

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的九名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0\}$
 D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| = (\quad)$

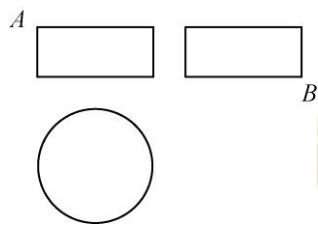
- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例. 得到如下饼图:

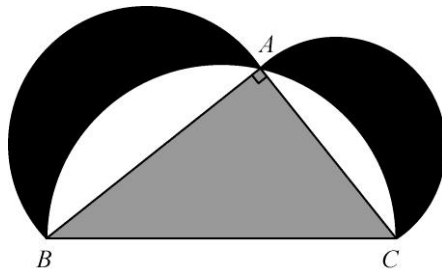


则下面结论中不正确的是 ()

- A. 新农村建设后, 种植收入减少
- B. 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $3S_3 = S_2 + S_4$, $a_1 = 2$, 则 $a_3 =$ ()
- A. -12 B. -10 C. 10 D. 12
5. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()
- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ()
- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
7. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图所示, 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ()
- 
- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2
8. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$ ()
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = f(x) + x + a$ (), 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是
- A. $[-1, 0)$ B. $[, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC ，直角边 AB ， AC ， $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为 I，黑色部分记为 II，其余部分记为 III，在整个图形中随机取一点，此点取自 I，II，III 的概率分别记为 p_1 ， p_2 ， p_3 ，则 ()



- A. $p_1 = p_2$ B. $p_1 = p_3$ C. $p_2 = p_3$ D. $p_1 = p_2 + p_3$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ ， O 为坐标原点， F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M ， N 。若 $\triangle OMN$ 为直角三角形，则 $|MN| =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & y > 0 \end{cases}$ ，则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

二、填空题 (本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$ ，若 $f(3) = 1$ ，则 $a =$ _____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 _____.

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点，则 $|AB| =$ _____.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$ ，

$b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题(共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。)

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$, 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$.

(1) 求 b_1, b_2, b_3 ;

(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;

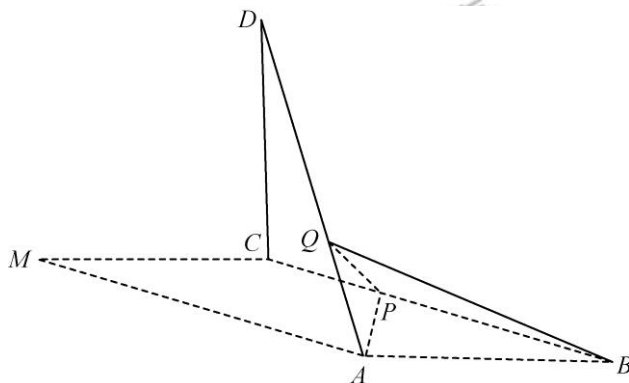
(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分)

在平面四边形 $ABCM$ 中, $AB = AC = 3$, $\angle ACM = 90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.

(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BQ = DQ = \frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



19. (12分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

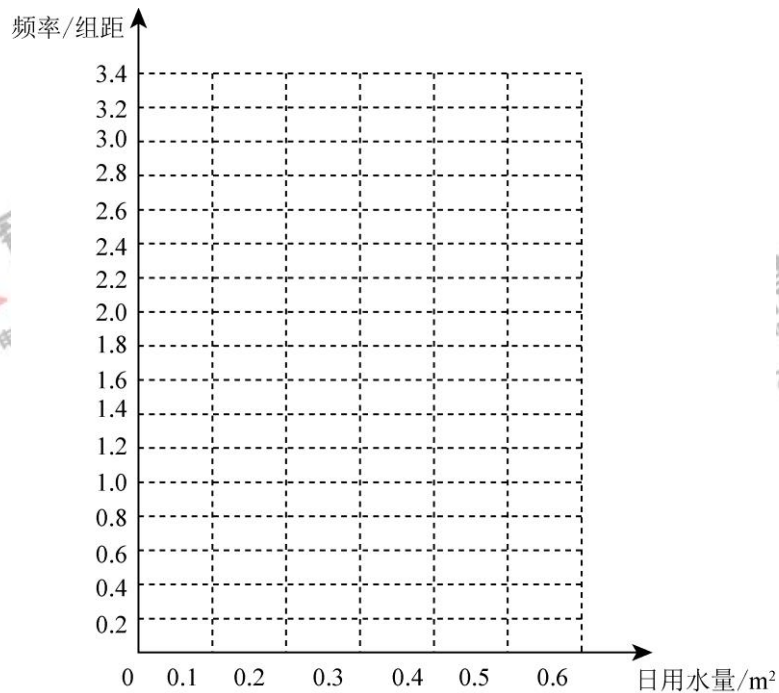
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	1	3	13	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



- (2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35m^3 的概率；
- (3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表。）

20. (12 分)

设摆好抛物线 $C: y^2 = 2x$ ，点 $A(2, 0)$ ， $B(-2, 0)$ ，过点 A 的直线 l 与 C 交于 M ， N 两点。

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时，求直线 BM 的方程；
- (2) 证明： $\angle ABM = \angle ABN$ 。

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$ 。

- (1) 油麦菜 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点。求 a ，并求 $f(x)$ 的单调区间；
- (2) 证明：当 $a \geq \frac{1}{e}$ ， $f(x) \geq 0$ 。

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho\cos\theta - 3 = 0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.