

## 2019 年管理类专业学位全国联考

## 数学真题

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 某车间计划 10 天完成一项任务，工作了 3 天后因故停工 2 天，若要按原计划完成任务，则工作效率需要提高（ ）。  
A. 20%      B. 30%      C. 40%      D. 50%      E. 60%

【答案】C

【解析】 $\frac{1 - \frac{1}{10} \times 3}{5 \times \frac{1}{10}} = \frac{7}{5}$ ,  $\frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5} = 40\%$ .

2. 设函数  $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$  ( $a > 0$ ) 在  $(0, +\infty)$  内的最小值为  $f(x_0) = 12$ , 则  $x_0 =$   
A. 5      B. 4      C. 3      D. 2      E. 1

【答案】B

【解析】 $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{x \cdot x \cdot \frac{a}{x^2}} = 12$ , 解得  $a = 64$ , 当且仅当

$$x_0 = x_0 = \frac{64}{x_0^2} \Rightarrow x_0 = 4.$$

3. 某影城统计了一季度的观众人数，如图，则一季度的男士观众人数与女士观众之比为（ ）  
A. 3:4      B. 5:6      C. 12:13      D. 13:12      E. 4:3

【答案】C

【解析】男生人数  $5+4+3=12$  万人，女生人数  $6+4+3=13$  万人，故男生女生人数之比为 12:13.

4. 设实数  $a, b$  满足  $ab = 6, |a+b| + |a-b| = 6$ , 则  $a^2 + b^2 =$

A. 10      B. 11      C. 12      D. 13      E. 14

【答案】D

【解析】特值法， $a = 2, b = 3, a^2 + b^2 = 13$ .

5. 设圆  $C$  与圆  $(x-5)^2 + y^2 = 2$  关于  $y = 2x$  对称, 则圆  $C$  方程为 ( )

A.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$

B.  $(x+4)^2 + (x-3)^2 = 2$

C.  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 2$

D.  $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 2$

E.  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$

【答案】E

【解析】设圆心的对称点为  $(x_0, y_0)$ , 根据对称的特点有,

$$\begin{cases} \frac{y_0 - 0}{x_0 - 5} = -\frac{1}{2} \\ \frac{y_0}{2} = 2\left(\frac{5 + x_0}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = 4 \end{cases}, \text{故答案选 E}$$

6. 将一批树苗种在一个正方形花园边上, 四周都中, 如果每隔 3 米种一棵, 那么剩下 10 棵, 如果每隔 2 米种一棵, 那么恰好种满正方形的 3 条边, 则这批树苗有 ( ) 棵.

A. 54

B. 60

C. 70

D. 82

E. 94

【答案】D

【解析】设  $x$  棵, 边长为  $L$ ,

$$\begin{cases} x = \left(\frac{L}{3} - 1\right) \times 4 + 4 + 10 \\ x = \left(\frac{L}{2} - 1\right) \times 3 + 4 \end{cases} \Rightarrow x = 82$$

7. 在分别标记 1, 2, 3, 4, 5, 6 的 6 张卡片, 甲抽取 1 张, 乙从余下的卡片中再抽取 2 张,

乙的卡片数字之和大于甲的卡片的数字之和的概率为 ( )

A.  $\frac{11}{60}$

B.  $\frac{13}{60}$

C.  $\frac{43}{60}$

D.  $\frac{47}{60}$

E.  $\frac{49}{60}$

【答案】D

【解析】总情况数为  $C_6^1 \times C_5^2 = 60$  种，设甲所取卡片数字为  $a$ ，乙两张卡片为  $x, y$ ，

反面情况，甲为 6 时，乙为 1, 2; 1,3; 1,4; 1,5; 2,3; 2,4;

甲为 5 时，乙为 1,2; 1,3; 1,4; 2,3;

甲为 4 时，乙为 1,2; 1,3;

甲为 3 时，乙为 1,2，共计 13 种，故概率为  $1 - \frac{60-13}{60} = \frac{47}{60}$

8. 10 名同学的语文和数学成绩如表

语文成绩	90	92	94	88	86	95	87	89	91	93
数学成绩	94	88	96	93	90	85	84	80	82	98

语文和数学成绩的均值分别为  $E_1$  和  $E_2$ ，标准差分别为  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ ，则

A.  $E_1 > E_2, \sigma_1 > \sigma_2$

B.  $E_1 > E_2, \sigma_1 < \sigma_2$

C.  $E_1 > E_2, \sigma_1 = \sigma_2$

D.  $E_1 < E_2, \sigma_1 > \sigma_2$

E.  $E_1 < E_2, \sigma_1 < \sigma_2$

【答案】B

【解析】观察可知  $E_1 = 90.5, E_2 = 89, E_1 > E_2$ ，再观察可知  $\sigma_1 < \sigma_2$ ，故选 B.

9. 球的半径为 3，正方体的底面在球的最大截面上，求正方体表面积的最大值。

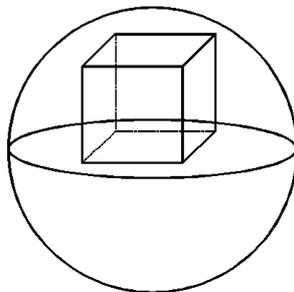
A. 12

B. 18

C. 24

D. 30

E. 36



【答案】E

【解析】即求半球的内接正方体面积，设正方体棱长为  $a$ ，则

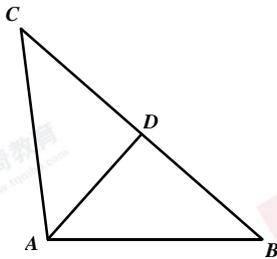
$$a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 6 \Rightarrow 6a^2 = 36, \text{ 故选 E.}$$

10. 在三角形 ABC 中, AB=4, AC=6, BC=8, D 为 BC 中点, 则 AD=

- A.  $\sqrt{11}$                       B.  $\sqrt{10}$   
C. 3                                D.  $2\sqrt{2}$   
E.  $\sqrt{7}$

【答案】B

【解析】根据三角形中线性质可知:



$$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2) \Rightarrow 16 + 36 = 2(16 + AD^2) \Rightarrow \sqrt{10}, \text{ 故选 B.}$$

11. 某单位要铺设草坪, 若甲、乙两公司合作需要 6 天完成, 工时费共 2.4 万元, 若甲公司单独做 4 天, 由乙公司接着做 9 天完成, 工时费共计 2.35 万元, 若由甲公司单独完成该项目, 则工时费共计 ( ) 万元。

- A. 2.25                              B. 2.35  
C. 2.4                                D. 2.45  
E. 2.5

【答案】E

【解析】设甲每天  $x$  万 乙每天  $y$  万, 
$$\begin{cases} (x+y)6 = 2.4 \\ 4x+9y = 2.35 \end{cases} \Rightarrow x = 0.25, \text{ 且甲大度做}$$

需要 10 天, 故甲单独完成需要 2.5 万元。

12. 如图, 六边形 ABCDEF 是平面与棱长为 2 的正方体所截得到的, 若 ABDE 分别为相邻棱的中点, 则六边形 ABCDEF 的面积为

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $3\sqrt{3}$                       E.  $4\sqrt{3}$



【解析】 $\frac{1}{2}(a_{n+1}+1)=a_n+1$ ,  $\frac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=2$ , 数列 $\{a_n+1\}$ , 相等于以 $a_1+1=1$ 为

首相, 2 为公比的等比数列, 故 $a_n+1=1 \times 2^{n-1}$ , 所以 $a_{100}=2^{99}-1$ .

二、条件充分性判断: 第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项中, 只有一项符合试题要求。

- A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分;
- B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分;
- C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和 (2) 联合起来充分;
- D. 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分;
- E. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和 (2) 联合起来也不充分。

16. 直线 $y=kx$ 与圆 $x^2+y^2-4x+3=0$ 有两个交点。

(1)  $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < 0$ .

(2)  $0 < k < \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

【答案】A

【解析】圆心 $(2, 0)$ , 半径为 1, 相切时, 斜率最大为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 故有两个交点,

$-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 所以答案选 A.

17.  $n$  为正整数, 则能确定 $n \div 5$ 的余数。

- (1) 已知 $n \div 2$ 的余数
- (2) 已知 $n \div 3$ 的余数

【答案】E

【解析】两条件情况较多, 不充分。

18. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2+ax+b-1=0$ 有实根。

- (1)  $a+b=0$ .
- (2)  $a-b=0$ .

【答案】D

【解析】判别式， $\Delta = a^2 - 4(b-1) = a^2 - 4b + 4$

条件 (1)，

$$\Delta = a^2 - 4(b-1) = a^2 - 4b + 4 = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2 \geq 0 \cdot$$

条件 (2)，

$$\Delta = a^2 - 4(b-1) = a^2 - 4b + 4 = a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2 \geq 0 \cdot$$

19. 设数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和  $S_n$ ，则  $\{a_n\}$  是等差数列.

(1)  $S_n = n^2 + 2n, n = 1, 2, 3, \dots$ .

(2)  $S_n = n^2 + 2n + 1, n = 1, 2, 3, \dots$ .

【答案】A

【解析】等差数列前  $n$  项和为关于  $n$  的二次函数，且没有常数项，故条件 (1) 充分.

20. 甲、乙两袋奖券，获奖率为  $p$  和  $q$ ，乙袋中各抽 1 张，则概率不小于  $\frac{3}{4}$ .

(1) 已知  $p + q = 1$

(2)  $pq = \frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】所求概率为  $1 - (1-p)(1-q) = p + q - pq$ ,

条件 (1)，当  $p + q = 1$  时，概率为  $p + q - pq = 1 - p(1-p) = p^2 - p + 1 \geq \frac{3}{4}$ ;

条件 (2)，当  $pq = \frac{1}{4}$  时，概率为

$$p + q - pq = p + q - \frac{1}{4} \geq 2\sqrt{pq} - \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

21. 能确定小明年龄.

(1) 小明的年龄是完全平方数

(2) 20 年后小明年龄是完全平方数

【答案】C

【解析】条件 (1)，设小明年龄为  $m^2$ ，联合条件 (2)，20 年后年龄为  $m^2 + 20 = n^2$ ，

$$\text{整理得, } (n+m)(n-m) = 20, \begin{cases} n-m=2 \\ n+m=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=6 \\ m=4 \end{cases}, \text{ 故年龄为 } 16.$$

22. 甲乙丙三人各自拥有不超过 10 本图书，甲再购入 2 本图书后，他们拥有的图书数量构成等比数列，则能确定甲拥有图书的数量。

- (1) 已知乙拥有的图书数量
- (2) 已知丙拥有的图书数量

【答案】C

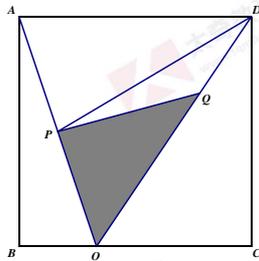
【解析】10 以内的等比数列可能有：1, 2, 4; 1, 3, 9; 2, 4, 8 三种。

(1) 反例：乙=1，则无法确定甲是多少，不充分；(2) 反例：丙=1，不确定甲，不充分；联合考虑，乙丙都已知，那么可根据上述三组数列唯一确定甲，故选 C。

23. 已知正方形  $ABCD$  的面积， $O$  为  $BC$  上一点， $P$  为  $AO$  中点， $Q$  为  $DO$  上一点，

则能确定  $\Delta PQD$  的面积。

- (1)  $O$  为  $BC$  的三等分点.
- (2)  $Q$  为  $DO$  的三等分点.



【答案】B

【解析】已知三角形 AOD 的面积为正方形面积一半，三角形 DPO 的面积为三角形 AOD 的面积一半，所以当 Q 为 DO 的三等分点时， $\Delta PQD$  的面积为正方形  $ABCD$  的面

积的  $\frac{1}{12}$ 。

24. 某校理学院五个系每年录取人数如下表：

系别	数学系	物理系	化学系	生物系	地学系
录取人数	60	120	90	60	30

今年与去年相比，物理系年平均分没变，则理学院录取平均分升高了。

- (1) 数学系录取平均分升高了 3 分，生物系录取平均分降低了 2 分
- (2) 化学系录取平均分升高了 1 分，地学系录取平均分降低了 4 分

【答案】C

【解析】条件(1)化学系与地学系平均分变化未知，不能确定，不充分；条件(2)数学系与生物系平均分变化未知，不能确定，不充分；联合考虑，总分中，物理系不变，数学系提高了 180 分，化学系提高了 90 分，生物系降低了 120 分，地学系降低了 120 分，总分提升了 30 分，因此平均分提升了，充分，故选 C。

25. 设三角区域 D 由直线  $x+8y-56=0$ ,  $x-6y+42=0$  与  $kx-y+8-6k=0(k < 0)$

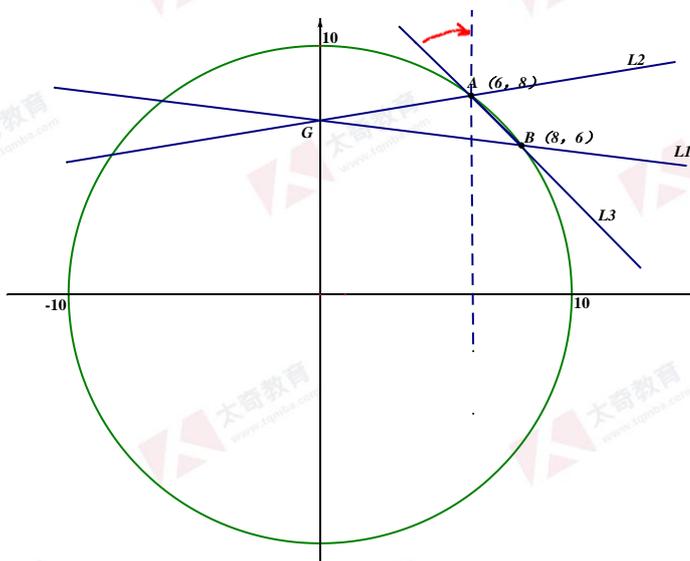
围成，则对任意的  $(x, y)$ ,  $\lg(x^2 + y^2) \leq 2$

(1)  $k \in (-\infty, -1]$

(2)  $k \in \left[-1, -\frac{1}{6}\right)$

【答案】A

【解析】



结论变形：

$\lg(x^2 + y^2) \leq 2 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 100$ ，即三角形区域内所有点到原点的距离不大于 10，或所有点都在圆  $x^2 + y^2 = 100$  上或者圆内。

如图，设  $L_1: y = -\frac{1}{8}x + 7$ ,  $L_2: y = \frac{1}{6}x + 7$ ,  $L_3: y - 8 = k(x - 6) (k < 0)$ , 可知三条

直线形成三角形  $ABG$  时，可以满足结论要求.  $L_3$  恒过定点  $(6, 8)$ ，且斜率为负. 根据图形可知  $(6, 8)$  是  $L_2$  与圆交点， $L_1$  与圆的交点为  $(8, 6)$ ；所以直线  $AB$  斜率为  $-1$ ，在  $A$  点不动的情况下，将  $L_3$  顺时针转动，直到垂直于  $x$  轴，都可以满足结论，则其斜率取值范围是  $(-\infty, -1]$ ，故选 A.