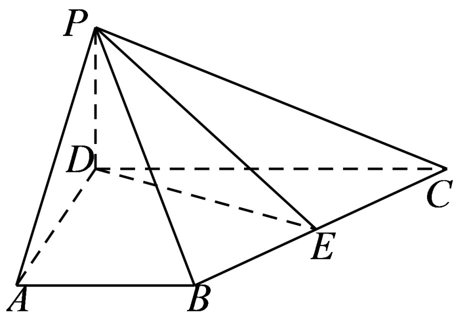
共 10 题，120 分

课后作业

一、课后作业

1 （12分）如图，四边形$ABCD$为梯形，$AB//CD$，$PD\perp$平面$ABCD$，$\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$，$DC=2AB=2a$，$DA=\sqrt{3}a$，$E$为$BC$中点.



（1）（4分）求证：平面$PBC\perp$平面PDE.

（2）（8分）线段PC上是否存在一点F，使$PA//$平面BDF？若存在，请求出具体位置，并进行证明；若不存在，请分析说明理由.

答案 （1）证明见解析.

（2）存在；

证明见解析.

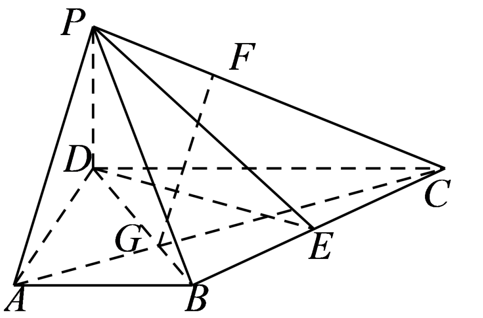
解析 （1）如图，连接DB，$DB=2a=DC$，

$\because E$为BC中点，$\therefore DE\perp BC$，

又$PD\perp$平面$ABCD$，$\therefore PD\perp BC$，

$\therefore BC\perp$平面PDE，$\therefore$平面$PBC\perp$平面PDE.

（2）如图，连接AC交BD于G，



有$\triangle ABG \backsim \triangle CDG$，$\dfrac{AG}{GC}=\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{1}{2}$，

在PC上取点F使$\dfrac{PF}{CF}=\dfrac{AG}{CG}=\dfrac{1}{2}$，则有$\triangle CFG \backsim \triangle CPA$，

$\therefore FG//PA$，$\therefore PA//$平面BDF.

考点

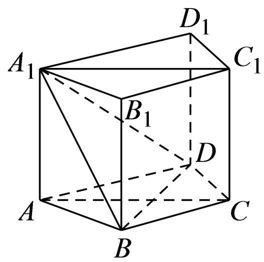
—立体几何初步

—基本图形位置关系

└空间中的垂直

└空间中的平行

2 （12分）如图，在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$\angle BAD=60°$，$AB=BD$，$BC=CD$.



（1）（4分）求证：平面$ACC_1A_1\perp$平面A_1BD.

（2）（8分）若$AB=AA_1=2$，求三棱锥B_1-A_1BD的体积.

答案 （1）证明见解析.

（2）$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

解析 （1）因为$AB=BD$，$\angle BAD=60°$，

所以$\triangle ABD$为正三角形，

所以$AB=AD$，

又$CB=CD$，AC为公共边，

所以$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，

所以$\angle CAD=\angle CAB$，

所以$AC\perp BD$.

又$AC\cap AA_1=A$，

所以$BD\perp$平面ACC_1A_1.

又$BD\subset$平面A_1BD，

所以平面$ACC_1A_1\perp$平面A_1BD.

（2）因为$AA_1//BB_1$，

所以$V_{B_1-A_1BD}=V_{A_1-BB_1D}=V_{A-BB_1D}$.

由（1）知$AC\perp BD$，

又四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为直棱柱，

所以$BB_1\perp$平面$ABCD$，$BB_1\perp AC$，

又$BD\cap BB_1=B$，

所以$AC\perp$平面BB_1D.

记$AC\cap BD=O$，

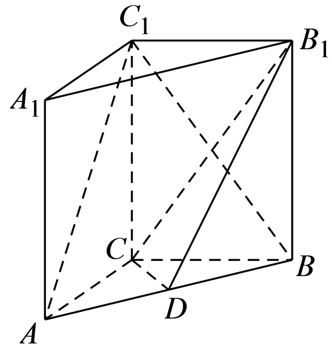
则$V_{A-BB_1D}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle BB_1D}\cdot AO=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times2\right)\times\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以三棱锥B_1-A_1BD的体积为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

考点 —立体几何初步

- 基本立体图形
  - 空间几何体的体积、表面积
- 基本图形位置关系
  - 空间中的垂直

（12分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，三角形ABC为等腰直角三角形，$AC=BC=\sqrt{2}$，$AA_1=1$，点D是AB的中点.



（1）（4分）求证：$AC_1//$平面CDB_1.

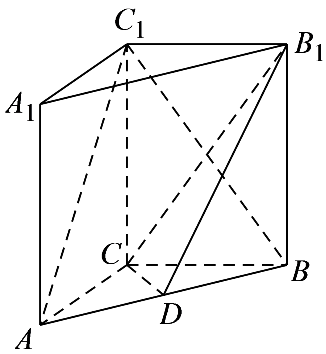
（2）（8分）二面角B_1-CD-B的平面角的大小.

答案 （1）证明见解析.

（2）$45°$.

解析 （1）在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，设$BC_1\cap B_1C=E$，

则E为BC_1的中点，连接ED，



$\because D$为AB的中点，

$\therefore ED//AC$，

又$\because ED\subset$平面CDB_1，$AC_1\not\subset$平面CDB_1，

$\therefore AC_1//$平面CDB_1.

（2）$\because\triangle ABC$中，$AC=BC$，D为AB中点，

$\therefore CD\perp AB$，

又$\because BB_1\perp$平面ABC，$CD\subset$平面ABC，

$\therefore BB_1 \perp CD$，又$AB \cap BB_1 = B$,

$\therefore CD \perp$平面ABB_1A_1，

$\because B_1D \subset$平面ABB_1A_1，$AB \subset$平面ABB_1A_1，

$\therefore CD \perp B_1D$，$CD \perp AB$,

$\therefore \angle B_1DB$为二面角$B_1 - CD - B$的平面角，

$\because$三角形ABC中，$AB = 2$,

$\therefore BD = 1$，在$\mathrm{Rt}_{\triangle B_1BD}$中，$\tan \angle B_1BD = \dfrac{B_1B}{BD} = 1$，

$\therefore \angle B_1BD = 45°$，

$\therefore$二面角$B_1 - CD - B$的平面角的大小为$45°$.

考点 ─立体几何初步

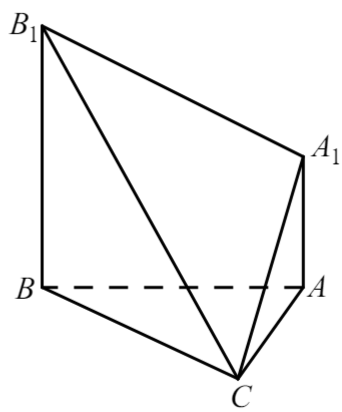
├基本图形位置关系

└空间中的平行

└空间中的基本事实与定理

└空间中的垂直

4 （12分）已知某几何体如图所示，$AA_1 \perp$平面ABC，$BB_1 // AA_1$，$\triangle ABC$是边长为2的正三角形$AA_1 = 3$，$BB_1 = 6$，点E、F分别是BC、A_1C的中点.



（1）（3分）求证：$EF //$平面A_1B_1BA.

（2）（4分）求证：平面$AEA_1 \perp$平面BCB_1.

（3）（5分）求该几何体的体积.

答案 （1） 答案见解析.

（2） 答案见解析.

（3） 答案见解析.

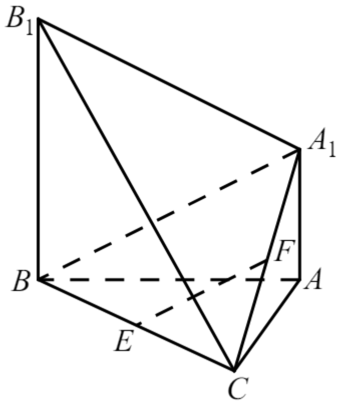
解析 （1） 连接A_1B，在$\triangle A_1BC$中

$\because E$和F分别是BC，A_1C中点

$\therefore EFA_1B$.

又$\because A_1B\subset$平面A_1B_1BA，$EF\not\subset$平面A_1B_1BA，

$\therefore EF//$平面A_1B_1BA.



（2） $\because AB=AC$，E为BC中点，

$\therefore AE\perp BC$

$\because AA_1\perp$平面ABC，BB_1AA_1，

$\therefore BB_1\perp$平面ABC，

$\therefore BB_1\perp AE$，

又$\because BC\cap BB_1=B$，

$\therefore AE\perp$平面BCB_1，

又$\because AE\subset$平面AEA_1，

$\therefore$平面$AEA_1\perp$平面BCB_1.

（3） 过点C作$CG\perp AB$于点G，

$\because AA_1\perp$平面ABC，$CG\subset$平面ABC，

$\therefore AA_1\perp CG$，

又$\because CG\perp AB$，

$\therefore CG\perp$平面AA_1B_1B.

即$CG\perp$平面A_1B_1A,

$V=V_{B_1-ABC}+V_{C-AA_1B_1}$，$CG=\sqrt{3}$,

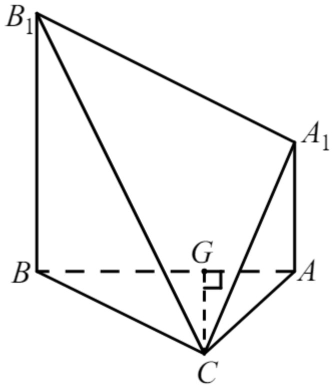
$V_{B_1-ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot h\cdot S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{3}\times 6\times\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$,

$V_{C-AA_1B_1}=\dfrac{1}{3}\cdot CG\cdot S_{\triangle AA_1B_1}$，$S_{\triangle AA_1B}+S_{\triangle ABB_1}=S_{\triangle A_1B_1M}+S_{\triangle AA_1MB}$.

$S_{\triangle AA_1B}+\dfrac{1}{2}\times 6\times 2=\dfrac{1}{2}\times 3\times 2+3\times 2$，$S_{\triangle AA_1B}=3$.

$\therefore V_{C-AA_1B_1}=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times 3=\sqrt{3}$.

$\therefore V=V_{B_1-ABC}+V_{C-AA_1B_1}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.



考点

—立体几何初步

—基本图形位置关系

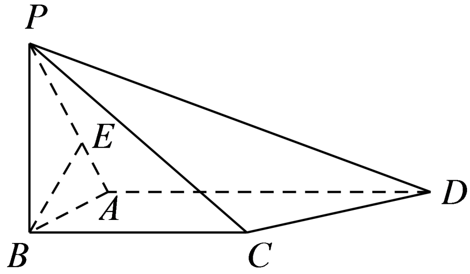
└空间中的垂直

└空间中的平行

—基本立体图形

└空间几何体的体积、表面积

5 （12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，$AB\perp BC$，$AD//BC$，$AD=3$，$PA=BC=2AB=2$，$PB=\sqrt{3}$.



（1） （3分）求证：$BC \perp PB$.

（2） （4分）求二面角$P-CD-A$的余弦值.

（3） （5分）若点E在棱PA上，且$BE//$平面PCD，求线段BE的长.

答案 （1） 证明见解析.

（2） $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

（3） $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

解析 （1） 证明：因为平面$PAB \perp$平面$ABCD$，

且平面$PAB \cap$平面$ABCD = AB$，

因为$BC \perp AB$，且$BC \subset$平面$ABCD$

所以$BC \perp$平面PAB.

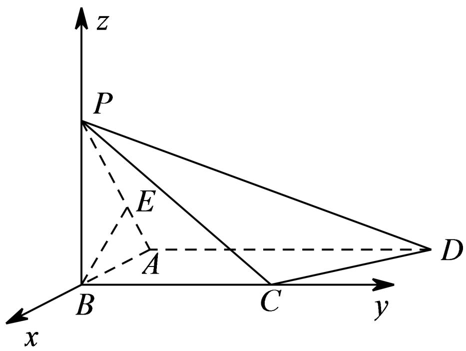
因为$PB \subset$平面PAB，

所以$BC \perp PB$.

（2） 解：在$\triangle PAB$中，因为$PA = 2$，$PB = \sqrt{3}$，$AB = 1$，

所以$PA^2 = AB^2 + PB^2$，所以$PB \perp AB$.

所以，建立空间直角坐标系$B-xyz$如图所示.



所以$A(-1,0,0)$，$B(0,0,0)$，$C(0,2,0)$，

$D(-1,3,0)$，$P(0,0,\sqrt{3})$，

$\overrightarrow{CD}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{PC}=(0,2,-\sqrt{3})$.

易知平面$ABCD$的一个法向量为$\vec{n}=(0,0,1)$.

设平面PCD的一个法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}x=y\\ 2y=\sqrt{3}z\end{cases}$，

令$z=2$，则$\vec{m}=(\sqrt{3},\sqrt{3},2)$.

设二面角$P-CD-A$的平面角为α，可知α为锐角，

则$\cos\alpha=|\cos<\vec{n},\vec{m}>|=\dfrac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}=\dfrac{2}{\sqrt{3+3+4}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，

即二面角$P-CD-A$的余弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

（3）因为点E在棱PA，所以$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AP}$，$\lambda\in[0,1]$.

因为$\overrightarrow{AP}=\left(1,0,\sqrt{3}\right)$，

所以$\overrightarrow{AE}=\left(\lambda,0,\sqrt{3}\lambda\right)$，$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\left(\lambda-1,0,\sqrt{3}\lambda\right)$.

又因为$BE//$平面PCD，$\vec{m}$为平面PCD的一个法向量，

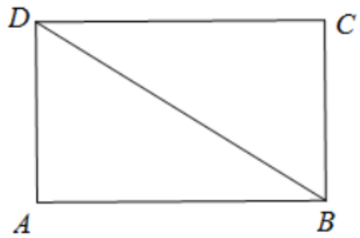
所以$\overrightarrow{BE}\cdot\vec{m}=0$，即$\sqrt{3}\left(\lambda-1\right)+2\lambda=0$，所以$\lambda=\dfrac{1}{3}$.

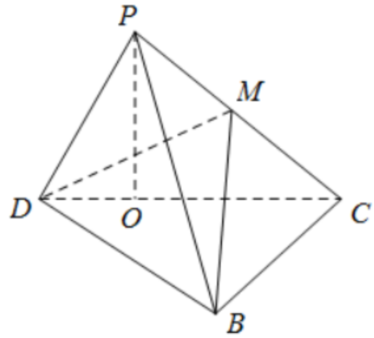
所以$\overrightarrow{BE}=\left(-\dfrac{2}{3},0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，所以$BE=\left|\overrightarrow{BE}\right|=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

考点

- 立体几何初步
  - 基本图形位置关系
    - 空间中的基本事实与定理
    - 空间中的垂直
    - 空间中的平行
- 空间向量与立体几何
  - 空间直角坐标系
  - 空间向量及其运算
  - 空间向量的应用

6 （12分） 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=6$， $BC=2\sqrt{3}$， 沿对角线BD将三角形ABD向上折起，使点A移至点P，且点P在平面BCD上的射影O在DC上.





（1） （3分）求证：$BC\perp PD$.

（2） （4分）判断$\triangle PDC$是否为直角三角形，并证明.

（3） （5分）若M为PC的中点，求二面角$B-DM-C$的大小.

答案 （1） 证明见解析

（2） $\triangle PDC$是直角三角形；证明见解析；

（3） $\frac{\pi}{3}$.

解析 （1） $\because$点P在平面BCD上的射影O在DC上，

$\therefore PO\perp BC$，

$\because BC\perp CD$，$PO\cap CD=O$，

$\therefore BC\perp$平面PDC，

$\because PD\subset$平面PBC，

$\therefore PD\perp BC$.

（2） $\triangle PDC$是直角三角形，

$\because BC\perp PD$，$PD\perp PB$，$BC\cap PB=B$，

$\therefore PD\perp$平面PBC，

$\therefore PD\perp PC$，

$\therefore \triangle PDC$是直角三角形.

（3） 以平行于BC的直线为x轴，OC为y轴，OP为z轴建立空间之间坐标系，

易知，$\overrightarrow{DB}=\left(2\sqrt{3},6,0\right)$，$\overrightarrow{DM}=\left(0,4,\sqrt{2}\right)$，

设平面DBM的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=2\sqrt{3}x+6y=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{DM}=4y+\sqrt{2}z=0\end{cases}$，取$x=\sqrt{3}$，得

$\vec{n}=\left(\sqrt{3},-1,2\sqrt{2}\right)$，

又$\vec{m}=(1,0,0)$，

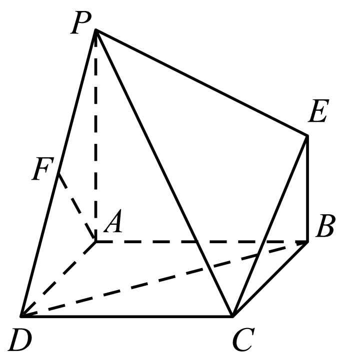
$\therefore\cos\langle\vec{n},\vec{m}\rangle=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$二面角$M-DB-C$的大小为$\dfrac{\pi}{3}$.

考点

- 空间向量与立体几何
  - 空间向量的应用
- 立体几何初步
  - 基本图形位置关系
    - 空间中的垂直

7 （12分）如图，四边形$ABCD$是正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，$EB//PA$，$AB=PA=4$，$EB=2$，F为PD的中点.



（1）（3分）求证：$AF\perp PC$.

（2）（4分）求证：$BD//$平面PEC.

（3）（5分）求二面角$D-PC-E$的大小.

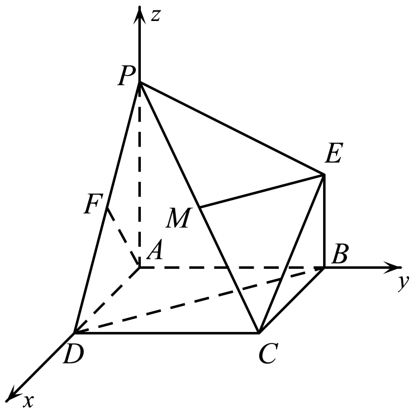
答案 （1）证明见解析.

（2）证明见解析.

（3）$\dfrac{5\pi}{6}$.

解析 （1）证明：依题意，$PA\perp$平面$ABCD$.

如图，以A为原点，分别以$\overrightarrow{AD}$、$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AP}$的方向为x轴、y轴、z轴的正方向建立空间直角坐标系.



依题意，可得$A(0,0,0)$，$B(0,4,0)$，$C(4,4,0)$，$D(4,0,0)$，$P(0,0,4)$，$E(0,4,2)$，$F(2,0,2)$.

因为$\overrightarrow{AF}=(2,0,2)$，$\overrightarrow{PC}=(4,4,-4)$，

所以$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{PC}=8+0+(-8)=0$.

所以$AF\perp PC$.

（2）证明：取PC的中点M，连接EM.

因为$M(2,2,2)$，$\overrightarrow{EM}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{BD}=(4,-4,0)$，

所以$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{EM}$，

所以$BD//EM$.

又因为$EM\subset$平面PEC，$BD\not\subset$平面PEC，

所以$BD//$平面PEC.

（3）解：因为$AF\perp PD$，$AF\perp PC$，

$PD\cap PC=P$，

所以$AF\perp$平面PCD，故$\overrightarrow{AF}=(2,0,2)$为平面$PCD$的一个法向量.

设平面PCE的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

因为$\overrightarrow{PC}=(4,4,-4)$，$\overrightarrow{PE}=(0,4,-2)$，

所以$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}4x+4y-4z=0,\\ 4y-2z=0,\end{cases}$

令$y=-1$，得$x=-1$，$z=-2$，故$\vec{n}=(-1,-1,-2)$.

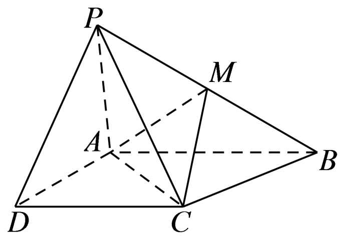
所以$\cos<\overrightarrow{AF},\vec{n}>=\dfrac{-2-0-4}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以二面角$D-PC-E$的大小为$\frac{5\pi}{6}$.

考点

- 空间向量与立体几何
  - 空间直角坐标系
  - 空间向量的应用
  - 空间向量及其运算
- 立体几何初步
  - 基本图形位置关系
    - 空间中的基本事实与定理
    - 空间中的平行
    - 空间中的垂直

8 （12分）如图所示，已知四棱锥$P-ABCD$的底面为直角梯形，$AB//CD$，$\angle DAB=90^\circ$，$PA\perp$底面$ABCD$，且$PA=AD=DC=1$，$AB=2$，M是PB的中点.



（1） （3分）求证：平面$PAD\perp$平面PCD.

（2） （4分）求AC与PB所成角的余弦值.

（3） （5分）求二面角$A-MC-B$的余弦值.

答案 （1） 证明见解析.

（2） $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

（3） $-\frac{2}{3}$.

解析 （1） 证明：$\because PA\perp$底面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，

$\therefore PA\perp CD$，

又$\because \angle DAB=90^\circ$，$AB//CD$，

$\therefore CD\perp AD$，

$\because AD\cap PA=A$，

$\therefore CD\perp$平面PAD，

又$\because CD\subset$平面PCD，

$\therefore$平面$PAD\perp$平面PCD.

（2） 如图所示，以A为坐标原点，AD，AB，AP为x，y，z轴，

建立空间直角坐标系，

则$A(0,0,0)$，$B(0,2,0)$，$C(1,1,0)$，$D(1,0,0)$，$P(0,0,1)$，$M\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{AC}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{PB}=(0,2,-1)$，

$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{PB}=2$，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{PB}|=\sqrt{5}$，

$\therefore \cos\left\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{PB}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{PB}|}=\frac{2}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

（3） 在MC上取一点$N(x,y,z)$，则存在使$\overrightarrow{NC}=\lambda\overrightarrow{MC}$，

$\overrightarrow{NC}=(1-x,1-y,-z)$，$\overrightarrow{MC}=\left(1,0,-\frac{1}{2}\right)$，

$\therefore x=1-\lambda$，$y=1$，$z=\frac{1}{2}\lambda$，

要使$AN\perp MC$，只需$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，

即$x-\frac{1}{2}z=0$，

解得$\lambda=\frac{4}{5}$，

可知当$\lambda=\frac{4}{5}$时，N点坐标为$\left(\frac{1}{5},1,\frac{2}{5}\right)$，

使$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，

此时，$\overrightarrow{AN}=\left(\frac{1}{5},1,\frac{2}{5}\right)$，$\overrightarrow{BN}=\left(\frac{1}{5},-1,\frac{2}{5}\right)$，

有$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，

由$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{MC}=0$，

得$AN\perp MC$，$BN\perp MC$，

$\therefore \angle ANB$为所求二面角$A-MC-B$的平面角，

$\because |\overrightarrow{AN}|=\frac{\sqrt{30}}{5}$，$|\overrightarrow{BN}|=\frac{\sqrt{30}}{5}$，$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BN}=-\frac{4}{5}$，

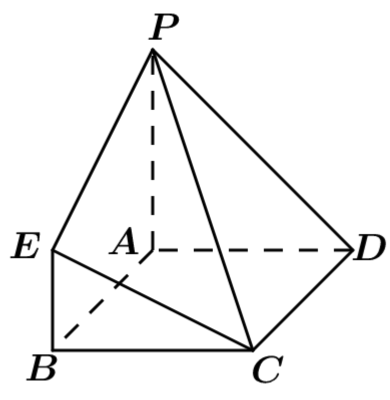
$\therefore \cos\left\langle \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN} \right\rangle = \dfrac{\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BN}}{|\overrightarrow{AN}||\overrightarrow{BN}|} = -\dfrac{2}{3}$,

$\therefore$所求的二面角的余弦值为$-\dfrac{2}{3}$.

考点

- 立体几何初步
  - 基本图形位置关系
    - 空间中的基本事实与定理
    - 空间中的垂直
- 空间向量与立体几何
  - 空间向量及其运算
  - 空间向量的应用
  - 空间直角坐标系

9 （12分）在如图所示的几何体中，四边形$ABCD$为正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA//BE$，$AB = PA = 4$，$BE = 2$.



（1）（3分）求证：$CE//$平面PAD；

（2）（4分）求PD与平面PCE所成角的正弦值；

（3）（5分）在棱AB上是否存在一点F，使得平面$DEF\perp$平面PCE？如果存在，求$\dfrac{AF}{AB}$的值；如果不存在，说明理由.

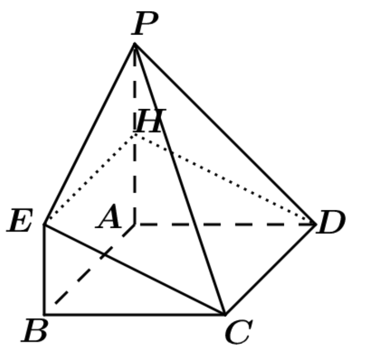
答案 （1） 证明见解析.

（2） $\sin\alpha=\left|\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}}{|\vec{n}|\left|\overrightarrow{PD}\right|}\right|=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

（3） 证明见解析.

解析 （1） 取PA中点H，连接EH，DH，

则四边形$EHDC$为平行四边形$\therefore EC//DH$，$DH\subset PADEC\not\subset PAD\therefore CE//$平面$PAD$.



（2） 建立如图所示的空间直角坐标系，则

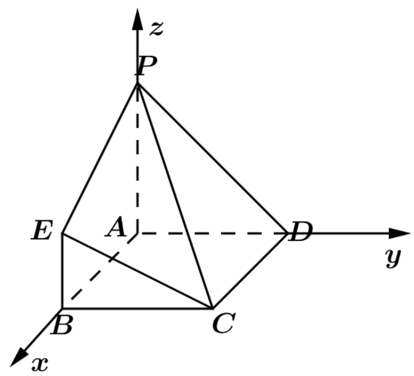
$A(000)$，$B(400)$，$C(440)$，$D(040)$，$P(004)$，$E(402)$

$\overrightarrow{PE}=(40-2)$， $\overrightarrow{PC}=(44-4)$，$\overrightarrow{PD}=(04-4)$ 设平面PCE的法向量为$\vec{n}=(x$，y，$z)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}4x-2z=0\\ 4x+4y-4z=0\end{cases}$，即$\begin{cases}z=2x\\ y=x\end{cases}$，

令$x=1$，则$\vec{n}=(1$，1，$2)$,

设PD与平面PCE所成的角为α，则$\sin\alpha=\left|\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}}{|\vec{n}|\left|\overrightarrow{PD}\right|}\right|=\frac{\sqrt{3}}{6}$.



（3） 设$F(x_0, 0, 0)$，则$\overrightarrow{ED}=(-4, 4, -2)$，$\overrightarrow{EF}=(x_0-4, 0, -2)$ 设平面DEF的法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x, y, z)$，则

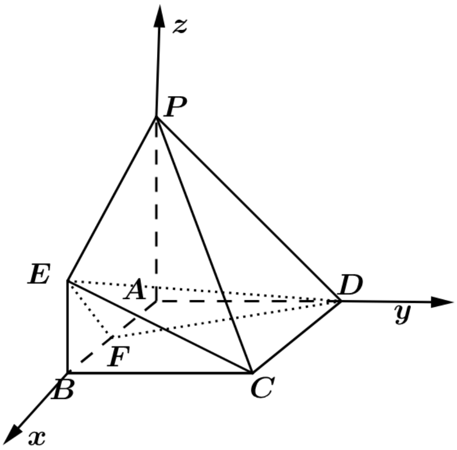
$$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{ED}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{EF}=0\end{cases}，即\begin{cases}-4x+4y-2z=0\\ (x_0-4)x-2z=0\end{cases},$$

令$z=2$，则$\overrightarrow{n_1}=(\frac{4}{x_0-4}, \frac{x_0}{x_0-4}, 2)$，

$\because$平面$DEF\perp$平面PCE

$\therefore \vec{n}\cdot\overrightarrow{n_1}=0$，即$\frac{4}{x_0-4}+\frac{x_0}{x_0-4}+4=0$，即$x_0=\frac{12}{5}$，即$F(\frac{12}{5}, 0, 0)$，

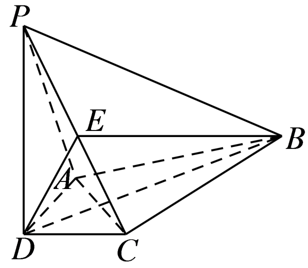
$\therefore \frac{AF}{AB}=\frac{3}{5}$



考点

- 空间向量与立体几何
  - 空间向量的应用
- 立体几何初步
  - 基本图形位置关系
    - 空间中的平行
    - 空间中的垂直

10 （12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，$AD\perp DC$，DB平分$\angle ADC$，E为PC的中点，$AD=CD=1$，$DB=2\sqrt{2}$，$PD=2$.



（1）（3分）证明：$PA//$平面BDE.

（2）（4分）证明：$AC\perp$平面PBD.

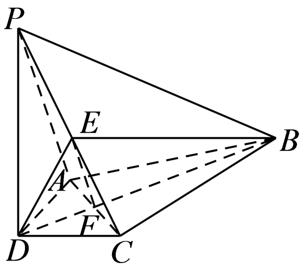
（3）（5分）求三棱锥$B-ADE$的体积.

答案 （1）证明见解析.

（2）证明见解析.

（3）$\frac{1}{3}$.

解析 （1）证明：如图，设$AC\cap BD=F$，连接EF，



$\because AD=CD$，且DB平分$\angle ADC$，

$\therefore F$为AC的中点，

又$\because E$为PC的中点，

$\therefore EF$为$\triangle PAC$的中位线，

$\therefore PA//EF$，

又$\because EF\subset$平面BDE，$PA\not\subset$平面BDE，

$\therefore PA//$平面BDE.

（2）证明：$\because AD=CD$，且DB平分$\angle ADC$，

$\therefore AC\perp BD$，

又$PD\perp$平面$ABCD$，$AC\subset$平面$ABCD$，

$\therefore PD\perp AC$，

又$\because PD\cap BD=D$，且$PD\subset$平面PBD、$BD\subset$平面PBD，

$\therefore AC\perp$平面PBD.

（3）$\because AD\perp CD$，$AD=CD=1$，

$\therefore AC=\sqrt{2}$，

由（1）知F为AC中点，

$\therefore AF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

由（2）知$AF\perp BD$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}BD\cdot AF=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1$，

又$\because PD\perp$平面$ABCD$，$PD=2$，E为PC中点，

$\therefore E$到平面ABD的距离为$h=\dfrac{1}{2}PD=1$，

$\therefore V_{B-ADE}=V_{E-ABD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot h=\dfrac{1}{3}\times 1\times 1=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore$三棱锥$B-ADE$的体积为$\dfrac{1}{3}$.

考点 —立体几何初步
- 基本立体图形
  - 空间几何体的体积、表面积
- 基本图形位置关系
  - 空间中的垂直
  - 空间中的基本事实与定理
  - 空间中的平行