2017—2018学年上学期期末考试

高中二年级　理科数学 参考答案

一、选择题：

CBCBC　CDADA　BB

二、填空题：

13. $\sqrt{13}$;　　14. 6；　　15. $\sqrt{14}$;　　16.③.

三、解答题：

17. 解：p 真：若方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的负根，则 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0,\\ m>0.\end{cases}$

解得 $m>2.$　　……………3 分

q 真：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根，则 $16(m-2)^2-16<0$，

解得 $1<m<3.$　　…………6 分

因为"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，所以 p, q 一真一假.

故 $\begin{cases}m>2,\\ m\le 1或m\ge 3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m\le 2,\\ 1<m<3,\end{cases}$

解得 $1<m\le 2或m\ge 3.$ ………………………………………10 分

18. 解：（1）由题意可得 $a_2\cdot a_6=a_3^2$，又因为 $a_1=-1$，

$\therefore (-1+d)\cdot(-1+5d)=(-1+2d)^2,$

$\therefore d=2.$ ………… ………………………………………………2 分

$\therefore a_n=2n-3$；$s_n=n^2-2n.$ ……………………………… 4 分

（2）$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(2n-3)(2n-1)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n-3}-\dfrac{1}{2n-1}),$ ………6 分

$\therefore T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{1}{2}[(\dfrac{1}{-1}-\dfrac{1}{1})+(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3})+\cdots+(\dfrac{1}{2n-3}-\dfrac{1}{2n-1})]$ ………8 分

$=\dfrac{1}{2}(-1-\dfrac{1}{2n-1})=-\dfrac{n}{2n-1}.$　　…………………12 分

19 解：（1）由题意得 $f(n)=14.4+(0.2+0.4+0.6+\cdots+0.2n)+0.9n$ ………3 分

$=14.4+\dfrac{0.2n(n+1)}{2}+0.9n=0.1n^2+n+14.4.$　　………6 分

（2）设该车的年平均费用为 S 万元，则有

$S=\dfrac{1}{n}f(n)=\dfrac{1}{n}(0.1n^2+n+14.4)$　　…………8 分

$=\dfrac{n}{10}+\dfrac{14.4}{n}+1\geq 2\sqrt{1.44}+1=3.4.$ ………10 分

当且仅当$\dfrac{n}{10}=\dfrac{14.4}{n}$，即$n=12$时，等号成立，即$S$取最小值3.4万元. ……11 分

答：这种汽车使用12年报废最合算，年平均费用的最小值是3.4万元. ………12 分

20 解：（1）因为$c\cdot\cos B+(b-2a)\cos C=0$，由正弦定理得：

$\sin C\cdot\cos B+(\sin B-2\sin A)\cos C=0$． ……2 分

$\sin C\cdot\cos B+\sin B\cdot\cos C=2\sin A\cdot\cos C,$

$\therefore\sin(B+C)=2\sin A\cdot\cos C.$……………………4 分

在ΔABC中，$\because\sin(B+C)=\sin A\neq 0,$

$\therefore\cos C=\dfrac{1}{2}.$……………………………………5 分

又$\because C\in(0,\pi),\ \therefore C\in\dfrac{\pi}{3}.$……………………………………………6 分

（2）在ΔABC中，由$\cos A=\dfrac{1}{7}$，得$\sin A=\dfrac{4\sqrt{3}}{7},$

则$\sin B=\sin(A+C)=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}.$………………8 分

由正弦定理得$\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{7}{5}$．

设$c=7x$，$b=5x$，在ΔACD中，由余弦定理得：

$CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cos A$，则

$\dfrac{129}{4}=25x^2+\dfrac{1}{4}\times 49x^2-2\times 5x\times\dfrac{1}{2}\times 7x\times\dfrac{1}{7}$，解得$x=1$，………………10 分

即$c=7,b=5$，……11 分,

故$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=10\sqrt{3}$． ……12 分

21 解:（1）$\because CD^2=BC^2+BD^2,\therefore BC\perp BD.$

又$\because PD\perp$底面$ABCD,\therefore PD\perp BC.$ …………2 分

又$\because PD\cap BD=D\ \therefore BC\perp$平面$PBD.$

而$BC\subset$平面$PBC,\therefore$平面$PBC\perp$平面$PBD.$ …………4 分

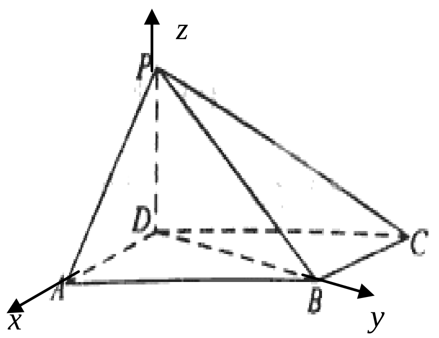
（2）由（1）所证，$BC\perp$平面$PBD.$

所以$\angle PBD$即为二面角$P-BC-D$的平面角，即$\angle PBD=\dfrac{\pi}{4}.$

而$BD=2\sqrt{3}$，所以$PD=2\sqrt{3}.$

因为底面 $ABCD$ 为平行四边形，所以 $DA\perp DB$，

分别以 DA、DB、DP 为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系．……6 分



则 $A(2,0,0)$，$B(0,2\sqrt{3},0)$，$C(-2,2\sqrt{3},0)$，$P(0,0,2\sqrt{3})$，

所以，$\overrightarrow{AP}=(-2,0,2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$，$\overrightarrow{BP}=(0,-2\sqrt{3},2\sqrt{3})$，…………8 分

设平面 PBC 的法向量为 $\vec{n}=(a,b,c)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{BC}=0,\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{BP}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-2a=0,\\ -2\sqrt{3}b+2\sqrt{3}c=0.\end{cases}$

令 $b=1$，则 $c=1,a=0$　所以 $\vec{n}=(0,1,1)$.　　…………10 分

$\therefore AP$ 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\sin\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{AP}\bullet\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AP}\right|\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$……..12分

22. 解：(1) 由题意得：$|MF_1|+|MF_2|=|MF_1|+|MP|=|F_1P|=2\sqrt{2}>|F_1F_2|=2,$

$\therefore$ 点 M 的轨迹 C 为以 F_1,F_2 为焦点的椭圆．………………………2 分

$\because 2a=2\sqrt{2},2c=2,\ \therefore a=\sqrt{2},b^2=a^2-c^2=1.$

$\therefore$ 点 M 的轨迹 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$．……………………………………4 分

(2) 当直线 l 的斜率存在时，可设其方程为 $y=kx+\dfrac{1}{3}$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),$

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\\ y=kx+\dfrac{1}{3}\end{cases}$ 可得 $9(1+2k^2)x^2+12kx-16=0.$

由求根公式可得：

$x_1+x_2=-\dfrac{4k}{3(1+2k^2)},x_1\cdot x_2=-\dfrac{16}{9(1+2k^2)}$…………………………6 分

假设在 y 轴上是否存在定点 $Q(0,m)$，使以 AB 为直径的圆恒过这个点，

则 $\overrightarrow{AQ}\perp\overrightarrow{BQ}$ 即 $\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{BQ}=0$.

$\because \overrightarrow{AQ}=(-x_1,m-y_1),\overrightarrow{BQ}=(-x_2,m-y_2),$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{BQ}&=x_1x_2+(m-y_1)(m-y_2)\\&=x_1x_2+(m-kx_1-\frac{1}{3})(m-kx_2-\frac{1}{3})\\&=(1+k^2)x_1x_2+k(\frac{1}{3}-m)(x_1+x_2)+m^2-\frac{2m}{3}+\frac{1}{9}\end{aligned}$$ ………………8 分

$$=-\frac{16(1+k^2)}{9(1+2k^2)}-\frac{12k^2(\frac{1}{3}-m)}{9(1+2k^2)}+m^2-\frac{2m}{3}+\frac{1}{9}$$

$$=\frac{(18m^2-18)k^2+(9m^2-6m-15)}{9(1+2k^2)}=0.$$

由 $\begin{cases}18m^2-18=0,\\9m^2-6m-15=0,\end{cases}$ 解得： $m=-1.$

$\therefore$ 在 y 轴上存在定点 $Q(0,-1)$，使以 AB 为直径的圆恒过这个点. ………11 分

当直线 l 的斜率不存在时，经检验可知也满足以 AB 为直径的圆恒过这个点 $Q(0,-1)$.

因此，在 y 轴上存在定点 $Q(0,-1)$，使以 AB 为直径的圆恒过这个点…………12 分