青羊区初 2019 二诊数学真题

1.【答案】C

【解析】$123℃-(-233℃)=356℃$

2.【答案】A

【解析】$x-3\geqslant 0$ 即 $x\geqslant 3$，答案选 A

3.【答案】A

【解析】$3ab^2-4ab^2=ab^2(3-4)=-ab^2$

∴答案选 A

4.【答案】D

【解析】1269亿=126900000000=1.269×10^{10}

5.【答案】D

【解析】在 Rt△ACB 中，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$

又∵ $\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{5}$

故选 D

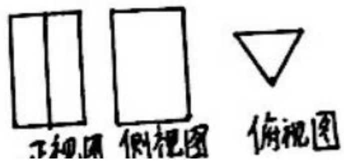
6.【答案】B

【解析】关于 x 轴对称，横坐标不变，纵坐标变为相反数，

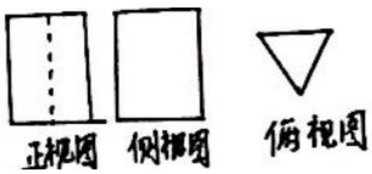
∴点 $P(1,-2)$ 关于 x 轴对称的坐标为 $(1,2)$，故选 B

7.【答案】A

【解析】A 的三视图，



B 的三视图



C 的三视图

D 的三视图

综上可知答案为 A

8.【答案】B

【解析】由题意得；x=30-2-5-8-6=9

∴众数为 20；

又∵30 个数据中，第 15 个数和第 16 个数分别为 15、20，它们的平均数为 17.5
∴这 30 名同学每天使用的零花钱的中位数 为 17.5 元
综上所示选 B
9.【答案】B
【解析】∵四边形 ABCD 为菱形
∴ $AB /\!/ CD$
∴ $OA=OC$， $OD=OB$， $AC\perp BD$
故 B 错
10.【答案】C
【解析】由圆周角定理知 $\angle AOC=2\angle ABC=2\times 60^\circ=120^\circ$
又∵ $OA=OC$， $OD\perp AC$
∴在等腰 $\triangle OAC$ 中， OP 是 $\angle AOC$ 的角平分线
∴ $\angle AOP=\angle COP=\frac{1}{2}\angle AOC=60^\circ$
又∵在 Rt$\triangle AOP$ 中， $OA=\frac{OP}{\cos 60^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}=8\sqrt{3}$
故选 C
11.【答案】2
【解析】 $\frac{2x}{x-1}-\frac{2}{x-1}=\frac{2x-2}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}=2$
12.【答案】-5
【解析】 $y=2x^2-12x+13$

$=2(x^2-6x+9)-18+13$

$=2(x-3)^2-5$

当且仅当 $x=3$ 时，y 有最小值-5
13.【答案】 32°
【解析】∵ $\triangle BDC$ 与 $\triangle BDE$ 关于 BD 对称
∴ $\triangle BDC\cong\triangle BDE$
∴ $BP=BC$， $DP=DC$， $\angle DBP=\angle DBC$
∵四边形是矩形
∴ $AB=CD=DP$， $AD=BC=BP$， $AD /\!/ BC$
∴ $\angle ADP=\angle CBD$
∴ $\angle PBD=\angle ADB$
∴ $BF=DF$
∴ $BP-BF=AD-DF$
∴ $AF=PF$
∴ $\angle FAP=\angle FPA$
∵ $AFP=\angle BFD$
∴ $2\angle PAF=2\angle ADB$
∴ $\angle PAF=\angle ADB$
∴ $AP /\!/ BD$
∴ $\angle APB=\angle PBD$

∵ $\angle ABP = 26°$

∴ $\angle CBD = \angle DBP = \frac{1}{2}\left(90° - 26°\right) = 32°$

则 $\angle APB = 32°$

故答案为 $32°$

14.【答案】± 10

【解析】设 $A(x_0, y_0)$，则 $y_0 = \frac{k}{x_0}$，

又∵ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}\left|x_0\right| \cdot \left|y_0\right| = \frac{1}{2}\left|k\right| = 5$

∴ $k = \pm 10$

15.（1）【答案】-1

【解析】$\left(-2\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{8}\sin 45°$

$= -8 + 9 - 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=1 - 2$

$= -1$

（2）【答案】$\begin{cases} x = 23 \\ y = -5 \end{cases}$

【解析】解：$\begin{cases} 2x + 5y = 21① \\ x + 3y = 8② \end{cases}$

由②知： $x = 8 - 3y$③

将③代入①中： $2\left(8 - 3y\right) + 5y = 21$

$16 - y = 21$

$y = -5$

将 $y = -5$ 代入③中， $x = 8 - 3y = 8 - 3 \times \left(-5\right) = 23$

∴方程的解为 $\begin{cases} x = 23 \\ y = -5 \end{cases}$.

16.【答案】9.6

【解析】解：四边形 ABCD 是菱形， $AC = 16$， $BD = 12$

∴ $AC \perp BD$， $AO = OC = \frac{1}{2}AC = 8$， $BO = OD = \frac{1}{2}BD = 6$

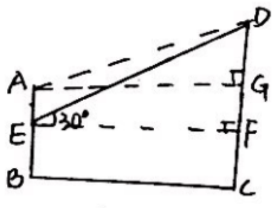
在 Rt$\triangle AOB$ 中，由勾股定理得：AB=10

∵ $S_{菱形ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = AB \times OH$

∴ $\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 10DH$

∴ $DH = 9.6$

17. （1）【答案】见解析



【解析】过点 E 作 $EF \perp DC$ 于点 F，在 Rt△EFD 中，

$$DF = EF \cdot \tan 30° = 45 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3}m$$

又∵ $DC=DF+FC=DF+BE=15\sqrt{3}+\sqrt{3}=16\sqrt{3}m$

（2）【答案】见解析

【解析】过点 A 作 $AG \perp CD$ 于点 G

$$DG = DC - GC = 16\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 13\sqrt{3}m$$

在 Rt△AGD 中 $AD=\sqrt{AG^2+GD^2}=\sqrt{45^2+\left(13\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{633}m$

18. 【答案】（1）a=8, b=12, c=0. 2, d=0. 04, 直方图详见解析

（2）17400 名

（3）$\frac{1}{10}$

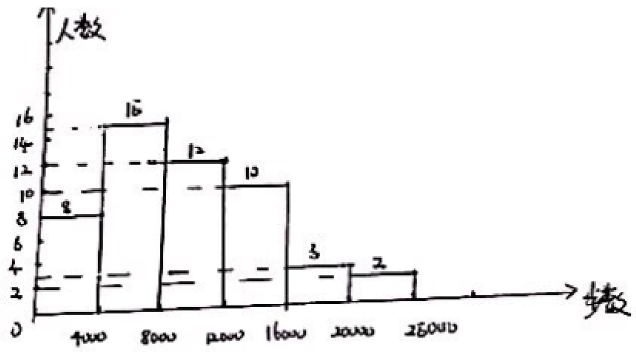
【解析】（1）∵ $10 \div 0.5=50$ 名

∴ $a=50\times 0.16=8$

$b=50\times 0.24=12$

$c=10\div 50=0.2$

$d=2\div 50=0.04$

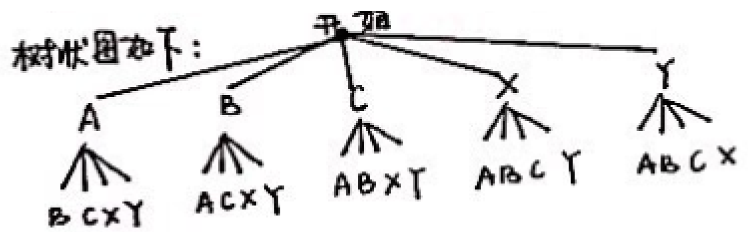


（2） $58000\times(0.2+0.06+0.04)=17400$（名）

（3）设步数为 $16000 \leqslant x < 20000$ 的 3 名教师分别为：A、B、C

步数为 $20000 \leqslant x < 24000$ 的 2 名教师分别为：x、y

树状图如下：



∴ $p=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

19.【答案】(1) $y=\frac{3}{x}$；(2) $S=\begin{cases}-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}(0<x<1)\\ \frac{3}{2}x-\frac{3}{2}(x>1)\end{cases}$

【解析】(1) ∵ $B(2,3)$

D 为线段 BC 中点

∴ $D(1,3)$

又∵D 在双曲线上

∴ $3=\frac{k-1}{1}$

∴ $k=4$

∴ $y=\frac{3}{x}$

(2) i) P 在直线 BC 的上方时，即 $0<x<1$时：

$P\left(x,\frac{3}{x}\right)$、$Q(0,\frac{3}{x})$，$C(0,3)$

∴ $S=\frac{1}{2}PQ\cdot QC=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\left(\frac{3}{x}-3\right)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x$

ii)P 在直线 BC 的下方时，即 $x>1$时：

∴ $S=\frac{1}{2}\cdot PQ\cdot QC=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\left(3-\frac{3}{x}\right)=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$

所以综上 $S=\begin{cases}-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}(0<x<1)\\ \frac{3}{2}x-\frac{3}{2}(x>1)\end{cases}$

20.【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

(3) $DK=\frac{25}{36}\sqrt{6}$

【解析】(1) 连接 OE

∵OE=OC

∴ $\angle OCE=\angle OEC$

又∵ $CK\perp FB$

∴ $\angle HCG+\angle CGH=90°$

由∵ $\angle CGH=\angle FGE=\angle GEF$

∴ $\angle FEG+\angle CEO=90°$

∴ $\angle OEF=90°$

∴EK 是⊙O 的切线

(2) ∵ $BC/\!/FK$

∴ $\angle F=\angle CBA$

又∵弧 BC=弧 AC

∴ $\angle CBF=\angle CEB$

∴ $\angle F=\angle CEB$

∴ $\triangle BGE\backsim\triangle BEF$

$\therefore \dfrac{EB}{FB}=\dfrac{EG}{FE}$

（3）$\because \sin\angle F=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin\angle CBA=\dfrac{3}{5}$

又$\because CH=2\sqrt{6}$

$\therefore BH=\dfrac{8}{3}\sqrt{6}$

连接 B0，在 $\mathrm{Rt}\triangle BOH$ 中：$OB^2=HB^2+HO^2$

$\therefore r^2=\left(\dfrac{8}{3}\sqrt{6}\right)^2+\left(r-2\sqrt{6}\right)^2$

$\therefore r=\dfrac{25}{9}\sqrt{6}$

$\because \triangle BCH\backsim\triangle OKE$

$\dfrac{BH}{OE}=\dfrac{CH}{EK}=\dfrac{BC}{OK}$

$\therefore EK=\dfrac{25}{12}\sqrt{6}$

$OK=\dfrac{125}{36}\sqrt{6}$

$\therefore DK=OK-OD=\dfrac{25}{36}\sqrt{6}$

21.【答案】25

【解析】$\because \begin{cases} m+n=4 \\ m-n=-3 \end{cases}$

$\therefore m^2-mn+n^2=(m+n)^2-2mn=16-3\times(-3)=25$

22.【答案】$\dfrac{5}{8}$

【解析】1 号到 1、2、3 号为优

2 号到 2、3、4 号为优

3 号到 3、4、5 号为优

4 号到 4、5、6 号为优

5 号到 5、6、7 号为优

6 号到 6、7 号为优

7 号到 7、9 号为优

8 号到 9、10 号为优

$\therefore P_{3无都为优}=\dfrac{5}{8}$

23.【答案】4π

【解析】$S_{阴}=S_{\triangle ABD}-\left(S_{正方形DOEA}-S_{扇形ODE}\right)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 4-\left(4\times 4-\frac{1}{4}\pi\times 4\times 4\right)$

$=4\pi$

24.【答案】$\frac{10}{3}$或 2

【答案】由题 $\angle B=\angle APE=\angle C$

$\because \angle ADP=\angle C+\angle DPC$

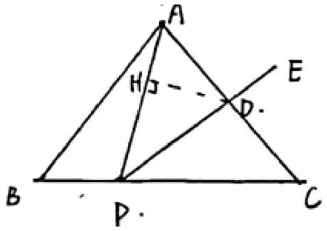
$\therefore AD\neq AP$

∴若$\triangle APD$为等腰三角形

则 $DP=AD$ 或 $AP=PD$

∴i)当 $DP=AD$ 时，$\angle APD=\angle DAP$

作 $DH\perp AP$



$\because \cos\angle B=\frac{3}{4}$

∴设 $AD=PD=4a$

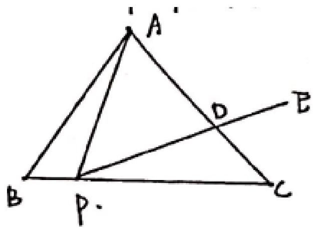
$\therefore AP=6a$

又$\because \triangle ABP\backsim\triangle PCD$

$\therefore \frac{AB}{PC}=\frac{AP}{PD}$，$PC=\frac{8}{3}$

$\therefore PB=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$

ii)当 $AP=PD$ 时，此时$\triangle ABP\cong\triangle PCD$



$\therefore AB=PC=4$

$\therefore BP=2$

∴综上 $BP=\frac{10}{3}$或 2

25.【答案】①②⑤

【解析】由图像可以判定：BE=BC=10cm，DE=4cm

当点 P 在 ED 上运动时，

$S_{\triangle BPQ}=\frac{1}{2}BC\cdot AB=40cm^2$

∴AB=8cm，AE=6cm

∴当 $0<t\leqslant 10$ 时，点 P 在 BE 上运动，BP=BQ

∴$\triangle BPQ$为等腰三角形

故①正确

$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot AE=24cm^2$

故②正确

$14<t<22$ 时，点 P 在 CD 上运动，改短函数图像经过$(14,40)$，$(22,0)$两点

解析式为 $y=110-5t$

故③错误

$\triangle ABP$为等腰三角形需要分类讨论：当 AB=AP 时，ED 上存在一个符合题意的 P 点

当 PA=PB 时，点 P 在 AB 的垂直平分线上，∴BE 和 CD 上各存在一个符合题意的 P 点，共有 4 个点满足题意

故④错误

$\triangle BPQ$与$\triangle ABE$相似时，只有$\triangle BPQ\backsim\triangle BEA$这种情况，此时点 Q 与点 C 重合，即$\frac{PC}{BC}=\frac{AE}{AB}=\frac{3}{4}$

∴PC=7.5 即 t=14.5
故⑤正确
二、解答题
16.【答案】
【解析】(1)根据题意，可得:
银卡消费: $y=20x+300$
普通消费： $y=40x$
(2)令 $y=20x+300$ 中 $x=0$ 则 $y=300$
故点 A 的坐标为 $(0,300)$

联立 $\begin{cases} y=40x \\ y=20x+300 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x=30 \\ y=600 \end{cases}$

故点 B 的坐标为（30,600）
令 $y=20x+300$ 中的 y=1200 时，则 x=90
故 C 点坐标为（90,1200）
综上所述，点 A 的坐标为（0,300），点 B 坐标为（30,600），点 C 坐标为（90,1200）
(3)当 $0<x<30$，选择购买普通票要合算
当 x=30 时，选择购票银卡、普通票的总费用相同
当 $30<x<90$，选择购买银卡更合算
当 x=90 时，选择购买金卡、银卡的总费用相同，均比普通票合算
当 $x>90$ 时，选择购买金卡更合算
27.(1)证明：四边形 ABCD 是正方形
∴OC=OA=OD=OB， $AC\perp BD$
∴ $\angle AOB=\angle COD=90°$

∵ $\triangle COD$ 绕点 O 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$

∴ $OC_1=OC$， $OD_1=OD$， $\angle COC_1=\angle DOD_1$

∴ $OC_1=OD_1$， $\angle AOC_1=\angle BOD_1=90°+\angle AOD$

在 $\triangle AO_1C$ 和 $\triangle BOD_1$ 中

$$\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOC_1=\angle BOD_1 \\ OC_1=OD_1 \end{cases}$$

∴ $\triangle AO_1C\cong\triangle BOD_1$（SAS）

(2)四边形 ABCD 是菱形

∴ $OC=OA=\frac{1}{2}AC$， $OD=OB=\frac{1}{2}BD$

$AC\perp BD$
∴ $\angle AOB=\angle COD=90°$

∵ $\triangle COD$ 绕点 0 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$

∴ $OC_1 = OC$， $OD_1 = OD$， $\angle COC_1 = \angle DOD_1$

∴ $OC_1 = OA_1$， $OD_1 = OB$， $\angle AOC_1 = \angle BOD$

∴ $\dfrac{OC_1}{OD_1} = \dfrac{OA}{OB}$

∴ $\triangle AOC_1 \backsim \triangle BOD_1$

∴ $\angle OAC_1 = \angle OBD_1$

又∵ $\angle AOB = 90°$

∴ $AC_1 \perp BD_1$

∴ $\triangle AOC_1 \backsim \triangle BOD_1$

$\dfrac{AC_1}{BD_1} = \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{\frac{1}{2}AC}{\frac{1}{2}BD} = \dfrac{AC}{BD} = \dfrac{3}{4}$

∴ $k = \dfrac{3}{4}$

（3）由题可知， $\triangle AOC_1 \backsim \triangle BOD_1$

∴ $\dfrac{AC_1}{BD_1} = \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AC}{BD} = \dfrac{1}{2}$

∴ $k = \dfrac{1}{2}$

∵ $\triangle COD$ 绕点 0 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$

∴ $OD_1 = OD$

而 OD=OB

∴ $OD_1 = OB = OD$

∴ $\triangle BDD_1$ 为直角三角形

在 Rt$\triangle BDD_1$ 中， $BD_1^2 + DD_1^2 = BD^2 = 100$

∴ $\left(2AC_1\right)^2 + DD_1^2 = 100$

∴ $AC_1^2 + \left(kDD_1\right)^2 = 25$

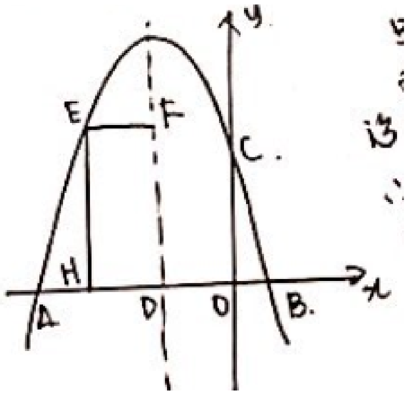
28.【解析】（1）把 $A(-7,0)$ 、 $B(1,0)$ 两点坐标代入 $y = -x^2 + bx + c$

得到；$\begin{cases}-49-7b+c=0\\ -1+b+c=0\end{cases}$

解得：b=−6, c=7

$\therefore y=-x^2-6x+7$

（2）如图：抛物线的对称轴为 x=−3



设 $E\left(x,-x^2-6x+7\right)$

$\therefore EH=-x^2-6x+7\ \ EF=-3-x$

矩形 EFDH 的周长=2（EH+EP）$=2\left(-x^2-7x+4\right)$

$=-2\left(x^2+7x+\dfrac{49}{4}\right)+\dfrac{49}{4}+8$

$=-2\left(x+\dfrac{7}{2}\right)^2+\dfrac{65}{2}$

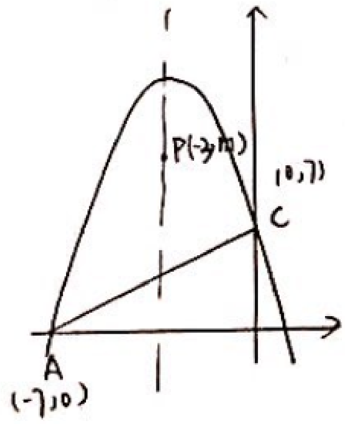
$\because -2<0$

$\therefore$当 $x=-\dfrac{7}{2}$ 时，矩形 EHDF 的周长最大，最大值为 $\dfrac{65}{2}$

（3）设 $P(-3,\mathrm{m})$

①当 $\angle ACP=90^\circ$，$\because AC^2+PC^2=PA^2$

$\therefore \left(7\sqrt{2}\right)^2+3^2+\left(m-7\right)^2=4^2+m^2$，$\therefore m=10$



$\therefore P_1(-3,10)$

②当 $\angle CAP=90^\circ$ 时，$AC^2+PA^2=PC^2$

$\left(7\sqrt{2}\right)^2+4^2+m^2=3^2+\left(m-7\right)^2\ \therefore m=-4$

$\therefore P_2(-3,4)$

③当 $\angle CPA=90^\circ$ 时，

$4^2+m^2+3^2+\left(m-7\right)^2=\left(7\sqrt{2}\right)^2$，$\therefore m=\dfrac{7\pm\sqrt{97}}{2}$

$\therefore P_3\left(-3,\dfrac{7+\sqrt{97}}{2}\right)$，$P_4\left(-3,\dfrac{7-\sqrt{97}}{2}\right)$

综上所述：$P_1(-3,10)$、$P_2(-3,4)$、$P_3\left(-3,\dfrac{7+\sqrt{97}}{2}\right)$，$P_4\left(-3,\dfrac{7-\sqrt{97}}{2}\right)$。