第六章 方程

【注】以下解题过程仅参考。

1、【解析】即$\frac{ax+1}{3}-\frac{x-1}{2}=1$的解为$x=1$，可得$a=2$，故原方程为$\frac{2x+1}{3}-\frac{x+1}{2}=1$，将C代入得$\frac{2\times 7+1}{3}-\frac{7+1}{2}=1$。

【答案】C

2、【解析】设该定值为k，则$\frac{ax+7}{bx+11}=k \Rightarrow ax+7=bkx+11k \Rightarrow (a-bk)x=11k-7$，因为对于使$\frac{ax+7}{bx+11}$有意义的一切$x$的值，都可以使得等式成立，故

$$\begin{cases}a-bk=0\\11k-7=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k=\frac{7}{11}\\11a=7b\end{cases}$$

，因此条件（1）不充分，条件（2）充分。

【答案】B

3、【解析】如果通过方程的角度来思考必须联立圆的方程和直线的方程，通过消掉y得到关于x的一元二次方程，再通过判别式来做，计算量大，课后大家可以算算。

【另解】直线$(1+2\lambda)x+(1-\lambda)y-3-3\lambda=0 \Rightarrow x+y-3+2\lambda x-\lambda y-3\lambda=0$

$\Rightarrow x+y-3=\lambda(-2x+y+3)$，意味着不论$\lambda$取何值，$x+y-3=\lambda(-2x+y+3)$皆成立。

则$\begin{cases}x+y-3=0\\-2x+y+3=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，即该直线恒过点$(2,1)$。而该点直线的距离小于半径

$\sqrt{(2-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{2}<2$，即该点必在圆内，意味着不论$\lambda$取何值，圆与直线有两个交点。

【答案】D

4、【解析】条件（1）有 $b=1-a$，代入可得 $ax^2+(1-a)y^2=1\Rightarrow a(x^2-y^2)=(1-y^2)$，过定点，则 $\begin{cases}x^2-y^2=0\\1-y^2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm1\\y=\pm1\end{cases}$，过 $(1,1)$，$(1,-1)$，$(-1,1)$，$(-1,-1)$ 四个定点,充分。同理条件（2）也充分。

【答案】D

5、【解析】条件（1）$\begin{cases}x+3y=7\\\beta x+\alpha y=1\end{cases}$ 与 $\begin{cases}3x-y=1\\\alpha x+\beta y=2\end{cases}$ 有相同的解，说明四个方程都是同解的，即方程组 $\begin{cases}x+3y=7\\3x-y=1\end{cases}$ 也有相同的解，$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，于是 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}\beta x+\alpha y=1\\\alpha x+\beta y=2\end{cases}$ 的解，于是 $\begin{cases}\beta+2\alpha=1\\\alpha+2\beta=2\end{cases}$，$\Rightarrow 3\alpha+3\beta=3\Rightarrow\alpha+\beta=1$，故 $(\alpha+\beta)^{2009}=1^{2009}=1$，充分.

条件（2）由韦达定理知，$\alpha+\beta=-1$，$(\alpha+\beta)^{2009}=(-1)^{2009}=-1$，不充分.

【答案】A

6、【解析】条件（1），$a=1$，则 $\begin{cases}x+y=1\\y+z=4\\z+x=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\y=\dfrac{3}{2}\\z=\dfrac{5}{2}\end{cases}$，$x$，$y$，$z$ 不成等差，不充分；

条件（2），$a=0$，则 $\begin{cases}x+y=0\\y+z=4\\z+x=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=3\end{cases}$，$x$，$y$，$z$ 成等差，充分

【答案】B

7、 【解析】$x^2-6x+8=0$的根为$x_1=2$，$x_2=4$，两根之间即为区间$(2,4)$，

A．$x^2+6x+9=0$ 的根为$x_1=x_2=-3$，不满足；

B．$x^2-2\sqrt{2}x+2=0$的根为$x_1=x_2=\sqrt{2}$，不满足；

C．$x^2-4x+2=0$的根为$x_1=2-\sqrt{2}$，$x_2=2+\sqrt{2}\in(2,4)$，满足；

D．$x^2-5x+7=0$，$\Delta=25-4\times7=-3<0$，无实根，不满足；

E．$x^2-6x+5=0$的根为$x_1=1$，$x_2=5$不满足；

【答案】C

8、【解析】条件（1）a是方程$x^2-3x+1=0$的根，则$a^2-3a+1=0$，有$a^2+1=3a$，

则$2a^2-5a-2+\dfrac{3}{a^2+1}=6a-5a-4+\dfrac{3}{3a}=a+\dfrac{1}{a}-4=\dfrac{a^2-4a+1}{a}=\dfrac{3a-4a}{a}=-1$，

充分。

条件（2）$|a|=1$，可得$a=\pm1$，$a=1$代入$2a^2-5a-2+\dfrac{3}{a^2+1}=2-5-2+\dfrac{3}{1+1}=-\dfrac{7}{2}$

或$a=-1$代入$2a^2-5a-2+\dfrac{3}{a^2+1}=2+5-2+\dfrac{3}{1+1}=\dfrac{13}{2}$，不充分。

【答案】A

9、【解析】$x^2-6x+(a-2)|x-3|+9-2a=0\Rightarrow x^2-6x+9+(a-2)|x-3|-2a=0$，

$\Rightarrow(x-3)^2+(a-2)|x-3|-2a=0$，$\Rightarrow|x-3|^2+(a-2)|x-3|-2a=0$，

$\Rightarrow(|x-3|+a)(|x-3|-2)=0$，则$\begin{cases}|x-3|=2\\|x-3|=-a\end{cases}$而$|x-3|=2$，解得$x=5$或$x=1$。

(1) $a=-2$，$|x-3|=-a$ 与 $|x-3|=2$ 同解，则有两个不同的实数根；

(2) $a>0$，$|x-3|=-a$ 无解，$|x-3|=2$ 的两个不同的实数根即为方程的解

【答案】C

10、【解析】设一个根为 x_1，则另一个根 $x_2=2x_1$；根据韦达定理有

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p=3x_1 \\ x_1\cdot x_2=q=2{x_1}^2 \\ \Delta=p^2-4q>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-\dfrac{p}{3} \\ {x_1}^2=\dfrac{q}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{q}{2}=\frac{p^2}{9} \Rightarrow 2p^2=9q$$，并且满足 $\Delta>0$。

【答案】B

11、【解析】条件（1） $a=3$，两方程为 $x^2+3x+2=0$ 和 $x^2-2x-3=0$，他们的解分别为 $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=3 \end{cases}$，此时两方程有一公共解 $x_1=-1$。因此条件（1）充分；

条件（2） $a=-2$，两方程为 $x^2-2x+2=0$ 和 $x^2-x+2=0$，它们为同一方程，且 $\Delta=(-2)^2-4\times1\times2=-4<0$，无实数解，不充分。

【答案】A

12、【解析】条件（1）有 $9x^2-3x-6=0$，其 $(3x+2)(x-1)=0$，有一整数根 1，充分。

条件（2）有 $25x^2-35x=0$ 有一个整数根 0，充分；

【答案】D

13、【解析】条件（1），$b<-2\Rightarrow b^2>4\Rightarrow b^2-4>0$，所以 $x^2+bx+1=0$ 有两个不同实根，充分；
条件（2），$b>2\Rightarrow b^2>4\Rightarrow b^2-4>0$，所以 $x^2+bx+1=0$ 有两个不同实根，充分
【答案】D

14、【解析】$\Delta=[-(2k+1)]^2-4k^2\cdot 1=4k+1>0$，注意是一元二次方程有 $k\neq 0$。

【答案】C

15、【解析】条件（1）反例 $m=0$，条件（2）反例 $m=-1$，联合利用判别式，充分。
【答案】C

16、【解析】条件（1）取 $a=1$，则 $y=x^2+3x+2$ 与 x 轴有两个交点，不充分。

条件（2）$a^2+a-6=(a+3)(a-2)=0$，$a=-3$ 或者 $a=2$，$y=x^2-x-6$ 与 x 轴有两个交点，不充分。联合有 $a=2$，则 $y=x^2+4x+4$，与 x 轴只有一个交点，充分。

【答案】C

17、【解析】有两个实根表示的是有实根的意思，$\Delta=[-2(k+1)]^2-4(k^2+2)=8k-4\geq 0$，$\Rightarrow k\geq\frac{1}{2}$，条件（1）（2）都充分

【答案】D

18、【解析】条件（1）$a\neq 0$ 且有实根等价于判别式大于等于 0，所以 $\Delta=b^2-4ac=64-24a\geq 0\Rightarrow a\leq\frac{8}{3}$，不充分；条件（2）同理不充分，联合也不充分，选 E。
反例 $a=-2$。
【答案】E

19、【解析】已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，则 $a\neq 0$；

条件（1）$a+c=0$，$\Delta=b^2-4ac=b^2-4a(-a)=b^2+4a^2>0$，充分；

条件（2）$a+b+c=0$，$\Delta=b^2-4ac=(a+c)^2-4ac=(a-c)^2\geq 0$，不充分。

【答案】A

20、【解析】条件（1）得出 $a+b=1,c=0$，不充分；条件（2）$\dfrac{4ac-b^2}{4a}=a+b$，不充分；联合考虑：解得 $a=-1,b=2,c=0$，充分。

【答案】C

21、【解析】条件（1）$b^2=ac$，故 $\Delta=b^2-4ac=b^2-4b^2=-3b^2<0(b\neq 0)$，方程无实根，充分．条件（2）令 $a=1,b=0,c=-1$ 成等差数列，但方程 $x^2-1=0$ 有实根，不充分

【答案】A

22、【解析】有重实根等价于判别式等于零，所以 $[2(a+b)]^2-4\cdot(a^2+1)\cdot(b^2+1)=0$，化简得 $ab=1$，所以条件（2）充分。

【答案】B

23、【解析】1）$a^2+c^2=0$，则 $a=c=0$，

方程转化为 $(0^2+0^2)x^2-2\times 0(0+b)x+b^2+0^2=0$，得 $b^2=0$，不是方程。

2） $\begin{cases} a^2+c^2\neq 0 \\ [-2c(a+b)]^2-4(a^2+c^2)(b^2+c^2)\geq 0 \end{cases}$

$c^2(a+b)^2-(a^2+c^2)(b^2+c^2)\geq 0$，$\Rightarrow 2abc^2-a^2b^2-c^4\geq 0$，即 $a^2b^2-2abc^2+c^4\leq 0$，

$(ab-c^2)\leq 0$，则 $ab=c^2$。

【答案】B

【注 1】此题是错题，选 B 是无奈之举，反例 $a=1,b=c=0$，方程变为 $x^2=0$，有实根，但是 a,b,c 不是等差也不是等比数列。

【注 2】只有当 $abc\neq 0$，且 $b^2=ac$ 时，a,b,c 才构成等比数列，等比数列不能有零出现。

24、【解析】有实根等价于判别式大于等于 0，所以 $\Delta=[2(a+b)^2-4c^2]=4[(a+b)^2-c^2]\geq 0$。条件（1）可以推出，$a+b>c$，所以 $\Delta>0$，充分；条件（2）$a+b=2c$，$\Delta=4[(2c)^2-c^2]=12c^2\geq 0$，充分。

【答案】D

25、【解析】$b=1$ 有相同实根，所以是等边三角形。

【答案】A

26、【解析】$\Delta=[2b-4(a+c)]^2-4\cdot 3\cdot(4ac-b^2)=0$，

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$，$\Rightarrow \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]=0$，

$\Leftrightarrow a=b=c$。条件（1）充分，条件（2）不充分

【答案】A

27、【解析】根据韦达定理,有 $\begin{cases} x_1+x_2=-b \\ x_1\cdot x_2=1 \end{cases}$，则 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=5=\frac{x_2+x_1}{x_1\cdot x_2}=-b$，$\Rightarrow b=-5$

【答案】B

28、【解析】$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{p}{3} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{5}{3} \end{cases}$，而$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\dfrac{-\dfrac{p}{3}}{\dfrac{5}{3}}=2$，$\Rightarrow p=-10$

【答案】D

29、【解析】$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{m}{3} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{5}{3} \end{cases}$，而$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\dfrac{-\dfrac{m}{3}}{\dfrac{5}{3}}=1$，$\Rightarrow m=-5$

【答案】B

30、【解析】$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=a^2+2$

【答案】A

31、【解析】$\begin{cases} \alpha+\beta=-\dfrac{5}{3} \\ \alpha\cdot\beta=\dfrac{1}{3} \end{cases}$，

观察$\alpha\cdot\beta=\dfrac{1}{3}>0$，说明$\alpha$与$\beta$同号，$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{3}<0$，则$\alpha<0$，$\beta<0$。

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}+\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}=\sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha\beta}}+\sqrt{\frac{\alpha^2}{\alpha\beta}}=\frac{|\beta|}{\sqrt{\alpha\beta}}+\frac{|\alpha|}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{-(\alpha+\beta)}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{-(-\frac{5}{3})}{\sqrt{\frac{1}{3}}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$。

【注】利用均值不等式可以秒杀，注意听课程内容。
【答案】B

32、【解析】$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{8}{3} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{a}{3} \end{cases}$，而 $\dfrac{\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}}{2}=2\Rightarrow\dfrac{x_1+x_2}{2x_1x_2}=2\Rightarrow\dfrac{\dfrac{8}{3}}{\dfrac{a}{3}}=4\Rightarrow a=2$，

且 $a=2$。
【答案】E

33、【解析】$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{7}{6} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{a}{6} \\ \sqrt{\dfrac{1}{x_1}\cdot\dfrac{1}{x_2}}=\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{1}{x_1\cdot x_2}}=\sqrt{\dfrac{6}{a}} \end{cases}\Rightarrow a=2$。

【答案】A

34、 【解析】条件（1）$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=16+1=17$，不充分；

条件（2）$|a-b+3|+|2a+b-6|=0$，所以 $a=1,b=4$，$a^2+b^2=17$，不充分。

联合也不充分。
【答案】E

35、【解析】一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个根之差的绝对值为 4，即 $|x_1-x_2|=4$，

$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{x_1{}^2-2x_1x_2+x_2{}^2}=\sqrt{x_1{}^2+2x_1x_2+x_2{}^2-4x_1x_2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

根据韦达定理 $\begin{cases} x_1+x_2=-b \\ x_1\cdot x_2=c \end{cases}$ 代入上式有：$\sqrt{b^2-4c}=4$，显然，条件（1）（2）都充分

【答案】D

36、【解析】$\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{3}\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{3}\end{cases}$，$\begin{cases}\alpha+\beta+\alpha\beta=\dfrac{b}{3}\\ (\alpha+\beta)\alpha\beta=\dfrac{c}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-3\\ c=-6\end{cases}$。

（$\alpha\beta=\dfrac{c}{3}$，$(\alpha+\beta)\alpha\beta=\dfrac{c}{3}$，$c\neq 0\Rightarrow\alpha+\beta=-\dfrac{b}{3}=1\Rightarrow b=-3$）

【答案】D

37、【解析】方程有实根：$\Delta=(10-a)^2-4(2a^2-4a-2)\geq 0$，化简得到$-9\leq a\leq 3$，两根之积为$2a^2-4a-2=2(a-1)^2-4$，把$a=-9$带入得到得到最大值 196，把$a=1$带入得到最小值$-4$，所以最大值与最小值之和为 192.

【答案】C

38、【解析】条件（1）α与β是方程$x^2-2ax+(a^2+2a+1)=0$的两个实根，则

$$\begin{cases}\alpha+\beta=2a\\ \alpha\beta=a^2+2a+1\\ \Delta=(-2a)^2-4(a^2+2a+1)\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=2a\\ \alpha\beta=a^2+2a+1\Rightarrow\\ a\leq-\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4a^2-2(a^2+2a+1)=2a^2-4a-2$，在$a\leq-\dfrac{1}{2}$时的最小值为$2a^2-4a-2=2(-\dfrac{1}{2})^2-4(-\dfrac{1}{2})-2=\dfrac{1}{2}$，充分。

条件（2）$\alpha\beta=\dfrac{1}{4}$，$\alpha^2+\beta^2\geq 2\alpha\beta=\dfrac{1}{2}$，充分。

【注】此题条件（1）难度略大

【答案】D

39、【解析】两个正整数解 x_1 和 x_2 满足 $x_1x_2=37$，且 37 是质数，$37=1\times37$，则 $x_1=1$，$x_2=37$，而 $x_1+x_2=-p=38\Rightarrow p=-38$，则 $\dfrac{(x_1+1)(x_2+1)}{p}=\dfrac{2\times38}{-38}=-2$。

【答案】A

40、【解析】根据韦达定理，有 $a_5+a_7=a_2+a_{10}=10$

【答案】D

41、【解析】既是等差又是等比的数列一定是不为零的常数列，所以 $a=b=c$，$\begin{cases}\alpha+\beta=-1\\ \alpha\beta=-1\end{cases}$，$\alpha-\beta=\sqrt{5}$（利用求根公式或者 $\alpha-\beta=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}$），带入计算选 D

【答案】D

42、【解析】$x^2-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0\Rightarrow(x-\sqrt{3})(x-1)=0\Rightarrow x_1=\sqrt{3}$，$x_2=1$。

则腰 $a=1$，底 $b=\sqrt{3}$，则 $S=\dfrac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{1^2-(\dfrac{\sqrt{3}}{2})^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ 。

【答案】C

43、【解析】方程有相等的两个根，得到 $m=1$ 或 $\dfrac{1}{2}$。若 $m=\dfrac{1}{2}$，则 $AB=AC=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ 不能构成三角形；若 $m=1$，则 $AB=AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{5}}{9}$。

【答案】C

44、【解析】方程 $x^3+2x^2-5x-6=0$ 的根为 $x_1=-1$，则 x^3+2x^2-5x-6 必含有 $x+1$ 因式，$x^3+2x^2-5x-6=x^3+x^2+x^2+x-6x-6=x^2(x+1)+x(x+1)-6(x+1)$

$=(x^2+x-6)(x+1)=(x+3)(x-2)(x+1)$，则 $x_2=-3$，$x_3=2$，$\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}=\dfrac{1}{6}$

【答案】A

45、【解析】由 $x_1x_2x_3=0$，推出必有一个根为 0，不妨假设为 $x_3=0$，则三次方程可化为 $x(ax^2+bx+c)=0$，即 x_1,x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个不同实数根，且 $x_1+x_2=0$，推出互为相反数，则 $x_1x_2=\dfrac{c}{a}<0$，由于乘除不改变正负性，得到 $ac<0$。（本题还可以用特殊法进行解答）

【答案】B

46、【解析】$\sqrt{x-p}=x\Rightarrow\begin{cases}x-p\ge 0\\ x\ge 0\\ x-p=x^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge p\\ x\ge 0\\ x^2-x+p=0\end{cases}$，要求要有两个不相等的正根，则 $\begin{cases}x_1+x_2=1>0\\ x_1x_2=p>0\\ \Delta=1-4p>0\end{cases}\Rightarrow 0<p<\dfrac{1}{4}$，条件（1）不充分，条件（2）也不充分，联合起来亦不充分

【答案】E

47、【解析】$\begin{cases}x_1\cdot x_2=\dfrac{a-5}{4}>0\\ x_1+x_2=-\dfrac{a-2}{4}<0\\ \Delta=(a-2)^2-4\times 4\times(a-5)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>5\\ a>2\\ a>14\text{或}a<6\end{cases}\Rightarrow 5<a<6$ 或 $a>14$，

条件（1）（2）单独不充分，联合起来有$5<a<6$，充分

【答案】C

48、【解析】方程$x^2+ax+b=0$有一正一负两个实根等价于$x_1x_2<0$，即$b<0$。条件（1），充分；条件（2），充分。

【答案】D

49、【解析】$\begin{cases} f(0)>0 \\ f(1)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$，$\Rightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0 \\ m^2-4<0 \\ m^2+m>0 \end{cases}$，$\Rightarrow \begin{cases} m>2\text{或}m<-1 \\ -2<m<2 \\ m>0\text{或}m<-1 \end{cases} \Rightarrow -2<m<-1$。

【答案】A

50、【解析】$\begin{cases} m\neq 0 \\ mf(-1)>0 \\ mf(0)<0 \\ mf(1)>0 \\ -\dfrac{1}{2}<\dfrac{\alpha+\beta}{2}<\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m>2\text{或}m<0 \\ 0<m<5 \\ m>4\text{或}m<0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 4<m<5$

【答案】B

51、【解析】方程$2ax^2-2x-3a+5=0$的一个根大于1，另一个根小于1，即$2af(1)<0 \Leftrightarrow$

$2a(2a-2-3a+5)<0 \Rightarrow a>3$或$a<0$；条件（1）（2）都是其子集，都充分。

【答案】D

52、【解析】条件（1）两个零点就是就是两个根，$\begin{cases} f(0)\ge 0 \\ f(1)\ge 0 \\ \Delta>0 \\ 0<-\dfrac{a}{2}<1 \end{cases}$，化简

$\begin{cases} 0\le f(1)=1+a+b \\ a^2-4b>0 \\ -2<a<0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 0\le f(1)=1+a+b<1+a+\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{(a+2)^2}{4}<1$，充分；

条件（2）$\begin{cases} f(1)\ge 0 \\ f(2)\ge 0 \\ \Delta>0 \\ 1<-\dfrac{a}{2}<2 \end{cases}$，化简$\begin{cases} 0\le f(1)=1+a+b \\ a^2-4b>0 \\ -4<a<-2 \end{cases}$，

$\Leftrightarrow 0\le f(1)=1+a+b<1+a+\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{(a+2)^2}{4}<1$充分。

【答案】D

【注】更简单方法在课堂演示。

53、【解析】

题干等价于$a^2-4(b-1)\ge 0$，

条件（1）$a^2-4(b-1)=a^2-4(-a-1)=a^2+4a+4=(a+2)^2\ge 0$，充分

条件（2）$a^2-4(b-1)=a^2-4(a-1)=a^2-4a+4=(a-2)^2\ge 0$，充分

【答案】D

易错题

1、【解析】设 x_0，$\frac{1}{x_0}$ 分别是这两个方程的根，则

$$\begin{cases} a{x_0}^2+3x_0-2b=0 \\ \frac{3}{{x_0}^2}-\frac{a}{x_0}+2b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a{x_0}^2+3x_0-2b=0 \\ 2b{x_0}^2-ax_0+3=0 \end{cases}$$

两个方程相等则 $a=2b$。

【答案】D

2、【解析】

把 $x=1$ 带入方程可得 $a+b+c=0$，故方程的一个解为 $x_1=1$。

根据韦达定理可知 $x_1x_2=x_2=\frac{c}{a}$

【答案】B

拔高题

1、【解析】

条件(1) $x^2+y^2\geq 2xy=2\sqrt{2}$，不充分。

条件(2) $\begin{cases} x+y=2a \\ xy=a+2 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2=\left(x+y\right)^2-2xy=4a^2-2\left(a+2\right)$

由于方程有两个实数根，故 $\Delta=4a^2-4a-8\geq 0 \Rightarrow a\geq 2$ 或 $a\leq -1$

而 $x^2+y^2=4a^2-2\left(a+2\right)=4\left(a-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{17}{4}$

当 $a=-1$ 时，x^2+y^2 取最小值 2，充分。

【答案】B

2、【解析】

设公共根为x_0，则$\begin{cases} {x_0}^2 + a x_0 + 2 = 0 \\ {x_0}^2 - 2x_0 - a = 0 \end{cases} \Rightarrow (a+2)x_0 + a + 2 = 0 \Rightarrow x_0 = -1$

将$x_0 = -1$带入方程可求得$a = 3$。显然条件 1 充分。

【答案】A