尤溪一中 2018-2019 学年下学期高二理科数学周测（二）答案解析

第 1 题答案 C

第 1 题解析: 由$z^2+2=0\Rightarrow z=\pm\sqrt{2}i\Rightarrow z^3=\pm2\sqrt{2}i$.

第 2 题答案 C

第 2 题解析

要证$\sqrt{3}-\sqrt{5}<\sqrt{6}-\sqrt{8}$成立，只需证$\sqrt{3}+\sqrt{8}<\sqrt{5}+\sqrt{6}$成立，只需证$\left(\sqrt{3}+\sqrt{8}\right)^2<\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)^2$成立.

第 3 题答案 C

第 3 题解析: $B=\frac{x}{1+x}+\frac{y}{1+y}>\frac{x}{1+x+y}+\frac{y}{1+x+y}=\frac{x+y}{1+x+y}$，$\therefore A<B$.

第 4 题答案 B

第 4 题解析

由题意知，本题是一个分步计数问题， 5 名学生中任一名均可报其中的任一项，因此每个学生都有 4 种报名方法，5 名学生都报了项目才能算完成这一事件．故报名方法种数为$3\times3\times3\times3\times3=3^5$种．每个项目只有一个冠军，每一名学生都可能获得其中的一项获军，因此每个项目获冠军的可能性有 5 种．$\therefore n=5\times5\times5=5^3$种.

第 5 题答案 C

第 5 题解析

要使三位数是偶数，则三位数的个位数必须为偶数，而0又不能放在首位，所以分为两类：

当个位数为0时，其它位置分别有$4,3$种排法，所以有$4\times3=12$种；当个位数不为0时，则个位数在$2,4$种选一个排，有两种方法，而首位不为0，所以首位有3种，中间位置有3种，因此有$2\times3\times3=18$。所以$N=12+18=30$个.

第 6 题答案 D

第 6 题解析

已知复数$z=x+yi(x,y\in R,x\geq\frac{1}{2})$，满足$|z-1|=x$，$(x-1)^2+y^2=x^2$即$y^2=2x-1$，那么$z$在复平面上对应的点$(x,y)$的轨迹是抛物线.

第 7 题答案 A

第 7 题解析

$\because z$ 是纯虚数,$\therefore\cos\theta-\frac{4}{5}\neq0$且$\sin\theta-\frac{3}{5}=0$,即$\cos\theta\neq\frac{4}{5}$且$\sin\theta=\frac{3}{5}$,则$\cos\theta=-\frac{4}{5}$故$\tan\theta=-\frac{3}{4}$,则

$\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\theta-1}{1+\tan\theta}=\frac{-\frac{3}{4}-1}{1-\frac{3}{4}}=-7$,故选 A.

第 8 题答案 C

第 8 题解析

$\because f(x)=\frac{1}{2^x+\sqrt{2}}\therefore$

$f(x)+f(1-x)=\frac{1}{2^x+\sqrt{2}}+\frac{1}{2^{1-x}+\sqrt{2}}=\frac{1}{2^x+\sqrt{2}}+\frac{2^x}{2+\sqrt{2}\times2^x}=\frac{2^x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2^x+\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即

$f(-5)+f(6)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f(-4)+f(5)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f(-3)+f(4)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f(-2)+f(3)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$f(-1)+f(2)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f(0)+f(1)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore$所求的式子值为$3\sqrt{2}$．故选 C．

第 9 题答案 $x\neq2$或$y\neq2$

第 9 题解析

“$x=y=2$” 的否定是 “$x\neq2$或$y\neq2$” ，所以假设为$x\neq2$或$y\neq2$.

第 10 题答案 2

第 10 题解析

$|z-i|=1$表示点z到$(0,1)$的距离为1，即z在以$(0,1)$为圆心，半径为1的圆上，那么求解点z到原点距离的最大值为2

第 11 题答案 $(1)(3)$

第 11 题解析

该“三段论”的推理形式符合“S是P,M是S,M是P”的推理形式，所以推理形式是正确的；对于可导函数$f(x)$，如果$f'(x_0)=0$，且在x_0的两侧，$f'(x)$的符号相反，那么$x=x_0$是函数$f(x)$的极值点，所以题中所给的大前提是错误的；而小前提是正确的，结论是错误的.

第 12 题答案 96

第 12 题解析

由题意知本题是一个分步计数问题，第一步：涂区域 1，有 4 种方法；第二步：涂区域 2，有 3 种方法；第三步：涂区域 4，有 2 种方法（此前三步已经用去三种颜色）；第四步：涂区域 3，分两类：第一类，3 与 1 同色，则区域 5 涂第四种颜色；第二类，区域 3 与 1 不同色，则涂第四种颜色，此时区域 5 就可以涂区域 1 或区域 2 或区域 3 中的任意一种颜色，有 3 种方法．所以，不同的涂色种数有$4\times3\times2\times(1\times1+1\times3)=96$.

第 13 题答案 （1）$z=1+i$；（2）$p=2,q=2$.

第 13 题解析

（1）因为$(1+i)z_1=3+i$，所以$z_1=\dfrac{3+i}{1-i}=2-i$.

设$z=a+bi\,(a,b\in R)$，由$z\cdot z_1+\overline{z}=4$，得$(a+bi)(2-i)+a-bi=4$，

即$(3a+b)+(b-a)i=4$，则$\begin{cases}3a+b=4,\\ b-a=0.\end{cases}$解得$a=b=1$．所以复数$z=1+i$；

（2）因为z是关于x的实系数方程$x^2-px+q=0$的一个根，

所以$1-i$是实系数方程$x^2-px+q=0$的另一个根，

所以$p=(1+i)+(1-i)=2$，$q=(1+i)\cdot(1-i)=2$.

第 14 题答案 见解答.

第 14 题解析

(1) $f_n'(x)=x^2-(n+1)x+1(n\in N^*)$,$\therefore a_1=3$,又$a_{n+1}=a_n^2-(n+1)a_n+1$,$\therefore a_2=a_1^2-2a_1+1=4$,$\therefore$

$a_3=a_2^2-3a_2+1=5$,$\therefore a_4=a_3^2-4a_3+1=6$.

(2)猜想$a_n=n+2$,用数学归纳法证明,①当$n=1$时显然成立,②假设当$n=k(k\in N^*)$时,$a_k=k+2$猜想成立,则

$n=k(k\in N^*)$时,$a_k=k+2$,则当$n=k+1(k\in N^*)$时,

$a_{k+1}=a_k^2-(k+1)a_k+1=(k+2)^2-(k+1)(k+2)+1=k+3=(k+1)+2$,$\therefore$当$n=k+1$时,猜想成立,

由①②可知对一切$n\in N^*$,$a_n=n+2$成立.

(3)当$n=1$和$n=2$时显然成立，当$n\geqslant3$时，$\because \dfrac{1}{(a_n-2)^2}=\dfrac{1}{n^2}<\dfrac{1}{(n-1)n}=\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n}$,

此时$\dfrac{1}{(a_1-2)^2}+\dfrac{1}{(a_2-2)^2}+\dfrac{1}{(a_3-2)^2}+\cdots+\dfrac{1}{(a_n-2)^2}$

$=1+\dfrac14+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2}<1+\dfrac14+(\dfrac12-\dfrac13)+(\dfrac13-\dfrac14)+\cdots+(\dfrac{1}{n-1}-\dfrac1n)=1+\dfrac14+\dfrac12-\dfrac1n=\dfrac74-\dfrac1n<\dfrac74$,

综上,对一切正整数n,有$\dfrac{1}{(a_1-2)^2}+\dfrac{1}{(a_2-2)^2}+\dfrac{1}{(a_3-2)^2}+\cdots+\dfrac{1}{(a_n-2)^2}<\dfrac74$.