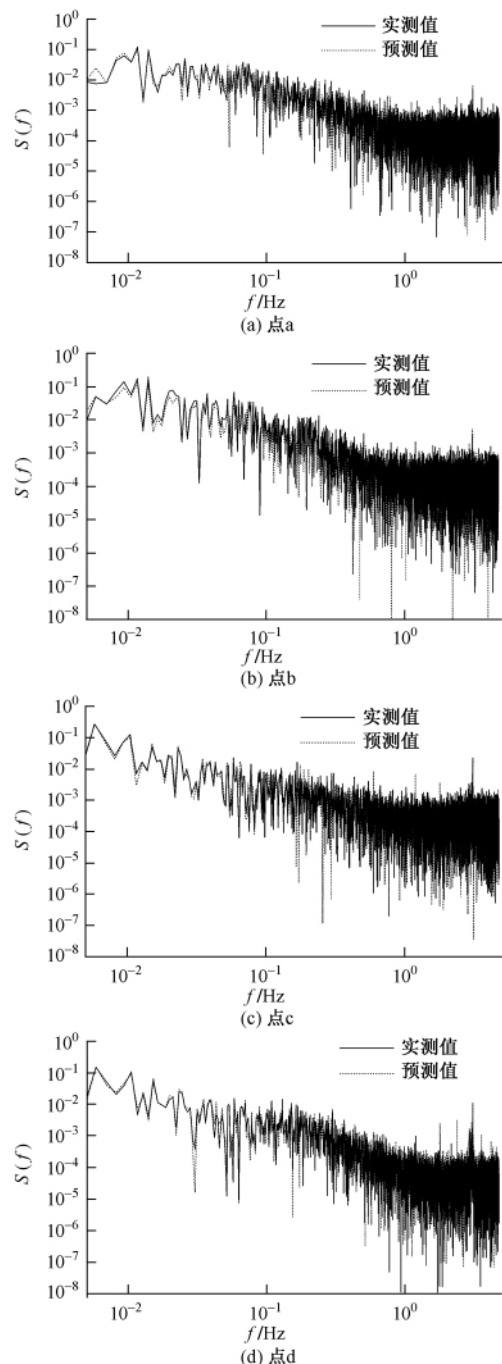


图 7 预测值与检验点自谱的比较

点)。图 6 给出了 a, b, c, d 四个测点(位置见图 4)预测与实测的脉动风压时程(已去除平均值),对比表明,两者变化趋势吻合较好,但极值有些误差。图 7 为预测值与检验点自谱的比较(图中横坐标对应实际风场的采样频率,图 8 同),从中可见两者的自谱在低频及高频部分都吻合得较好。进一步分析预测风压时程可得脉动风压的根方差,这四个测点相对实测值根方差的误差分别为 -5.3%, 5.8%, 2.5% 及 0.9%,表明本文方法具有较高的精度。

下面比较各点风压时程与其相邻测点(图 4 中

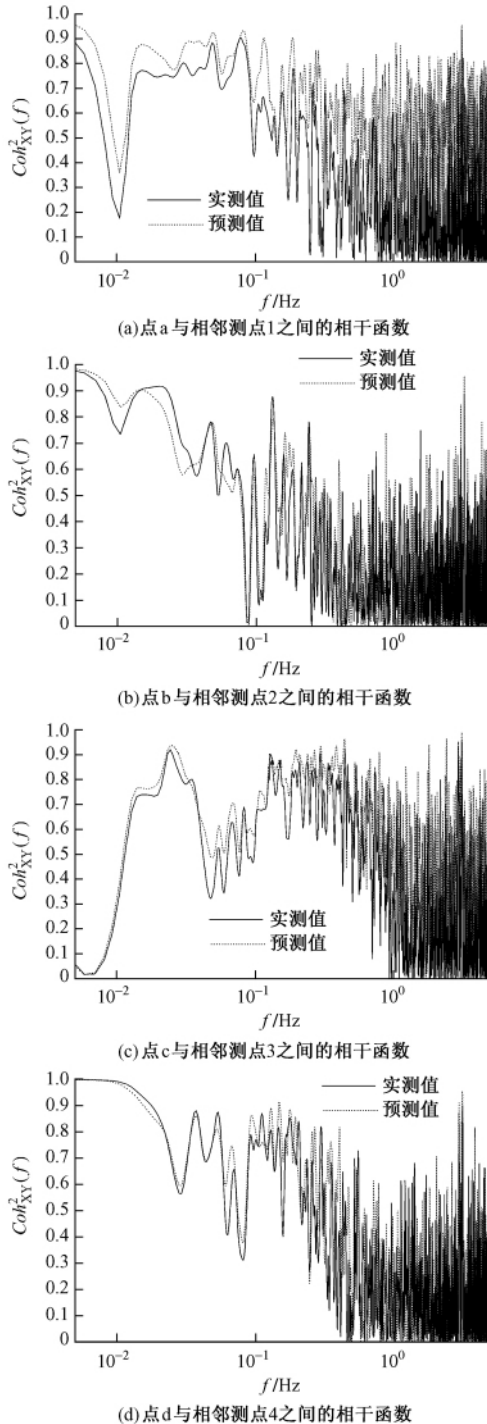


图 8 预测值与检验点相干函数的比较

用数字 1, 2, 3, 4 表示与各点最邻近的测点)之间的相干函数,相干函数定义为:

$$Coh_{XY}^2(f) = \frac{|S_{XY}(f)|^2}{S_{XX}(f)S_{YY}(f)} \quad (7)$$

式中: $S_{XX}(f)$ 和 $S_{YY}(f)$ 分别表示预测(实测)风压时程和其相邻测点风压时程的自功率谱; $S_{XY}(f)$ 表示预测(实测)风压时程和其相邻测点风压时程的互功率谱。

各点与其相邻测点之间的相干函数如图 8 所示。由图可知,预测值与实测值计算得到的相干函数在低频部分吻合得较好,相对自谱而言高频部分差别则较大。

4 结论

(1)由 TPS 及 POD-TPS 两种方法的脉动风压系数预测结果对比可知,POD-TPS 法得到的风压值与 TPS 法几乎是完全相同的,表明预测结果完全取决于插值方法本身。POD 法的好处在于将对时程的插值转换为对少量本征模态的插值,大大降低了计算量。

(2)采用 POD-TPS 方法对风压时程进行预测并与风洞试验实测点进行比较,表明两者变化趋势吻合较好;预测值与实测值的自功率谱在低频及高频部分都吻合得较好,根方差相对实测值的最大误差小于 6%,表明本文方法具有较高的精度。相比自功率谱,相干函数预测的精度要低一些。

(3)由于大跨度屋盖结构测点多,且各测点脉动压力的相关性对计算有重要意义,因而将 POD-TPS 风压预测方法与获得有限测点的风洞试验方法相结合,可以弥补硬件的不足。这是“同步”获取大跨度屋盖表面风压特性的有效方法。

参 考 文 献

- [1] KWATRA N, GODBOLE P N, KRISHNA P. Application of artificial neural network for determination of wind induced pressures on gable roof[J]. Wind & Structure, 2002, 5(1): 1-14.
- [2] CHEN Y, KOPP G A, SURRY D. Interpolation of wind-induced pressure time series with an artificial neural network[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90(6): 589-615.
- [3] 顾明,周炬毅. 神经网络方法在大跨度屋面风压研究中的应用[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 99-103.
- [4] CHEN Y, KOPP G A, SURRY D. Interpolation of pressure time series in an aerodynamic database for low buildings[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(6): 737-765.

(下转第 109 页)

0°时,在临近屋面迎风角部区域测点为承受风载最大区域(该结论在笔者实测结论中获得验证),为低矮房屋在风灾中最容易首先损毁而导致房屋整体破坏的区域,在沿海多台风地区,该区域设计应该考虑一些局部加强的措施。

(3)随坡角的增大,迎风屋面风压(吸力)呈现明显的递减趋势,背风屋面(除背风屋脊 D 区外)风压变化趋势不是很明显。坡角 $\beta = 0^\circ \sim 14.8^\circ$, $\beta = 14.8^\circ \sim 21.8^\circ$ 时,气流分离作用已从迎风屋面前沿转移到屋脊附近,但强度并没减弱,从而导致 D 区形成较高的吸力区。

(4)由于屋面局部风压随风向角及屋面坡角的改变而变化,在对低矮房屋设计风荷载取值时,需要考虑气流分离及再附着引起的压力峰值的影响,也就是说设计需要考虑风向角及屋面坡角对屋面风压的影响。

(5)迎风屋檐局部测点平均风压系数风洞值与实测值比较接近,而风压系数极值相差较大。

参 考 文 献

- [1] SPARKS P R, SCHI S D, REINHOLD T A. Wind damage to envelopes of houses and consequent insurance losses [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1994, 53(9): 145-155.
- [2] MINOR J E, MEHTA K C. Wind damage observations and implications [J]. *Journal of Structural Division, ASCE*, 1979, 41(11): 2279-2291.
- [3] MEHTA K C. Wind induced damage observations and

their implications for design practice [J]. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 1990, 33(6): 242-247.

(上接第 102 页)

- [4] UEMATSU Y, MIYOSHI T. Wind damage to cladding of residential houses due to typhoon in the Tohoku District, Japan, Tohoku [J]. *Journal of Natural Disaster Sci.*, 1998, 42(7): 32-34.
- [5] UEMATSU Y, ISYUMOV N. Wind pressures acting on low rise buildings [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1999, 82(5): 1-25.
- [6] MEHTA K C, LEVITAN M L. Roof corner pressures measured in the field on a low building [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1992, 41-44(10): 181-192.
- [7] 戴益民,李秋胜,李正农. 低矮房屋屋面风压的实测研究[J]. *土木工程学报*, 2008, 41(6): 9-15.
- [8] 戴益民,李正农,李秋胜. 低矮房屋的风载特性——近地风剖面变化规律的研究 [J]. *土木工程学报*, 2009, 3(42): 44-51.
- [9] 李秋胜,戴益民,李正农. 强台风“黑格比”登陆过程的近地风场特性 [J]. *建筑结构学报*, 2010, 31(4): 55-62.
- [10] 李秋胜,戴益民,李正农. 强台风“黑格比”作用下低矮房屋的风压特性 [J]. *建筑结构学报*, 2010, 31(4): 62-69.
- [11] 戴益民,李秋胜,李正农. 低矮房屋屋面风压的实测及分析 [J]. *建筑结构*, 2009, 39(7): 88-91.
- [12] SUN YING, TAMURA YUKIO, QUAN YONG, et al. The interference effect of surrounding roughness on wind pressures of rectangular prism [R]. *Milano*, 2008: 20-24.
- [10] 李方慧,倪振华,沈世钊. POD 方法在双坡屋盖风压场预测中的应用 [J]. *工程力学*, 2007, 24(2): 68-73, 79.
- [11] 江棹荣,倪振华,谢壮宁. 本征正交分解技术在屋盖风压场重建与预测中的应用 [J]. *应用力学学报*, 2007, 24(4): 592-598.
- [12] 江棹荣,倪振华,谢壮宁. POD 在大跨屋盖风致响应计算中的应用 [J]. *土木工程学报*, 2007, 40(6): 1-6.
- [13] GB50009—2001 建筑结构荷载规范 [S]. 2006 年版. 北京:中国建筑工业出版社, 2006.
- [14] 叶孟洋,顾明,黄鹏. 大跨度干煤棚结构表面体型系数试验研究 [J]. *结构工程师*, 2007, 23(1): 62-66.
- [15] SMITH M J, HODGES D H, CESNIK C E S. Evaluation of computational algorithms suitable for fluid-structure interactions [J]. *Journal of Aircraft*, 2000, 37(2): 282-294.
- [16] LEGRESLEY P A. Application of proper orthogonal decomposition (POD) to design decomposition methods [D]. *Stanford: Stanford University*, 2005.