2018 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

本试题卷共 6 页，23 题（含选考题）。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1、本试卷分为第I卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分.第I卷 1 至 3 页，第 II 卷 3 至 5 页.

2、答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.

3、全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效.

4、考试结束后，将本试题和答题卡一并上交。

第I卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则 $|z|=$

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{2}$

答案【C】

解析：原式 $=\frac{(1-i)(1+i)}{(1+i)(1+i)}+2i=-i+2i=i$， $|z|=1$

2. 已知集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，则 $C_RA=$

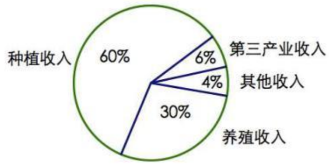
A. $\left\{x\middle|-1<x<2\right\}$　　B. $\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$

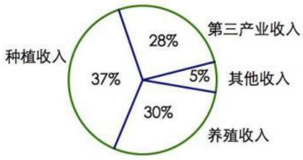
C. $\{x\,|\,x<-1\}\cup\{x\,|\,x>2\}$　　D. $\{x\,|\,x\le -1\}\cup\{x\,|\,x\ge 2\}$

答案【B】

解析：解 $x^2-x-2>0$ 得 $x<-1$ 或 $x>2$， $C_RA=\{x\,|\,-1\le x\le 2\}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：
则下列结论中不正确的是





建设前经济收入构成比例　　　　　　建设后经济收入构成比例

A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

答案【A】

解析：设原经济收入为a，增加一倍后为$2a$

原种植收入为$0.6a$；收入增加后，种植收入为$0.37a\times 2=0.74a$.故 A 不正确

4. 设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，则$a_5=$

A. -12　　B. -10　　C. 10　　D. 12

答案【B】

解析：由$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$得$d=-3$．$a_5=a_1+4d=-10$.

5. 设函数$f\left(x\right)=x^3+\left(a-1\right)x^2+ax$，若$f\left(x\right)$为奇函数，则曲线$y=f\left(x\right)$在点$\left(0,0\right)$处的切线方程为

A. $y=-2x$　　B. $y=-x$　　C. $y=2x$　　D. $y=x$

答案【D】

解析：由$f(x)$为奇函数，得$a-1=0$，即$a=1$，$f(x)=x^3+x$，$f'(x)=3x^2+1$

$f'(0)=1$，切线方程为$y=x$

6. 在ΔABC中，AD为BC边上的中线，E为AD的中点，则$\overrightarrow{EB}=$

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

答案【A】

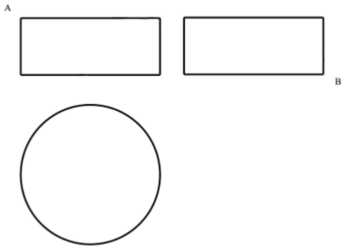
解析：$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

$=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$

$=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

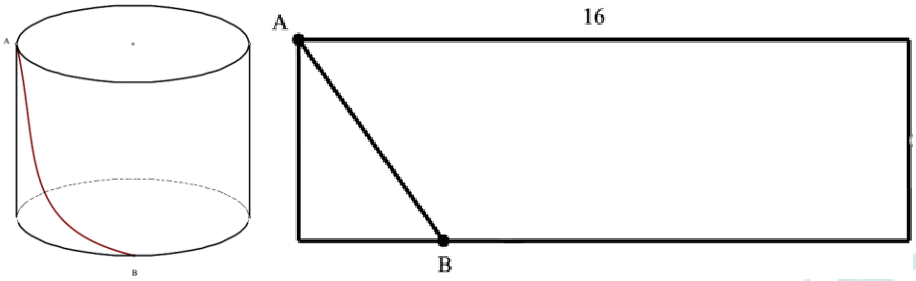
7.某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如右图. 圆柱表面上的点M在正视图上的对应点为A，圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度为

A. $2\sqrt{17}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. 3　　D. 2



答案【B】

解析：侧面展开图如下，$AB^2=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$



8.设抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，过点$(-2,0)$且斜率为$\frac{2}{3}$的直线与C交于M,N两点，则$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=$

A. 5　　B.6　　C. 7　　D. 8

答案【D】

解析：直线l方程：$y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$，设$M(x_1,x_2),N(x_2,y_2)$，联立$\begin{cases}y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}\\y^2=4x\end{cases}$得，$x^2-5x+4=0$，根据韦达定理得$\begin{cases}x_1+x_2=5\\x_1x_2=4\end{cases}$，$y_1y_2=\frac{4}{9}\left[x_1x_2+2(x_1+x_2)+4\right]=8$ $\overrightarrow{FM}=(1-x_1,y_1),\overrightarrow{FN}=(1-x_2,y_2)$，

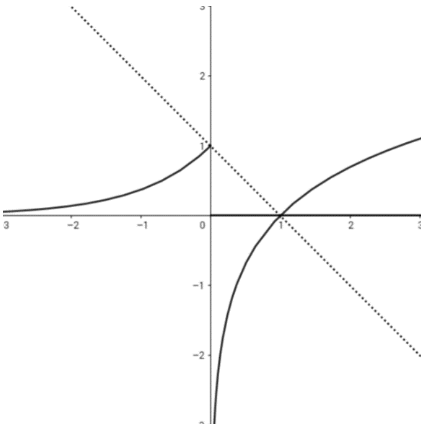
$\overrightarrow{FM}\bullet\overrightarrow{FN}=(1-x_1)(1-x_2)+y_1y_2=1-(x_1+x_2)+x_1x_2+y_1y_2=8$

9.已知函数$f(x)=\begin{cases}e^x,x\le 0,\\\ln x,x>0,\end{cases}$，$g(x)=f(x)+x+a$.若$g(x)$存在 2 个零点，则$a$的取值范围是

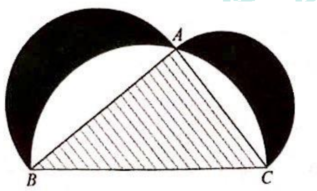
A.$[-1,0)$　　B.$[0,+\infty)$　　C.$[-1,+\infty)$　　D.$[1,+\infty)$

答案【C】

解析：函数$f(x)$图像如下，$g(x)=f(x)+x+a$有两零点，即$f(x)=-x-a$有两交点，可知$-a\le 1,a\ge -1$。



10．下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC，直角边 AB, AC . ΔABC 的三边所围成的区域记为I，黑色部分记为II，其余部分记为III，在整个图形中随机取一点，此点取自I,II,III的概率分别记为 p_1, p_2, p_3，则



A. $p_1 = p_2$　　B. $p_1 = p_3$　　C. $p_2 = p_3$　　D. $p_1 = p_2 + p_3$

答案【A】

解析：$S_{总} = \frac{\pi}{2}\left(r_1^2 + r_2^2\right) + \frac{1}{2}r_1r_2$，$S_1 = \frac{1}{2}r_1r_2$，$S_2 = S_{总} - \frac{\pi}{2}r_3^2 = S_{总} - \frac{\pi}{2}\left(r_1^2 + r_2^2\right) = \frac{1}{2}r_1r_2$，$S_3 = \frac{\pi}{2}r_3^2 - \frac{1}{2}r_1r_2$，

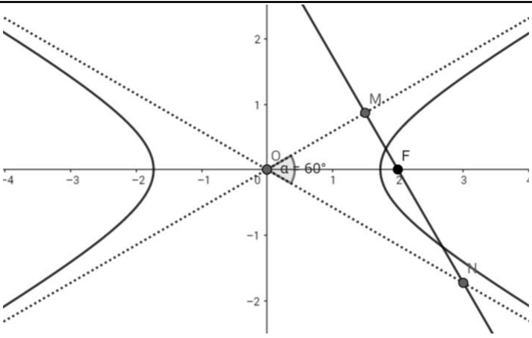
$p_1 = \frac{S_1}{S_{总}}$，$p_2 = \frac{S_2}{S_{总}}, p_1 = p_2$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$，$O$ 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M, N .若 ΔOMN 为直角三角形，则 $|MN| =$

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

答案【B】

解析：



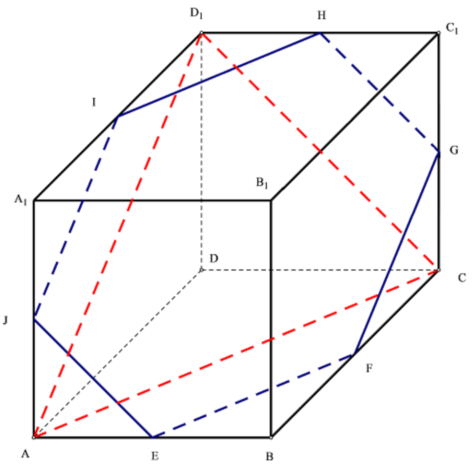
$a=\sqrt{3},b=1,$ 渐近线斜率 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，$|OM|=a=\sqrt{3}$，$|MN|=\sqrt{3}|OM|=3$

12. 已知正方体的棱长为 1，每条棱所在的直线与平面 α 所成的角都相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

答案【A】

解析：



如图，α 与每条棱所在直线所成的角都相等，即与三条两两垂直的棱所在直线所成的角都相等，易知平面 ACD_1 满足题意，再将其平移至 $EFGHIJ$ 。

设 $EF=GH=IJ=x$，由相似可得，$FG=HI=JE=\sqrt{2}-x$

故六边形 $EFGHIJ$ 的周长为定值，所以当 $x=\sqrt{2}-x$，即 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，正六边形的面积最大，

$$S_{\max}=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

第 II 卷

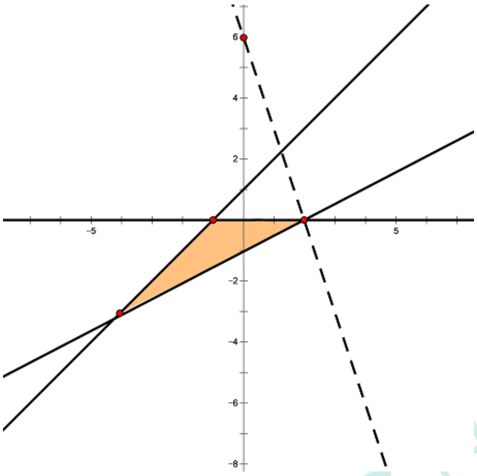
本卷包括必考题和选考题两部分.第(13)~(21)题为必考题，每个试题考生都必须作答.第(22)~(23)题为选考题，考生根据要求作答.

填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分.

13.若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2\le 0 \\ x-y+1\ge 0 \\ y\le 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为______________.

【答案】 6

解析：画出可行域如下，目标函数 $z=3x+2y, y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{z}{2}$，$z$ 最大，即截距最大，最优解为 $(2,0)$，$z_{\max}=6$



14.记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_n=2a_n+1$，则 $S_6=$______________.

【答案】 -63

解析：$S_n=2a_n+1, S_{n-1}=2a_{n-1}+1$，$S_n-S_{n-1}=a_n=2a_n-2a_{n-1}$，$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=2$，$\{a_n\}$ 为等比数列，$a_1=S_1=-1$，

$$S_6=\frac{-1\left(1-2^6\right)}{1-2}=-63$$

15.从 2 位女生，4 位男生中选 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法共有__________种。（用数字填写答案）

【答案】 16

解析：$C_6^3-C_4^3=20-4=16$

16.已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f(x)$ 的最小值是__________________.

【答案】$-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

解析：$f'(x)=2\cos x+2\cos 2x$

即：$f'(x)=2\cos x+2(\cos^2 x-1)$

从而：$f'(x)=2(2\cos x-1)(\cos x+1)$

由 $y=\cos x$ 的图像可知，

$f'(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{3}+2k\pi,\dfrac{5\pi}{3}+2k\pi)_{k\in z}$ 上小于 0，在 $(-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi,\dfrac{\pi}{3}+2k\pi)_{k\in z}$ 大于 0

故 $f_{\min}(x)=f(-\dfrac{\pi}{3})=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$\angle A=45^\circ$，$AB=2$，$BD=5$.

求 $\cos\angle ADB$；

若 $DC=2\sqrt{2}$，求 BC.

【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{23}}{5}$;(2) 5

解析：（1）由正弦定理得 $\dfrac{2}{\sin\angle ADB}=\dfrac{5}{\sin 45^\circ}\Rightarrow \sin\angle ADB=\dfrac{\sqrt{2}}{5},\therefore \cos\angle ADB=\dfrac{\sqrt{23}}{5}$

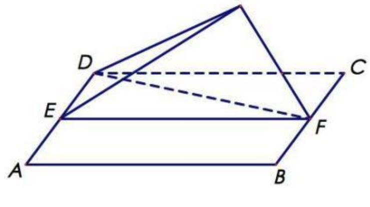
(2) $\because \cos\angle BDC=\sin\angle ADB=\dfrac{\sqrt{2}}{5}=\dfrac{25+8-BC^2}{20\sqrt{2}}\Rightarrow BC=5$

18.（本小题满分 12 分）

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，E,F 分别为 AD,BC 的中点，以 DF 为折痕把 ΔDFC 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF\perp BF$.

（1）证明：平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$；

（2）求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



【答案】（1）见解析；（2）$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

解析：(1)证明：$\because E$、F 分别为 DA、BC 中点，

$\therefore AE=BF$

又 $AB // BF$, $BF \perp AB$

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 为长方形
$\therefore BF \perp EF$
又 $BF \perp PF$

$\therefore BF \perp$ 平面PEF

$\therefore$ 平面$PEF \perp$ 平面ABFD

（2）解：过点 P 作 $PM \perp EF$,垂足为 M ，

由（1）知，平面$PEF \perp$ 平面$ABFD$，$\therefore PM \perp$ 平面$ABFD$，

连接 DM ,则 $\sin\angle PDM$ 为所求.
设正方形边长为 $2a$，则 $PF = a$， $DE = a$， $DP = 2a$
设 EM 长为 x，则 $MF = 2a - x$

则 $DM^2 = a^2 + x^2$， $DP^2 = DM^2 + PM^2 = 4a^2$

$\therefore PM^2 = 4a^2 - (a^2 + x^2) = 3a^2 - x^2$，

在 ΔPMF 中，有 $PM^2 = PF^2 - MF^2 = a^2 - (2a - x)^2$

从而 $3a^2 - x^2 = a^2 - (2a - x)^2$，

解之得： $x = \dfrac{3}{2}a$

所以 $\sin\angle PDM = \dfrac{PM}{DP} = \dfrac{\sqrt{3a^2 - (\frac{3}{2}a)^2}}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

19.（本小题满分 12 分）

设椭圆 $C: \dfrac{x^2}{2} + y^2 = 1$的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$.

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程;
（2）设 O 为坐标原点，证明： $\angle OMA = \angle OMB$.

【答案】（1） $l_{AM}: y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}$ 或 $l_{AM}: y = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}$；（2）见解析

【解析】（1）由题意有 $c = \sqrt{2-1} = 1$，从而 $x_A = 1$， $y_A = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

从而， $A(1, \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}), k_{AM} = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

所以$l_{AM}: y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$或者$l_{AM}: y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+\sqrt{2}$

（2）设$l_{AB}: x=ty+1$，联立$\begin{cases} x=ty+1 \\ \frac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$，消去$x$，得：$(\frac{t^2}{2}+1)y^2+ty-\frac{1}{2}=0$

从而，$y_1+y_2=-\frac{2t}{t^2+2}$，$y_1y_2=-\frac{1}{t^2+2}$

又$k_{AM}+k_{BM}=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{2ty_1y_2-(y_1+y_2)}{(ty_1-1)(ty_2-1)}$

将y_1+y_2和y_1y_2代入上式，有$k_{AM}+k_{BM}=0$

所以，$k_{AM}=-k_{BM}$，

所以，$\angle OMA=\angle OMB$

20.（本小题满分 12 分）

某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品。检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验，设每件产品为不合格品的概率都为$p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立。

记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为$f(p)$,求$f(p)$的最大值点p_0

现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以（1）中确定的p_0作为p的值。已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用。

若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为X，求EX；

以检验费用与赔偿费用的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

【答案】（1）$p=\frac{1}{10}$；（2）（i）$E(X)=490$；（ii）应该检验

【解析】（1）由题意，$f(p)=C_{20}{}^{2}\cdot p^2\cdot(1-p)^{18}, \therefore f'(p)=C_{20}{}^{2}\left[2p(1-p)^{18}-18p^2(1-p)^{17}\right]$，

即$f'(p)=C_{20}{}^{2}(1-p)^{17}\cdot 2p\cdot(1-10p)$，又$0<p<1, \therefore (1-p)^{17}>0, 2p>0$，

当$p\in(0,\frac{1}{10})$时，$f'(p)>0$，当$p\in(\frac{1}{10},1)$时，$f'(p)<0$，

即$f(p)$在$(0,\frac{1}{10})$上单调递增，在$(\frac{1}{10},1)$上单调递减，当$p=\frac{1}{10}$时，$f(p)$取得最大值。

(2)（i）由题意，设 赔偿费用为Y,则Y满足$Y\sim B(180\times 25,\frac{1}{10})$二项分布，即$Y\sim B(4500,\frac{1}{10})$.所以

$E(Y)=4500\times\frac{1}{10}=450$, $E(X)=450+20\times2=490$

（ii）若检验剩余的全部产品，则费用$W=200\times2=400<490$,故应该检验剩余的全部产品。

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x}-x+a\ln x$.

（1）讨论 $f\left(x\right)$的单调性；

（2）若 $f\left(x\right)$存在两个极值点x_1,x_2，证明：$\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<a-2$.

【答案】见解析

【解析】解：（1）定义域为$\left(0,+\infty\right)$，$f'\left(x\right)=\frac{-x^2+ax-1}{x^2}$，

令$g\left(x\right)=-x^2+ax-1=0$，得$a=x+\frac{1}{x}$，

①当$a\le2$时，$a\le x+\frac{1}{x}$，所以$ax-x^2-1\le0$，故 $f'\left(x\right)\le0$，

所以 $f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减；

②当$a>2$时，$x_{1,2}=\frac{a\pm\sqrt{a^2-4}}{2}$，

易得 $f\left(x\right)$在$\left(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}\right]$，$\left[\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty\right)$上单调递减，

在$\left(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}\right)$上单调递增；

（2）由题意得$a>2$，且x_1，x_2是方程$x^2-ax+1=0$的两个根，

所以：$x_1+x_2=a$①，$x_1x_2=1$②

要证：$\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<a-2$，即证：$\frac{\frac{1}{x_1}-x_1+a\ln x_1-\frac{1}{x_2}+x_2-a\ln x_2}{x_1-x_2}<a-2$，

即证：$\frac{\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}-\left(x_1-x_2\right)+a\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}<a-2$③，

将①②代入③化简得：$\dfrac{2\ln x_1}{x_1-x_2}<1$，即 $\dfrac{2\ln x_1}{x_1-\dfrac{1}{x_1}}<1$，

$\because 0<x_1<1<x_2$，即证 $2\ln x_1>x_1-\dfrac{1}{x_1}$，

令 $h(x)=2\ln x-x+\dfrac{1}{x}$，$x\in(0,1)$，则 $h'(x)=-\dfrac{(x-1)^2}{x^2}<0$，

所以 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，所以 $h(x)>h(1)=0$，故 $2\ln x_1>x_1-\dfrac{1}{x_1}$ 得证.

请考生在第（22）、（23）题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$.以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

求 C_2 的直角坐标方程；

若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

【答案】（1）$x^2+y^2+2x-3=0$（2）$y=-\dfrac{4}{3}|x|+2$

【解析】（1）因为 $\rho^2=x^2+y^2,\rho\cos\theta=x$，代入得 $x^2+y^2+2x-3=0$

（2）$y=\begin{cases}kx+2, x\geq 0\\ -kx+2, x<0\end{cases}$，则 C_2 的圆心 $(-1,0)$ 到 $y=kx+2$ 和 $y=-kx+2$ 的距离分别为

$$d_1=\frac{|-k+2|}{\sqrt{1+k^2}},d_2=\frac{|k+2|}{\sqrt{1+k^2}}$$

既然只有 3 个交点，则 d_1,d_2 其中之一必然有一个正好等于半径 2，另一个应该小于 2

若 $d_1=2$，解得 $k=0$ 或 $k=-\dfrac{4}{3}$

$k=0$ 时，作图实际验证可得只有 1 个交点

$k=-\dfrac{4}{3}$ 时，作图实际验证可得有 3 个交点

若 $d_2=2$，解得 $k=0$ 或 $k=\dfrac{4}{3}$

$k=\frac{4}{3}$，作图实际验证可得无交点

所以$k=-\frac{4}{3}$，所以$y=-\frac{4}{3}|x|+2$

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知 $f\left(x\right)=\left|x+1\right|-\left|ax-1\right|$.

当$a=1$时，求不等式$f\left(x\right)>1$的解集；

若$x\in\left(0,1\right)$时不等式$f\left(x\right)>x$成立，求a的取值范围.

【答案】（1）$(\frac{1}{2},+\infty)$（2）$(0,2]$

【解析】（1）$a=1$时，$f(x)=\begin{cases}2,x\geq1\\2x,-1<x<1\\-2,x\leq-1\end{cases}$

所以$f(x)>1$，即$\begin{cases}2>1,x\geq1\\2x>1,-1<x<1\\-2>1,x\leq-1\end{cases}$，解得$x>\frac{1}{2}$

（2）当$x\in(0,1)$时，$f(x)=x+1-|ax-1|>x$

即$|ax-1|<1$在$x\in(0,1)$上恒成立。

①若$\frac{1}{a}\leq0\Rightarrow a<0$时，当$x\in(0,1)$时，$|ax-1|<|a-1|\leq1$，解得$a\in[0,2]$，所以此时无解

②若$a=0$，则$1<1$不成立，因此$a\neq0$

③若$\frac{1}{a}\in(0,\frac{1}{2})\Rightarrow a\in(2,+\infty)$时，当$x\in(0,1)$时，$|ax-1|<|a-1|\leq1$，解得$a\in[0,2]$，所以此时无解

④若$\frac{1}{a}\in[\frac{1}{2},1)\Rightarrow a\in(1,2]$时，当$x\in(0,1)$时，$|ax-1|<1$恒成立，所以$a\in(1,2]$

⑤若$\frac{1}{a}\geq1\Rightarrow a\in(0,1]$时，当$x\in(0,1)$时，$|ax-1|<1$恒成立，所以$a\in(0,1]$

综上所述，$a\in(0,2]$