



新疆大学

# 混凝土结构 设计原理





# 第十章

## 预应力混凝土构件



## 10.1 概述

预应力混凝土的提出：

普通混凝土的缺点：1. 在使用荷载下带裂缝工作：影响耐久，功能！刚度！疲劳性！若不裂，加大截面面积增加自重。

不开裂  $\sigma_s = 20 \sim 30 \text{ N/mm}^2$

2. 难以利用高强度钢筋。与  $\omega_{l i m}$  对应的  $\sigma_s = 200 \text{ N/mm}^2$ 。而高强钢丝可达  $160 \text{ N/mm}^2$ 。

## 预应力混凝土的基本原理：

预应力：在混凝土结构承受使用荷载之前的制作阶段预先对砼施加应力。

在构件未受力之前，在拟受拉区施加压应力，使构件在使用荷载下产生的拉应力很大部分被预压应力抵消。由此达到改善普砼缺点的目的。

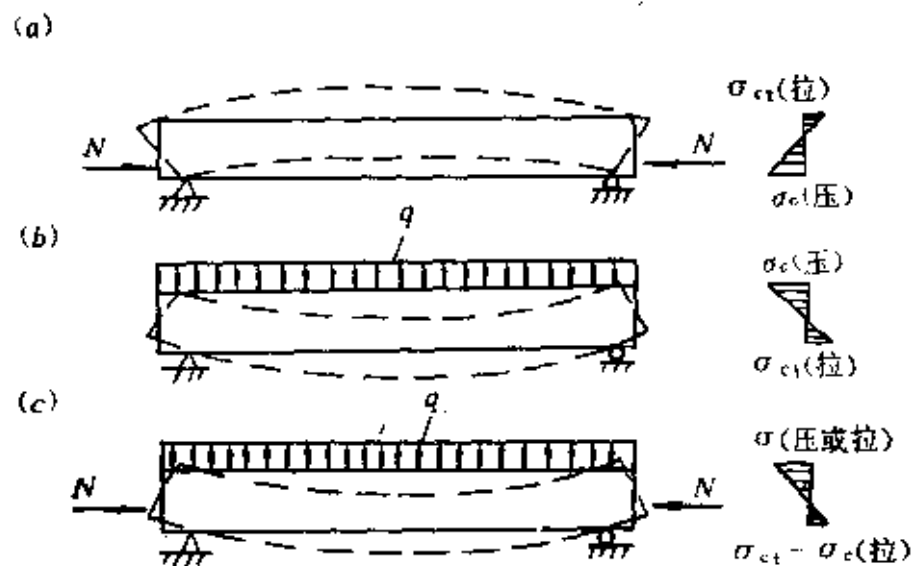


图 10-1

(a)预压力作用下；(b)外荷载作用下；(c)预压力与外荷载共同作用下

预应力砼构件的受力特征：

提高了构件的抗裂性；

预应力的大小可根据需要调整。

在使用荷载下，预应力砼构件基本处于弹性工作阶段(未裂)

施加预应力对构件的正截面承载力无明显影响。



## 预应力混凝土的优缺点：

优点：1. 提高构件的抗裂能力

2. 增大了构件的刚度。相同 $P_sT$ ， $f_{\text{预}} \ll f_{\text{普}}$ ，耐久性好，耐疲劳，提高抗剪承载力。

3. 充分利用高强度材料的性能。预应力筋  
 $P_u \rightarrow F_{Py}$

4. 扩大了构件的使用范围：减轻自重，加大跨度，提高适用能力。

缺点：成本高，材料质量要求高。工序复杂，技术水平要求高。

## 10.2 施加预应力的方法

按照张拉钢筋与浇捣混凝土的先后次序分为：

先张法：

张拉钢筋 → 支模、浇砼 → 砼达到一定强度  
剪丝 → 产生预应力





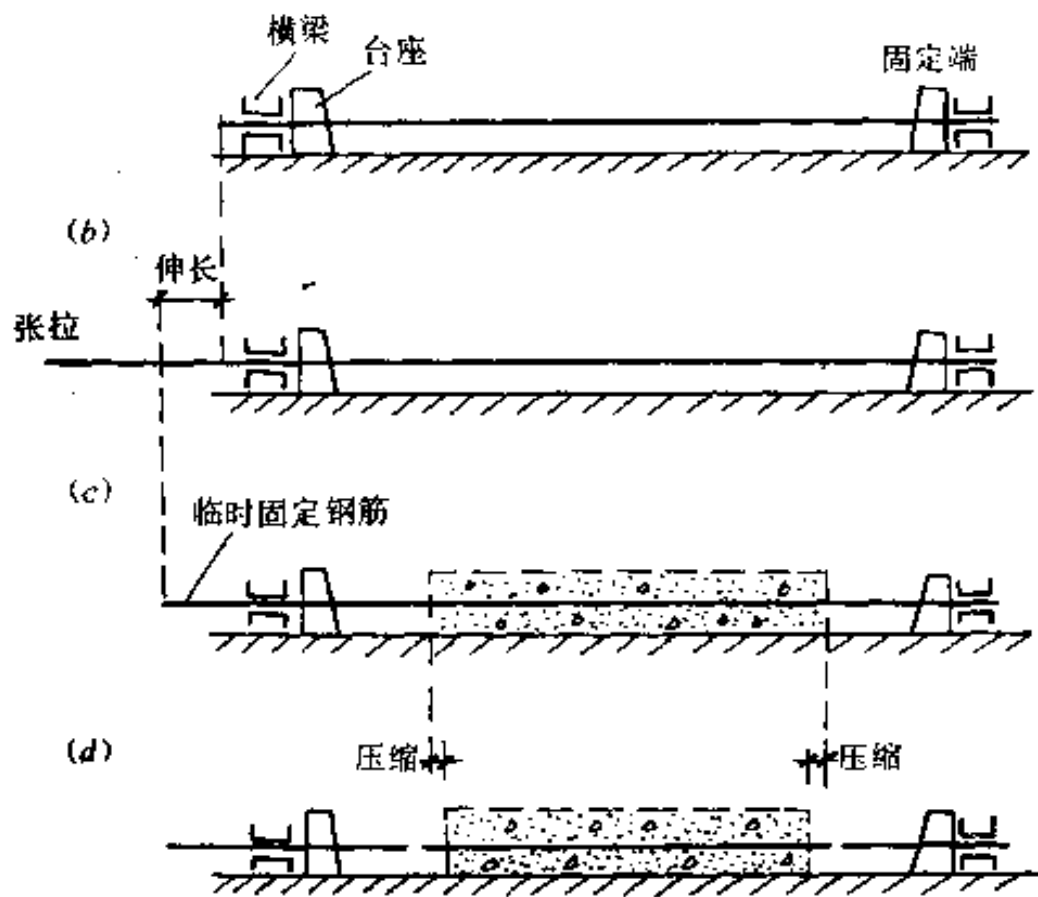


图 10-3 先张法主要工序示意图

(a)钢筋就位; (b)张拉钢筋; (c)临时固定钢筋, 浇灌混凝土并养护;  
 (d)放松钢筋, 钢筋回缩, 混凝土受预压

后张法:

浇筑，预留孔道 → 达到强度，穿筋 → 张拉钢筋，锚固 → 孔道灌浆

先、后张法的适用范围和各自的优缺点。



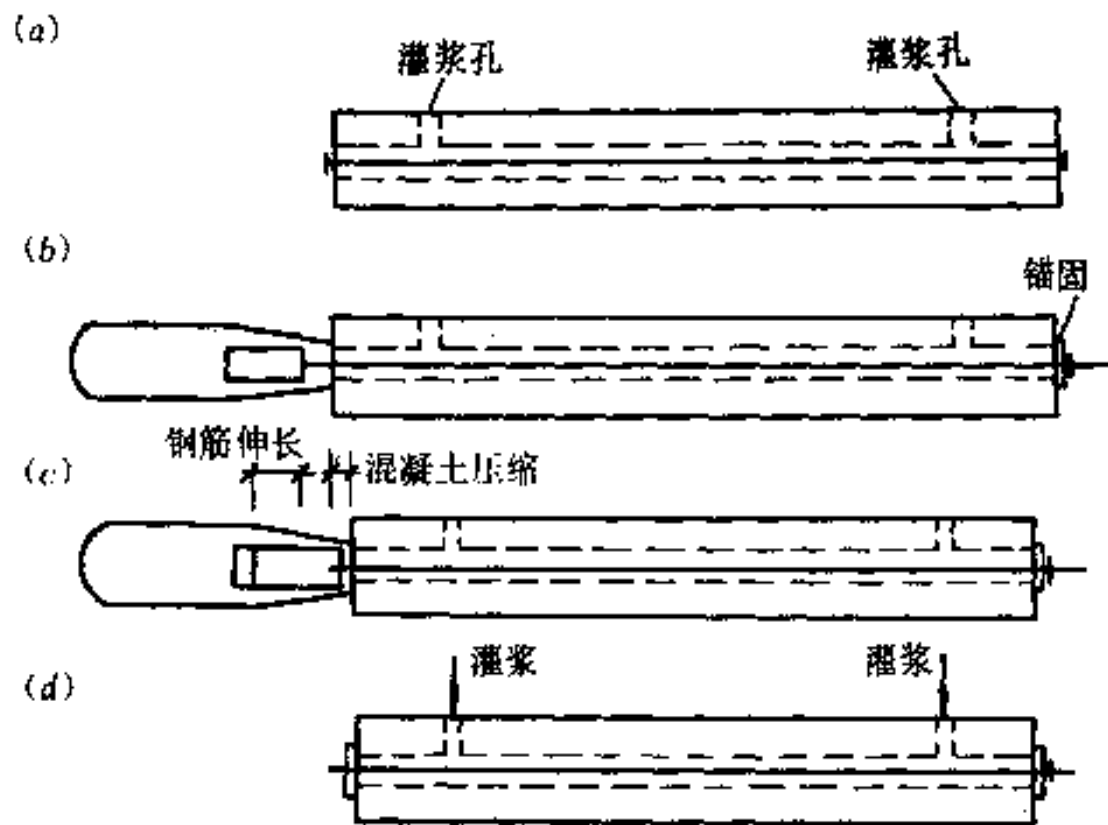


图 10-4 后张法主要工序示意图

(a)制作构件，预留孔道，穿入预应力钢筋；(b)安装千斤顶；(c)张拉钢筋；  
(d)锚住钢筋，拆除千斤顶、孔道压力灌浆

## 10.3 预应力混凝土使用的材料和机具

锚、夹具：用于固定钢筋

- 构件制作完后，能取下重复使用——夹具
- 用于永久固定钢筋、作为构件的一部分——锚具

不同种类的锚具，有不同的固定原理。同时固定预应力筋不同。锚具不同则回缩量不同，尺寸外形对构件的影响不同。

## 10.4 张拉控制应力

$\sigma_{\text{con}}$ : 张拉钢筋时, 张拉设备上的测力计所指示的总张拉力/预应力筋面积

$\sigma_{\text{con}}$ 的确定原则: 与预应力钢筋的强度标准值  $f_{\text{pyk}}$ (软)或 $f_{\text{ptk}}$ (硬)有关。

## 考虑的因素：

a.  $\sigma_{\text{con}} \uparrow$ 。产生的预应力大，抗裂性好

$$\therefore \sigma_{\text{con}} > 0.4 f_{\text{ptk}} \\ 0.5 f_{\text{pyk}}$$

b.  $\sigma_{\text{con}}$  过高。可能引起张拉时钢丝拉断

$\therefore$  也只能适当。或  $P_{\text{cr}}$  与  $P_{\text{u}}$  过干接近

c. 与所采用的钢筋种类和张拉方式有关。

软钢 $\uparrow$ ，硬 $\downarrow$ ，先张 $\uparrow$ ，后张 $\downarrow$

在考虑提高施工阶段的抗裂性及减少应力松弛、摩擦、钢筋分批张拉及台座之间的温差损失时，可以提高 $0.05f_{ptk}$  ( $0.05f_{pyk}$ )



## 10.5 预应力损失

有效预应力的概念：

预应力筋按张拉后，由于各种原因会下降到一定的程度，这一现象称为预应力损失。引起预应力损失的原因有六大类。先分别找出这些损失出现的原因，再根据先张法和后张法的施工特点，了解不同预应力损失的组合。 $\sigma_{con}$ —

$\sigma_l = \sigma_P$ ——有效预应力。





# 1. 张拉端锚具变形和钢筋内缩引起的预应力损失 $\sigma_{l1}$

直线: 
$$\sigma_{l1} = \frac{a}{l} \cdot E_s$$

曲线: 
$$\sigma_{l1} = 2\sigma_{l1} l_f \left( \frac{\mu}{r_c} + k_c \right) \left( 1 - \frac{x}{l_f} \right)$$

$$l_f = \sqrt{\frac{aE_c}{1000\sigma_{con}(\mu/r_c + k_c)}}$$

$a$ ——回缩量

$l$ ——张拉端~锚固端距离

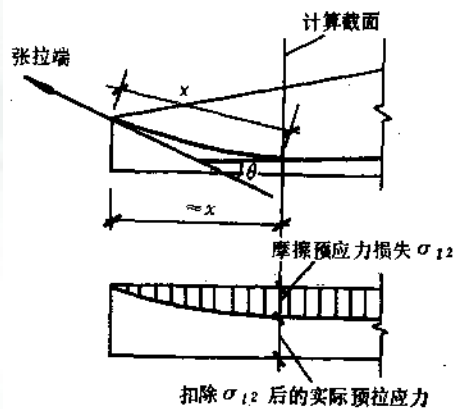


图 10-13 摩擦引起的预应力损失

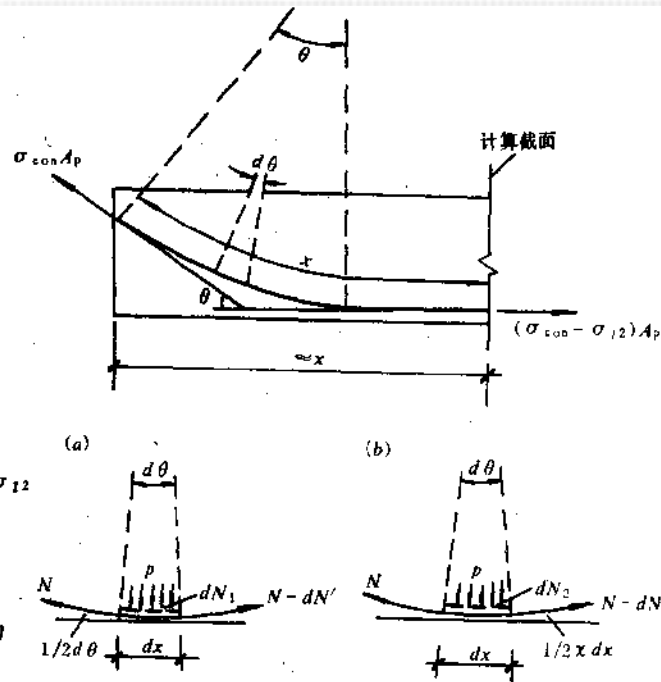


图 10-14 预留孔道中张拉钢筋与孔道壁的摩擦力

$l_f$  —— 反向摩擦影响长度(m)       $r_c$  —— 曲线的曲率半径

$\mu, k_c$  —— 表9-3摩擦系数

$x$  —— 张拉端至计算截面的距离  $x \leq l_f$

## 2. 预应力钢筋与孔道壁之间的摩擦引起的损失 $\sigma_{l2}$

后张法：
$$\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}} \left( 1 - \frac{1}{e^{kx} + \mu\theta} \right)$$

$x$ ——从张拉端至计算截面的孔道长度(m)可用投影长度。

$\theta$ ——从张拉端至计算截面曲线孔道长度的夹角(rad)。

当 $\mu\theta + kx \leq 0.2$ 时， $\sigma_{l2} = \sigma_{\text{con}}(kx + \mu\theta)$

### 3. 受张拉的钢筋与承受拉力的设备之间的 温差引起的预应力损失 $\sigma_{l3}$

加热养护：此时砼未结硬。∴筋自由伸长，而台座不动。松了——产生温差损失

$$\alpha \cdot \Delta t = \varepsilon_{st} \quad \text{通常 } \alpha = 1.0 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$\sigma_{l3} = \varepsilon_{st} \cdot E_s = 2.0 \times 10^5 \times 1.0 \times 10^{-5} \Delta t = 2\Delta t$$


小钢模生产的构件无此项损失。

利用超引拉工序可以减少  $\sigma_{l4}$

超张拉工序：

{ 对钢筋  $\sigma$  从  $0 \rightarrow 1.05\sigma_{con}$  (持荷2min)  $\rightarrow \sigma_{con}$   
对钢丝  $\sigma$  从  $0 \rightarrow 1.05\sigma_{con}$  (持荷2min)  $\rightarrow 0 \rightarrow \sigma_{con}$

超张拉的持荷2min，已将部分的松弛完成，  
所以可达到减少  $\sigma_{l4}$  的目的。



## 4.0 预应力钢筋的应力松弛引起的损失 $\sigma_{l4}$

应力松弛现象：指钢筋在高应力状态下，由于钢筋的塑性变形而使应力随着时间的增长而降低的现象。

应力松弛：长度不变，应力随时间增长而降低。应力松弛的特点与钢种有关。软钢小而硬钢大，与时间有关，先快后慢。一天完成80%，一小时为50%。

钢筋在高应力长期作用下具有随时间增长产生塑性变形的性质。在长度保持不变的条件下，应力值随时间增长而逐渐降低，这种现象称为松弛。

应力松弛与初始应力水平和作用时间长短有关。

根据应力松弛的长期试验结果，

普通预应力钢丝和钢绞线：
$$\sigma_{l4} = 0.4\psi\left(\frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} - 0.5\right)\sigma_{con}$$

低松弛预应力钢丝和钢绞线：

当 $\sigma_{con} \leq 0.7f_{ptk}$ 时，

$$\sigma_{l4} = 0.125\psi\left(\frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} - 0.5\right)\sigma_{con}$$

当 $0.7f_{ptk} < \sigma_{con} \leq 0.8f_{ptk}$ 时，

$$\sigma_{l4} = 0.2\psi\left(\frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} - 0.5\right)\sigma_{con}$$

$\psi$ 为超张拉系数，一次张拉时，取 $\psi=1$ ；超张拉时，取 $\psi=0.9$ 。

当 $\sigma_{con} \leq 0.5f_{ptk}$ 时，可不考虑应力松弛损失，即取 $\sigma_{l4}=0$ 。

## 10.5.5 由于砼收缩、徐变引起的预应力损失 $\sigma_{l5}$

∴ 收缩、徐变将引起构件缩短，

∴ 钢筋回缩，引起 $\sigma_{l3}$ ，砼徐变 $f'_{cn}$

此时预应力的大小，纵筋含钢率等：

先张法

$$\sigma_{l5} = \frac{45 + 280 \times \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{l5} = \frac{45 + 280 \times \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$



## 后张法

$$\sigma_{l5} = \frac{35 + 280 \times \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{l5} = \frac{35 + 280 \times \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$

$\rho$ 、 $\rho'$ ——受拉区、受压区预应力筋和非预应力筋的含钢率。

$\sigma_{pc}$ 、 $\sigma'_{pc}$ ——产生第一批预应力损失后的预应力损失后，受拉区、受压区预应力钢筋在各自合力点处砼的法向压应力

$\sigma_{15}$ 还可考虑环境和时间因素的影响

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{干燥 } (\sigma'_{15}) \sigma_{15} \times (1.02 \sim 1.03) \\ \text{高温 } (\sigma'_{15}) \sigma_{15} \times 0.5) \end{array} \right.$$

时间影响:  $\sigma_{15} (\sigma'_{15}) \times \beta$        $\beta = \frac{4j}{120 + 3j}$

$j$ ——预加应力至承受外荷的天数( $j \leq 120$ 天)



## 6. 混凝土的局部挤压引起的预应力损失 $\sigma_{l6}$

后张法中，用螺旋式预应力钢筋作配筋的环形构件：电杆、水池、压力管道等。直接在混凝土上进行张拉。这时筋对构件产生外壁的径向压力，使砼局部挤压，钢筋松弛，引起 $\sigma_{l6}$

$$d > 3\text{m}, \quad \sigma_{l6} = 0$$

$$d \leq 3\text{m}, \quad \text{取 } \sigma_{l6} = 30\text{N/mm}^2$$

## 预应力损失值的组合

先张法构件：砼预压前  $\sigma_{II} = \sigma_{l1} + \sigma_{l3} + \sigma_{l2}$

砼预压后  $\sigma_{III} = \sigma_{l5}$

后张法构件：砼预压前  $\sigma_{II} = \sigma_{l1} + \sigma_{l2}$

砼预压后  $\sigma_{III} = \sigma_{l4} + \sigma_{l5} + \sigma_{l6}$

总损失：  $\sigma_l = \sigma_{li} + \sigma_{III}$

先张法：  $\sigma_{l4} \geq 100\text{N/mm}^2$

后张法：  $\sigma_{l4} \geq 80\text{N/mm}^2$

减少预应力损失的措施：

针对引起不同预应力损失的原因，寻找措施

$\sigma_{l1}$ ：小变形夹具，减少垫板，增加台座长度。

$\sigma_{l2}$ ：减少摩擦，两端张拉。

$\sigma_{l3}$ ：采用二次升温养护： $\Delta t$   $0 \rightarrow 20^\circ$  使砼达到一定强度，再升温。

$\sigma_{l4}$ ：超张拉，减少  $\sigma_{l4}$ ，让  $\sigma_{l4}$  先部分完成。

$\sigma_{l5}$ ：控制  $\sigma_{pc}$  (完成第一批损失后的砼预应力)，  
 $\sigma'_{pc} \leq 0.5f'_{cm}$ ， $f'_{cm}$  不太小，减小收缩徐变的一些措施。

## 10.6 预应力轴心受拉构件各个阶段的应力分析

### 10.6.1 先张法预应力混凝土轴心杆

放松预应力筋之前： $\sigma_{pc} = 0$

$$\sigma_p = \sigma_{com} - \sigma_{II} \quad \sigma_s = 0$$

放松预应力筋之后：

$$\sigma_{sI} = \alpha_{con} \cdot \sigma_{pcI}(\text{压})$$

$$\sigma_{sI} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_e \sigma_{pcI}$$

图

截面平衡条件:  $\sigma_{pI} \cdot A_p = \sigma_{pcI} \cdot A_p + \sigma_{sI} \cdot A_s$

$$(\sigma_{com} - \sigma_{II} - \alpha_p \sigma_{pcI}) A_p = \sigma_{pcI} \cdot A_c + \sigma_{sI} \cdot A_s$$

$$\sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_0} \text{—用于求收缩徐变。}$$

式中:  $A_0 = A_c + \alpha_{es} A_s + \alpha_e A_p$  —换算截面面积。

└─ 扣除孔道, 钢筋等后的截面  
面积的砼截面面积。


完成第二批损失之后:

非预应力筋:  $\sigma_{sII} = \alpha_{Es} \sigma_{pcI}$  (压)

预应力筋:  $\sigma_{pII} = \sigma_{con} - \sigma_1 - \alpha_{Es} \sigma_{pcI}$

截面平衡:  $\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_1) A_p}{A_0}$  —— 砼的有效预压应力, 用于抗裂性验算

$\sigma_{pcI}$ 、 $\sigma_{pcII}$  可分别将  $N_p = (\sigma_{con} - \sigma_2) A_p$  看作外力除以构件的核算截面面积。





考虑非预应力筋对预应力的影响：

非预应力筋阻止徐变，使砼产生拉应力，使 $\sigma_{pcII}$ 降低：

$$\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_1)A_p - \sigma_{l5} \cdot A_s}{A_0}$$

$$\sigma_{sII} = \alpha_{Es} \sigma_{pcII} + \sigma_{l5}$$

使用阶段：受力过程的三个特征点：

$$N \rightarrow N_{p0}(\sigma_c = 0) \rightarrow N_{p,cr}(\sigma_c = f_{tk}) \rightarrow N_u(f_{py})$$

加载至砼应力为零:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = 0 \\ \sigma_s = \sigma_{15} \\ \sigma_p = \sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_1 \end{array} \right.$$

$$N_{p0} = \sigma_{p0} A_p - \sigma_{cs} A_s = (\sigma_{con} - \sigma_1) A_p - \sigma_{15} A_s = \sigma_{pcII} A_0$$

式中  $N_{p0}$  —— 消压轴力，抵消截面上混凝土有效预压应力所需的轴向力。



加载至构件截面即将开裂:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = f_{tk} \\ \sigma_s = \alpha_{es} f_{tk} - \sigma_{l5} \\ \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_1 + \alpha_e f_{tk} \end{array} \right.$$

截面平衡:  $N_{p,cr} = f_{tk} A_c + \sigma_s A_s + \sigma_p A_p$

$$N_{p,cr} = (f_{tk} + \sigma_{pcII}) A_0$$

(预应力存在可以提高抗裂质)

式中  $N_{p,cr}$  —— 预应力轴拉构件即将开裂所能承受的轴向力。

加载至构件破坏：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = 0 \\ \sigma_s = f_y \\ \sigma_p = f_{py} \end{array} \right.$$

所以： $N_u = f_{py} A_c + f_y A_s$   
(应力的存在不能提高正截面承载力)

$N_u$  —— 极限承载力。



## 10.6.2 后张法构件

预应力钢筋锚固后：(完成 $\sigma_{II}$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = \sigma_{pcI} \\ \sigma_s = \alpha_{es} \sigma_{pcI} \\ \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} \end{array} \right.$$

截面平衡： $\sigma_p A_p = \sigma_c A_c + \sigma_s \cdot A_s$

$$\sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_n}$$

式中  $A_n$  —— 构件的净截面面积

$$A_n = A_0 - \alpha_e A_p = A_c + \alpha_{ec} A_s$$



完成第二批损失后：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = \sigma_{pcII} \\ \sigma_s = \alpha_{es} \sigma_{pcII} + \sigma_{l5} \text{ (压)} \\ \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l \end{array} \right.$$

截面平衡： $\sigma_p A_p = \sigma_c A_c + \sigma_s \cdot A_s$

$$\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l) A_p - \sigma_{l5} A_s}{A_n}$$

消压 (加载到混凝土应力为零)

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = 0 \\ \sigma_s = \alpha_{es} \sigma_{pcII} + \sigma_{l5} - \alpha_{es} \sigma_{pcII} = \sigma_{l5} \text{ (压)} \\ \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_e \sigma_{pcII} \end{array} \right.$$

截面平衡:  $N_{p0} = \sigma_p A_p - A_s \sigma_s$

$$= \sigma_{pcII} A_0$$



## 构件即将开裂

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = f_{tk} \\ \sigma_s = \alpha_{es} f_{tk} - \sigma_{l5} \quad (\text{拉}) \\ \sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_1 + \alpha_e \sigma_{pcII} + \alpha_e f_{tk} \end{array} \right.$$

截面平衡：
$$N_{p,cr} = \sigma_p A_p + A_s \sigma_s + A_c f_{tk}$$
$$= (\sigma_{pcII} + f_{tk}) A_0$$



构件加载达到极限承载力：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = 0 \\ \sigma_s = f_y \\ \sigma_p = f_{py} \end{array} \right.$$

$$N_u = f_{py} A_p + f_y A_s$$

作业：比较先、后张法各阶段的应力状态及公式的表达。

## 10.7 预应力混凝土轴心受拉构件的计算

### 10.7.1 使用阶段强度计算

$$r_0 N \leq N_u = f_y A_s + f_{py} A_p$$

$r_0$ ——结构重要性系数；

$N$ ——轴力设计值

式中，主要用来求 $A_p$ 和 $A_s$ ，一般按构造设 $A_s$ 求 $A_p$ 。

## 10.7.2 使用极端 裂缝验算

裂缝控制等级分为三级。

严格要求不出现裂缝的构件 (一级)  $\sigma_{sc} - \sigma_{pc} \leq 0$

$\sigma_{sc}$ ——按荷载短期效应值合求得的砼的法向应力

$$\sigma_{sc} = \frac{N_s}{A_0}$$

$\sigma_{pc}$ ——扣除全部预应力损失后的砼预压应力

$$\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l) A_p}{A_0 \text{ 或 } A_n}$$

即：在荷载短期效应组合下，不出现拉应力。

一般要求不出现裂缝的构件 (二级)

$$\text{短期效应组合: } \sigma_{sc} - \sigma_{pc} \leq \alpha_{ct} r f_{tk}$$

$$\text{长期效应组合: } \sigma_{lc} - \sigma_{pc} \leq 0$$

式中  $\alpha_{ct}$ —— 砼拉应力控制系数。

例：碳素钢丝，尾架  $\alpha_{ct} = 0.3$

$r$ —— 受拉区砼塑性影响系数。轴拉构件取1.0

$\sigma_{lc}$  —— 荷载长期效应组合下的砼法向应力。  $N_1/A$ 。

即：在荷载短期效应组合下，允许出现拉应力，但一定有限值；在荷载长期效应组合下，不允许出现拉应力。

允许开裂，但限制裂缝密度（三级）

$$w_{\max} \leq w_{\lim}$$

$$w_{\max} = \alpha_{cr} \psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s} (2.7c + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

$$\alpha_{cr} \begin{cases} \text{轴拉 } \alpha_{cr} = 2.7 \\ \text{受弯、偏压 } \alpha_{cr} = 2.1 \end{cases}$$

$$\text{偏拉 } \alpha_{cr} = 2.4$$


### 10.7.3. 施工阶段验算

先张法：放松预应力钢筋时构件承载力验算。

后张法：张拉钢筋时构件承载力验算，端部锚固区局压验算。



承载力验算：

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f'_{ck}$$

式中： $f'_{ck}$ ——放松(张拉)预应力钢筋时砼立方体抗压强度相应的抗压强度设计值，直线内插。

例：C30 × 75% 22.5在20.25中插

$\sigma_{cc}$ ——放松(张拉)钢筋时砼的预应力

先张法：
$$\sigma_{cc} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_0}$$

后张法：
$$\sigma_{cc} = \sigma_{pCl} = \frac{\sigma_{con} A_p}{A_n}$$

锚固端局即承压验算：

a. 防止局压传递段劈裂(抗裂)——局部受压区的截面尺寸要求。

$$F_l \leq 1.35 \beta_c \beta_l f_c A_{ln}$$

式中：  $F_l$ ——局部受压面上作用的局部压力  
设计值  $F_l = 1.2 \sigma_{con} A_p$

$A_{ln}$ ——局部受压净面积，从锚具边 $45^\circ$ 成拉垫板扩散至构件表面减去孔道，凹槽部分。



$\beta_l$ ——硃局压强度提高素数，“套箍”作用

$$\beta_l = \sqrt{A_b / A_1}$$

$A_1$ ——局压面积

$A_b$ ——局压时计算底面积，按同心、对称原则确定



b. 局部受压承载力计算:

为防止构件端部的局压破坏, 配方格网式或螺旋式间接钢筋。

$$F_l \leq 0.9(\beta_c \beta_l f_c + 2\alpha \rho_v \beta_{cor} f_y) A_{ln}$$

式中  $\rho_v$ ——体积配筋率

$$\rho_v = \frac{n_1 A_{s1} l_1 + n_2 A_{s2} l_2}{A_{cor} \cdot s}$$

$$\beta_{cor} = \sqrt{A_{cor} / A_1}$$



## 10.9 预应力混凝土受弯构件计算

预应力构件直至开裂前，基本处于弹性工作状态。

所以，由材力分析得：

$$\sigma_c(y) = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e_p}{I} y$$

$$\alpha = \frac{M}{I} y$$




$$N_p = N_1 + N_2$$

$$e_p = \frac{(N_1 e_1 - N_2 e_2)}{N_p}$$

若已知 $N_1, N_2, A_0, I_0, e_p$ , 即可求得各特征点的应力状态表达式。

$y$ —— 以向下为正, 向上为负



# 1. 先张法预应力受弯构件各阶段的应力分析:

放松预应力筋时:

$$\sigma_{\text{pcI}}(y) = \frac{N_{\text{pI}}}{A_0} + \frac{N_{\text{pI}}e_{\text{pI}}}{I_0} y$$

式中  $N_{\text{pI}}$  —— 已出现第一批预应力损失

$$N_{\text{pI}} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}})A_{\text{p}} + (\sigma'_{\text{con}} - \sigma'_{\text{II}})A'_{\text{p}}$$

$$e_{\text{pI}} = \frac{(\sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}})A_{\text{p}} \cdot y_{\text{p}} - (\sigma'_{\text{con}} - \sigma'_{\text{II}})A'_{\text{p}} y'_{\text{p}}}{N_{\text{pI}}}$$

在预应力钢筋合力处砼受到的法向压应力:

$$\sigma_{pcI}(y_p) = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI}e_{pI}}{I_0} \cdot y_p$$

$$\sigma'_{pcI}(y'_p) = \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI}e_{pI}}{I_0} y'_p$$

法向压应力引导卢砼压缩，同时预应力筋受压为 $\alpha_e \sigma_{pcI}$ ，所以：

$$\sigma_{pI} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_e \sigma_{pcI}(y_p)$$

$$\sigma'_{pI} = \sigma'_{con} - \sigma'_{II} - \alpha_e \sigma'_{pcI}(y'_p)$$

加载至受弯构件截面下边缘应力为零时，当外荷载作用的弯矩使截面下边缘产生的拉应力正好为  $\sigma_{pcII}(y_0)$  —— 消压状态，相应的弯矩称为消压弯矩。

$$\begin{aligned}\sigma_p(y_0) &= \sigma_{con} - \sigma_1 - \alpha_e \sigma_{pcII}(y_p) + \alpha_e \sigma_{pcII}(y_0) \\ &= \sigma_{con} - \sigma_1\end{aligned}$$



完成第二批损失之后：
$$\sigma_{pcII}(y) = \frac{N_{pII}}{A_0} + \frac{N_{pII}e_{pII}}{I_0} y$$

$N_{pII}$  —— 完成全部预应力损失后预应力钢筋的合力。

$$N_{pII} = (\sigma_{con} - \sigma_l)A_p + (\sigma'_{con} - \sigma'_l)A'_p$$

$$e_{pII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l)A_p + y_p - (\sigma'_{con} - \sigma'_l)A'_p \cdot y'_p}{N_{pII}}$$

同理：预应力钢筋的有效预应力：

$$\sigma_{pe} = (\sigma_{con} - \sigma_l - \alpha_e \sigma_{pcII}(y_p))$$

$$\sigma'_{pe} = (\sigma'_{con} - \sigma'_l - \alpha_e \sigma'_{pcII}(y'_p))$$



由材力知：

$\sigma_p(y'_0)$  进一步减少

$$\sigma_{pcII}(y_0) = \frac{M_0}{I_0} y_0$$

$$M_0 = \sigma_{pcII}(y_0) \cdot \frac{I_0}{y_0} = \sigma_{pcII}(y_0) W_0$$

式中： $W_0$ ——换算截面受拉力缘的弹性抵抗矩。

受拉区砼即将开裂时:

$$\sigma_{p,cr} = \sigma_{con} - \sigma_1 + \frac{E_s}{E'_c} f_{tk}$$

$$\therefore E'_c = 0.5E_c$$

$$\therefore \sigma_{p,cr} = \sigma_{con} - \sigma_1 + I\alpha_e f_{tk}$$

$$M_{cr} = M_0 + M_{scr} = (\sigma_{pcII} + r_m f_{tk}) W_0$$

考虑塑性开裂弯矩

$\sigma'_p$  进一步减少

$\therefore$  预应力提高了抗裂性能。

构件破坏时：

$$\sigma_{pu} = f_{py}$$

$$\sigma'_{pu} = \sigma'_{con} - \sigma'_1 - \alpha_e \sigma'_{pcII} - E_s \left( \varepsilon_{cmax} - \frac{\sigma'_{pcII}}{E_c} \right)$$

$$= \sigma'_{con} - \sigma'_1 - \alpha_e \sigma'_{pcII} - f'_{py} + \alpha_e \sigma'_{pcII}$$

$$= \sigma'_{con} - \sigma'_1 - f'_{py} \quad (\text{以拉应力的形式表达})$$

## 2. 先张法预应力混凝土受弯构件使用阶段承载力计算： 矩形截面：

$$A_s, A_s, A_p \text{ 均屈服 } \sigma'_{pu} = \sigma'_{con} - \sigma'_1 - f'_{py}$$

$$\begin{cases} M \leq \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - \alpha'_s) - \sigma'_{pe} A'_p (h_0 - \alpha'_p) \\ f_{cm} b x = f_y A_s - f'_y A'_s + f_{py} A_p + \sigma'_{pe} A'_p \end{cases}$$

适用条件：  $2\alpha' \leq x \leq \xi_b h_0$



$\alpha'$ ——纵向受压钢筋(包括预应力筋和非预应力钢筋)合力点至受压区边缘的距离，  
当 $\sigma'_{pu}$ 为拉应力时， $\alpha'$ 用 $\alpha'_s$ 代替。

$\xi_b$ ——受压力相对界限高度

对有屈服点的钢筋 (热轧钢筋和冷拉钢筋)

$$\xi_b = \frac{0.8}{1 + \frac{f_{py} - \sigma_{p0}}{\varepsilon_{cu} E_s}}$$



对无屈服点的钢筋 (钢丝、钢绞成)

$$\xi_b = \frac{\beta_1}{1 + \frac{0.002}{\varepsilon_{cu}} + \frac{f_{py} - \sigma_{p0}}{\varepsilon_{cu} E_s}}$$

$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_1$  —— 受拉区预应力钢筋合力点处砼法向应力为零时预应力钢筋的应力。



T形截面:

$x \leq h'_f$  第一类

$x > h'_f$  第二类

$$\begin{cases} M \leq \alpha_1 f_c b'_f h'_f (h_0 - \frac{h'_f}{2}) + f'_y A'_s (h_0 - \alpha'_s) - \sigma'_{pe} A'_p (h_0 - \alpha'_p) \\ f_y A_s + A_p f_{py} \leq \alpha_1 f_c b'_f h'_f + f'_y A'_s - \sigma'_{pe} A'_p \end{cases}$$

## 第一类 判别完类型后可以列出两种类型的计算公式

利用正截面承载力，计算公式要求在已知 $M$ 的条件下，确定 $A_s$ ， $A'_s$ ， $A_p$ ， $A'_p$ 。当不配 $A'_p$ 时，可按构造确定 $A_s$ ， $A'_s$ ，利用基本公式求 $x$ 和 $A_p$ ；当配置 $A'_p$ 时，可先不考虑 $A'_p$ ，并按构造确定 $A_s$ 及 $A'_s$ ，估算 $A_p$ ，再按 $A'_p = (0.15 \sim 0.25)A_p$ ，再由公式计算 $\sigma'_{pn}$ ，计算 $A_p$ 和 $A'_p$ 。





斜截面承载力计算：

受弯构件由于**预应力的存在**，**阻滞了斜裂缝**的出现和开展，增加了**砼剪压区的高度**和骨料咬合力，提高了斜截面抗剪强度 $V_p$ 。

$$\therefore V \leq V_{cs} + V_p$$

$$V_p = 0.05N_{p0}$$

$N_{p0}$ —— 计算截面上砼的法向预应力为零时，预应力钢筋和非预应力钢筋的合力。

$$N_{p0} = A_p \sigma_{p0} + A_p' \sigma_{p0}' - A_s \sigma_{ls} - A_s' \sigma_{ls}'$$



当  $N_{p0} > 0.3f_cA_0$  取  $N_{p0} = 0.3f_cA_0$

∴ 过大的压力可能降低抗剪强度

当构件同时配有箍筋和弯筋时：

$$V \leq V_{cs} + V_P + 0.8f_yA_{sb}\sin\alpha_s + 0.8f_{py}A_{pb}\sin\alpha_p$$

一般在公式中， $V_p$ 、 $V_w$ 、 $V_{wp}$ 均已确定，

按剪力设计值求得：
$$\frac{nA_{sv1}}{S}$$



### 3. 先张法预应力砼受弯构件使用阶段的裂缝控制验算： 正截面裂缝控制验算：

裂缝控制等级：

一级  $\sigma_{ck} - \sigma_{pc} \leq 0$

二级  $\sigma_{ck} - \sigma_{pc} \leq f_{tk} \quad \sigma_{cq} - \sigma_{pc} \leq 0$

三级  $w_{\max} \leq w_{\lim}$



## 斜截面抗裂验算：

主要措施是限制主拉应力和主压应力。

对于主拉应力：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{严格不裂 } \sigma_{tp} \leq 0.85f_{tk} \\ \text{一般不裂 } \sigma_{tp} \leq 0.95f_{tk} \end{array} \right.$$

对于主压应力： $\sigma_{cp} \leq 0.6f_{ck}$

## 传递长度和锚固区长度：

先张法和预应力是靠钢筋和砼之间的粘结作用传递的，因此需要一定的范围才能建立，在验算时应考虑这些因素的影响。

#### 4. 预应力砼受弯构件使用阶段的变形验算:

预应力受弯构件由于预应力的作用产生反拱(向上的挠曲变形), 在使用荷载下产生的变形要抵消一部分反拱, 所以预应力构件的变形将较普砼构件小一些。

预应力作用产生的反拱: 
$$f_{2l} = \frac{N_p e_p l^2}{8B}$$

式中  $N_{p0}$  —— 完成全部预应力损失后的预应力合力大小。

荷载作用下的挠度计算：

按最小刚度原则，按结力的方法求：

$$f_{1l} = S \frac{Ml^2}{B}$$

$$B = \frac{M_k}{(\theta - 1)M_q + M_k} B_s$$

按荷载短期效应组合计算并考虑荷载长期效应组合的影响。

变形验算： $f = f_{1l} - f_{2l} \leq [f]$

## 5. 预应力混凝土受弯构件施工阶段验算:

$\sigma_{cc}$ 、 $\sigma_{ct}$ 是考虑与制作和运输、吊装阶级数一致时的最大拉应力和压应力。

例：先张法构件：

制作阶级：

$$\sigma_{ct} = \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI}l_0}{I_0} y'_0 \quad \sigma_{cc} = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI}l_0}{I_0} y_0$$

运输及安装阶级：

$$\sigma_{ct} = \frac{N_{pII}}{A_0} - \frac{N_{pII}l_0}{I_0} y'_0 - 1.5 \frac{M_{in}}{I_0} y'_0$$
$$\sigma_{cc} = \frac{N_{pII}}{A_0} + \frac{N_{pII}l_0}{I_0} y_0 + 1.5 \frac{M_{in}}{I_0} y_0$$

## 不允许出现裂缝的构件

$$\sigma_{ct} \leq 1.0f'_{tk} \quad \sigma_{cc} \leq 0.8f'_{ck}$$

当预拉区允许开裂构件，当预拉区  
不配置预应力钢筋时

$$\sigma_{ct} \leq 2.0f'_{tk} \quad \sigma_{cc} \leq 0.8f'_{ck}$$

